Kode / Nama Rumpun : 121 / Matematika

LAPORAN AKHIR
PENELITIAN FUNDAMENTAL

METODE REVERSIBLE JUMP MARKOV CHAIN MONTE CARLO UNTUK ESTIMASI BAYESIAN DALAM MODEL REGRESI LINEAR PER POTONGAN

Tahun ke 2 dari rencana 2 tahun

TIM PENGUSUL

Ketua	: Dr. Suparman, M.Si., DEA	NIDN : 0517046902
Anggota 1	: Drs. Abdul Taram, M.Si	NIDN : 0505035801
Anggota 2	: Drs. Ishafit, M.Si	NIDN : 0501026201

UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN

NOVEMBER 2015

Kode / Nama Rumpun : 121 / Matematika

LAPORAN AKHIR
PENELITIAN FUNDAMENTAL

METODE REVERSIBLE JUMP MARKOV CHAIN MONTE CARLO UNTUK ESTIMASI BAYESIAN DALAM MODEL REGRESI LINEAR PER POTONGAN

Tahun ke 2 dari rencana 2 tahun

TIM PENGUSUL

Ketua	**: Dr. Suparman, M.Si., DEA**	**NIDN : 0517046902**
Anggota 1	**: Drs. Abdul Taram, M.Si**	**NIDN : 0505035801**
Anggota 1	**: Drs. Ishafit, M.Si**	**NIDN : 0501026201**

UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN
NOVEMBER 2015

HALAMAN PENGESAHAN

Judul	: Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo untuk Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan.
Peneliti/Pelaksana	
Nama Lengkap	: SUPARMAN
Perguruan Tinggi	: Universitas Ahmad Dahlan
NIDN	: 0517046902
Jabatan Fungsional	: Lektor
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Nomor HP	: 081328201198
Alamat surel (e-mail)	: suparmancict@yahoo.co.id
Anggota (1)	
Nama Lengkap	: Drs. ABDUL TARAM M.Si.
NIDN	: 0505035801
Perguruan Tinggi	: Universitas Ahmad Dahlan
Anggota (2)	
Nama Lengkap	: Drs. ISHAFIT M.Si
NIDN	: 0501026201
Perguruan Tinggi	: Universitas Ahmad Dahlan
Institusi Mitra (jika ada)	
Nama Institusi Mitra	: -
Alamat	: -
Penanggung Jawab	: -
Tahun Pelaksanaan	: Tahun ke 2 dari rencana 2 tahun
Biaya Tahun Berjalan	: Rp 50.500.000,00
Biaya Keseluruhan	: Rp 125.000.000,00

Mengetahui,
Wakil Dekan FKIP UAD

(Dr. Suparman, M.Si., DEA)
NIP/NIK 60110621

Yogyakarta, 2 - 11 - 2015
Ketua,

(SUPARMAN)
NIP/NIK 60110621

Menyetujui,
Kepala LPP UAD

(Dr. Widodo, M.Si)
NIP/NIK 196002211987091001

RINGKASAN

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sangat berguna dalam berbagai bidang, misalnya ekonometrik. Jika data ekonometrik dicocokkan terhadap model regresi linear per potongan maka banyaknya titik ambang, koefisien regresi tiap potongan dan variansi galat tiap potongan umumnya tidak diketahui. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi banyaknya titik ambang, koefisien regresi tiap potongan dan variansi galat tiap potongan.

Estimasi banyaknya titik ambang, koefisien regresi tiap potongan dan variansi galat tiap potongan dilakukan dalam kerangka Bayesian. Mula-mula distribusi prior untuk banyaknya ambang, koefisien regresi tiap potongan, dan variansi galat tiap potongan ditetapkan. Kemudian, distribusi prior ini dikombinasikan dengan fungsi kemungkinan maksimum dari data untuk mendapatkan distribusi posterior. Berdasarkan pada distribusi posterior ini, penaksir Bayes untuk banyaknya titik ambang, koefisien regresi tiap potongan dan variansi galat tiap potongan dihitung. Akan tetapi, penaksir Bayes tidak dapat ditentukan secara eksak atau analitis. Untuk menyelesaikan masalah ini, digunakan metode *reversible jump* MCMC (Monte Carlo Markov Chain).

Metode reversible jump MCMC merupakan salah satu metode baru yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linear per potongan meskipun banyaknya titik ambang tidak diketahui. Keunggulan dari metode ini adalah estimasi banyaknya titik ambang dan estimasi parameter regresi tiap potongan dapat diestimasi secara bersama-sama.

PