

## Analisis Sistem Antrian *Multiphase* pada SAMSAT Bantul

Nico Julyan Widyanto<sup>1</sup>, Nursyiva Irsalinda<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Terapan, Universitas Ahmad Dahlan

Email: Julyannico96@gmail.com

<sup>2</sup>Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Terapan, Universitas Ahmad Dahlan

Submitted : ..... Reviewed : ..... Accepted:.....

### ABSTRAK

Teori antrian merupakan teori yang menyangkut studi matematis tentang antrian-antrian yang memerlukan layanan dari sistem yang tersedia. Teori antrian merupakan langkah pencarian keputusan tentang sumber daya yang dibutuhkan untuk menyediakan sebuah layanan terbaik. Proses pembayaran pajak kendaraan bermotor di SAMSAT Bantul merupakan sistem antrian *multiphase* yaitu sistem antrian yang terdiri dari beberapa fase. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjelaskan model antrian dan mendeskripsikan hasil analisis antrian di SAMSAT Bantul. Penelitian ini diawali dengan pengambilan data secara langsung di kantor SAMSAT Bantul. Kemudian data diuji apakah berdistribusi Poisson atau tidak. Setelah diketahui data tersebut berdistribusi Poisson, dapat ditentukan pula model antriannya. Kemudian menentukan laju kedatangan dan keberangkatan masing-masing fase dimana kedua laju tersebut digunakan untuk mengetahui tingkat kepadatan antrian fase tersebut. Langkah terakhir adalah melakukan analisis ukuran performa antrian setiap. Hasil analisis dari antrian kantor SAMSAT Bantul adalah bahwa pelayanan berjalan tidak efektif. Tingkat kepadatan antrian ( $\rho$ ) lebih dari satu yang menandakan antrian padat. Pembayar pajak dapat menghabiskan waktu hingga 37 menit untuk menyelesaikan satu rangkaian alur pembayaran pajak. Dengan menambahkan jumlah *server*, masalah kepadatan dapat diatasi sehingga dapat memangkas waktu yang dihabiskan pembayar pajak dan antrian berjalan efektif.

**Kata kunci** : antrian *multiphase*, antrian *overload*, simulasi antrian

### PENDAHULUAN

Teori antrian merupakan teori yang menyangkut studi matematis tentang antrian-antrian yang memerlukan layanan dari sistem yang tersedia. Komponen dasar proses antrian adalah kedatangan, pelayanan, dan antri. Terdapat empat model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian yaitu *Single Channel Single Phase* (SCSP), *Single Channel Multi Phase* (SCMP), *Multi Channel Single Phase* (MCSP), *Multi Channel Multi Phase* (MCMP) (Bronson, 1998).

Teori antrian merupakan langkah pencarian keputusan tentang sumber daya yang dibutuhkan untuk menyediakan sebuah layanan terbaik. Teori ini memeriksa setiap komponen antrian yaitu proses kedatangan, proses pelayanan, jumlah server, jumlah tempat sistem. Parameter yang mempengaruhi kinerja dari sistem antrian yaitu waktu tunggu pelanggan dan banyaknya fasilitas yang tersedia.

Sistem Administrasi Manunggal Satu Atap atau SAMSAT merupakan serangkaian kegiatan dalam penyelenggaraan registrasi dan identifikasi kendaraan bermotor, pembayaran pajak kendaraan bermotor, bea balik nama kendaraan bermotor, dan pembayaran sumbangan wajib dana kecelakaan lalu lintas dan angkutan jalan secara terintegrasi dan terkoordinasi dalam Kantor Bersama SAMSAT.

Pada SAMSAT Bantul masih terdapat kekurangan seperti pelayanan pengesahan pajak kendaraan, pembayar pajak yang tampak ramai mengantri tidak mendapatkan tempat duduk. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model, ukuran kinerja, dan keefektifan sistem antrian multiphase SAMSAT Bantul. Putranto, M. A. (2014) menganalisis sistem antrian pada kantor SAMSAT Kota Yogyakarta menggunakan model simulasi yang menghasilkan solusi bahwa dibutuhkan penambahan server bagi setiap fase pelayanan di SAMSAT Kota Yogyakarta agar tercapai waktu pelayanan yang kurang dari 10 menit. Dalam tulisan ini, penulis mencoba melakukan analisis antrian pada SAMSAT Bantul dengan menggunakan dua model, yaitu model simulasi dan model *generalized Poisson*.

**Teorema 1** (Bain & Engelhardt, 1992) Variabel acak diskrit dikatakan terdistribusi Poisson dengan parameter  $\mu$  jika memiliki fungsi kepadatan peluang yang berbentuk

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & x \text{ lainnya} \end{cases}$$

## METODE PENELITIAN

### Alat dan Bahan

Dalam penelitian alat dan bahan yang dibutuhkan yaitu literatur yang dikumpulkan berupa buku, skripsi, artikel, jurnal atau modul yang dapat mendukung penelitian.

### Jalannya Penelitian

Tahapan penelitian yang akan dilakukan penulis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan distribusi probabilitas data penelitian.
2. Menentukan model setiap fase.
3. Menentukan laju kedatangan dan laju pelayanan fase.
4. Menentukan ukuran kinerja antrian.

### Analisis Data

Dua model antrian yang digunakan memiliki persyaratannya masing-masing. Untuk model *generalized* Poisson, nilai tingkat kepadatan antrian  $\rho < 1$  yang berarti antrian berjalan baik, sistem tidak *overload*, dan antrian memenuhi kondisi *steady state*. Sedangkan model simulasi digunakan untuk menganalisa ukuran kinerja antrian *overload* atau nilai tingkat kepadatan  $\rho \geq 1$ . Apabila sistem *overload*, maka dilakukan penambahan *server* sebagai salah satu solusi agar tercapainya kondisi *steady state*. Dengan penambahan *server* maka laju pelayanan akan berubah sesuai dengan banyaknya *server* yang bertambah sehingga dapat digunakan model antrian *generalized* Poisson untuk menganalisis sistem antrian yang baru, akan tetapi penambahan *server* dilakukan seminimal mungkin agar tidak terdapat server yang menganggur.

Persamaan model *generalized* Poisson adalah sebagai berikut:

1. Model satu *server*

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam sistem adalah

$$L_s = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (1)$$

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam antrian adalah

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (2)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam sistem adalah

$$W_s = \frac{1}{(\mu - \lambda)} \quad (3)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam antrian adalah

$$W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \quad (4)$$

## 2. Model *multiple-server*

Dengan

$$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\frac{\rho}{c}} \right) \right)^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1 \quad (5)$$

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam sistem adalah

$$L_s = \frac{\rho^{c+1} p_0}{(c-1)!(c-\rho)^2} + \rho \quad (6)$$

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam antrian adalah

$$L_q = \frac{\rho^{c+1} p_0}{(c-1)!(c-\rho)^2} \quad (7)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam sistem adalah

$$W_s = \frac{\rho^c p_0}{(c-1)!(c-\rho)^2 \mu} + \frac{1}{\mu} \quad (8)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam antrian adalah

$$W_q = \frac{\rho^c p_0}{(c-1)!(c-\rho)^2 \mu} \quad (9)$$

Persamaan model simulasi adalah sebagai berikut:

Dengan

$$k = T\mu \quad (10)$$

Dimana  $k$  adalah banyaknya pelanggan yang selesai dan  $T$  adalah waktu penggunaan sistem antrian.

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam sistem adalah

$$L_s = \frac{1}{2}(T+1)(\lambda-\mu) + 1 \quad (11)$$

Ekspektasi banyak pembayar pajak dalam antrian adalah

$$L_q = \frac{1}{2}(T + 1)(\lambda - \mu) \quad (12)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam sistem adalah

$$W_s = \frac{1}{\mu} + \frac{(k - 1)}{2} \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (13)$$

Ekspektasi waktu pembayar pajak dalam antrian adalah

$$W_q = \frac{k}{2} \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (14)$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel I. Hasil uji distribusi data SAMSAT Bantul

Hari ke-	Fase	$D_n$	$d_{18;0.05}$	$D_n \dots d_{18;0.05}$ (< atau >)
1	Masuk loket 1	0,0965	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1058	0,3205	<
	Keluar Teller	0,0807	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2221	0,3205	<
2	Masuk loket 1	0,1107	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1107	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1663	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,1101	0,3205	<
3	Masuk loket 1	0,1071	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1071	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1067	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2213	0,3205	<
4	Masuk loket 1	0,0887	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1072	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1117	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2017	0,3205	<
5	Masuk loket 1	0,0827	0,3205	<

	Keluar Loket 1	0,1244	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1078	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,1632	0,3205	<
6	Masuk loket 1	0,1162	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1145	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1275	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2200	0,3205	<
7	Masuk loket 1	0,1101	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1101	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1097	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2201	0,3205	<
8	Masuk loket 1	0,1139	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,1092	0,3205	<
	Keluar Teller	0,1659	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,1621	0,3205	<
9	Masuk loket 1	0,0710	0,3205	<
	Keluar Loket 1	0,0710	0,3205	<
	Keluar Teller	0,0755	0,3205	<
	Keluar loket 2	0,2189	0,3205	<

Data yang diperoleh selama sembilan hari diuji dengan uji distribusi Kolmogorov-Smirnov. Kriteria uji yang digunakan adalah

Hipotesis distribusi kedatangan antrian pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Kedatangan pembayar pajak berdistribusi Poisson

$H_1$  : Kedatangan pembayar pajak tidak berdistribusi Poisson

dengan kriteria pengujian yaitu menolak  $H_0$  apabila nilai  $D_n > d_{n,\alpha}$ .

Hipotesis distribusi keberangkatan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Keberangkatan pembayaran pajak berdistribusi Poisson

$H_1$  : Keberangkatan pembayaran pajak tidak berdistribusi Poisson

dengan kriteria pengujian yaitu menolak  $H_0$  apabila nilai  $D_n > d_{n,\alpha}$ .

Tabel I menunjukkan hasil uji data dimana seluruh kedatangan dan keberangkatan pembayar pajak setiap fase memiliki nilai  $D_n < d_{n,\alpha}$  yang berarti seluruh data baik kedatangan maupun keberangkatan pembayar pajak dari setiap fase berdistribusi Poisson.

Diketahui bahwa seluruh data berdistribusi Poisson dan tidak ada perbedaan sistem selama sembilan hari pengambilan data. Fase pertama dan ketiga hanya terdapat satu server sedangkan pada fase kedua terdapat dua fase. Dengan disiplin antrian General Service Dicipline (GD), dan kapasitas sistem tidak terbatas dapat ditentukan bahwa model setiap fase adalah model fase pertama atau pada loket 1 adalah model  $M/M/1:GD/\infty/\infty$ , model fase kedua atau *teller 1* dan *teller 2* yaitu model  $M/M/2:GD/\infty/\infty$ , dan model fase ketiga atau pada loket 2 adalah model  $M/M/1:GD/\infty/\infty$ .

Tabel II. Laju kedatangan dan keberangkatan pembayar pajak

Hari ke-	Laju	Fase pertama (orang/menit)	Fase kedua (orang/menit)	Fase ketiga (orang/menit)
1	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	1,35	1,3444	1,2833
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	1,3444	1,2833	0,8833
2	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,7944	0,7944	0,7833
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,7944	0,7833	0,6944
3	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,7556	0,7556	0,7333
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,7556	0,7333	0,7056
4	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	1,0056	1,0056	0,9222
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	1,0056	0,9222	0,7167
5	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,7944	0,7944	0,75
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,7944	0,75	0,5667
6	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,7056	0,7	0,6778

	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,7	0,6778	0,6111
7	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,6944	0,6944	0,6556
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,6944	0,6556	0,6167
8	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,8444	0,8389	0,7222
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,8389	0,7222	0,5389
9	Laju kedatangan ( $\lambda_f$ )	0,6889	0,6889	0,6333
	Laju keberangkatan ( $\mu_f$ )	0,6889	0,6333	0,5722

Tabel II menunjukkan laju kedatangan dan keberangkatan pembayar pajak dari setiap fase selama sembilan hari pengambilan data. Dari kedua laju tersebut dapat diketahui tingkat kepadatan masing-masing fase yaitu dengan membagi laju kedatangan terhadap laju keberangkatan pembayar pajak. Dapat dilihat bahwa seluruh laju kedatangan di setiap fase selama sembilan hari selalu lebih besar atau sama dengan laju keberangkatannya. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tingkat kepadatan  $\rho \geq 1$  yang menandakan sistem sangat padat. Untuk menganalisa antrian tersebut digunakan model simulasi sehingga diperoleh ukuran kinerja antrian SAMSAT Bantul pada tabel III.

Tabel III. Ukuran kinerja antrian SAMSAT Bantul

Hari	Fase	$W_{s_f}$ (menit)	$W_{q_f}$ (menit)	$L_{q_f}$ (orang)	$L_{s_f}$ (orang)
1	Pertama	1,1156	0,3733	0,5068	1,5068
	Kedua	4,8518	4,0903	5,5295	6,5295
	Ketiga	29,0084	28,0527	36,2	37,2
2	Pertama	1,2588	0	0	1
	Kedua	2,5253	1,2576	1,0045	2,0045
	Ketiga	11,5728	10,2145	8,0455	9,0455
3	Pertama	1,3235	0	0	1
	Kedua	3,9997	2,6562	2,0182	3,0182
	Ketiga	4,7902	3,3997	2,5068	3,5068

4	Pertama	0,9944	0	0	1
	Kedua	8,5036	7,4642	7,5477	8,5477
	Ketiga	21,2951	20,0553	18,5978	19,5978
5	Pertama	1,2588	0	0	1
	Kedua	6,3263	5,0302	4,0182	5,0182
	Ketiga	23,5450	21,9960	16,5887	17,5887
6	Pertama	2,1372	0,7143	0,5068	1,5068
	Kedua	4,3063	2,8543	2,0091	3,0091
	Ketiga	10,4125	8,8566	6,0363	7,0363
7	Pertama	1,4401	0	0	1
	Kedua	6,5115	5,0288	3,5114	4,5114
	Ketiga	6,9136	5,3401	3,5204	4,5204
8	Pertama	1,7744	0,5862	0,4978	1,4978
	Kedua	13,8083	12,5200	10,5614	11,5614
	Ketiga	24,4628	22,8427	16,5886	17,5886
9	Pertama	1,4516	0	0	1
	Kedua	8,7791	7,2638	5,0318	6,0318
	Ketiga	10,3464	8,6831	5,5295	6,5295

Ukuran kinerja antrian selama sembilan hari pada tabel III, baik jumlah pembayar pajak yang mengantri maupun yang berada dalam sistem cukup padat dan waktu yang digunakan pun juga cukup lama terutama pada fase kedua dan ketiga. Maka salah satu solusi yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan masalah antrian tersebut adalah dengan menambahkan *server* pada setiap fase seminimal mungkin. Pada tabel IV, ditemukan solusi penambahan *server* yang baik dan minimal. Tingkat kepadatan antriannya pun tidak lebih dari satu atau tercapainya kondisi *steady state*. Ukuran kinerja antrian yang dihasilkan cukup cepat dari segi waktu pelayanan dimana setiap pembayar pajak menghabiskan waktu tidak lebih dari satu menit pada setiap fase dan orang yang mengantri tidak lebih dari satu orang.

Tabel IV. Ukuran kinerja simulasi antrian SAMSAT Bantul

Hari	Fase	Banyak server	$\mu$ (orang/menit)	$\rho$ (orang)	$L_q$ (orang)	$L_s$ (orang)	$W_s$ (menit)	$W_q$ (menit)
1	Pertama	2	2,6888	0,5021	0,0338	0,5359	0,3969	0,0250
	Kedua	5	3,2083	0,8381	0,0004	0,8384	0,3118	0,0001
	Ketiga	4	3,5332	0,9080	0,0043	0,9124	0,2844	0,0014
2	Pertama	2	1,5888	0,5	0,0333	0,5333	0,6714	0,0420
	Kedua	5	1,9583	0,8113	0,0003	0,8116	0,5108	0,0002
	Ketiga	3	2,0832	0,94	0,0356	0,9757	0,4982	0,0182
3	Pertama	2	1,5112	0,5	0,0333	0,5333	0,7058	0,0441
	Kedua	5	1,8332	0,8243	0,0003	0,8247	0,5457	0,0002
	Ketiga	3	2.1168	0.8660	0,0258	0,8918	0,4865	0,0141
4	Pertama	2	2,0112	0,5	0,0333	0,5333	0,5304	0,0331
	Kedua	5	2,3055	0,8723	0,0004	0,8728	0,4340	0,0002
	Ketiga	4	2,8668	0,8042	0,0025	0,8067	0,3499	0,0011
5	Pertama	2	1,5888	0,5	0,0333	0,5333	0,6714	0,0420
	Kedua	5	1,8750	0,8474	0,0004	0,8477	0,5336	0,0002
	Ketiga	4	2,2668	0,8272	0,0028	0,83	0,4426	0,0015
6	Pertama	2	1,4	0,5040	0,0342	0,5382	0,7627	0,0484
	Kedua	5	1.6945	0.8262	0.0003	0,8265	0,5904	0,0002
	Ketiga	3	1,8333	0,9243	0,0333	0,9576	0,5651	0,0197
7	Pertama	2	1,3888	0,5	0,0333	0,5333	0,7680	0,0480
	Kedua	5	1,6390	0,8473	0,0004	0,8477	0,6104	0,0003
	Ketiga	3	1,8501	0,8859	0,0282	0,9141	0,5577	0,0172
8	Pertama	2	1,6778	0,5033	0,0340	0,5373	0,6363	0,0403
	Kedua	5	1,8055	0,9293	0,0006	0,9299	0,5542	0,0004
	Ketiga	4	2,1556	0,8376	0,0030	0,8406	0,4656	0,0016
9	Pertama	2	1,3778	0,5	0,0333	0,5333	0,7742	0,0484
	Kedua	5	1,5833	0,8702	0,0004	0,8707	0,6319	0,0003
	Ketiga	3	1.7166	0.9253	0,0335	0,9587	0.6036	0.0211

## KESIMPULAN

Pelayanan pembayar pajak di SAMSAT Bantul merupakan antrian *multiphase* yang terdiri dari tiga fase yang harus dilalui secara berurutan oleh pembayar pajak. Model antrian fase pertama adalah  $M/M/1:GD/\infty/\infty$ , model di fase kedua adalah  $M/M/2:GD/\infty/\infty$  dan fase ketiga memiliki model  $M/M/1:GD/\infty/\infty$ . Dilihat dari ukuran kinerja antriannya, terdapat antrian yang cukup panjang dan memakan waktu yang lama. Sehingga dilakukan simulasi sistem antrian agar antrian SAMSAT Bantul dapat berjalan dengan lancar yaitu dengan simulasi menambahkan jumlah *server* atau pelayan hingga tercapainya kondisi *steady state* yaitu nilai  $\rho < 1$ . Dan hasil yang diperoleh cukup efektif, dimana tidak terjadi penumpukan pembayar pajak yang banyak pada masing-masing fase. Antrian SAMSAT Bantul dapat dikatakan tidak efektif karena dengan sistem yang ada, laju pembayar pajak yang datang lebih besar daripada laju pembayar pajak yang terlayani. Untuk membuat antrian menjadi efektif, penambahan *server* yang diperlukan sesuai analisis adalah fase pertama menjadi 2 *server*, fase kedua menjadi 5 *server*, dan fase ketiga menjadi 3 hingga 4 *server*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bain, L & Engelhardt. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics* (2<sup>nd</sup> ed.). California. Duxbury Press.
- Bronson, R. dan Wospaknk, H. J. 1998. *Operation Research Teori dan Soal-soal*. Jakarta. Erlangga.
- Putranto, M. A. 2014. *Analisis Masalah Sistem Antrian Model Multi Phase pada Kantor SAMSAT Yogyakarta*. Skripsi tidak dipublikasikan. Yogyakarta. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Taha, H. 2007. *Operations Research and Introduction*. New Jersey. Pearson Education, Inc.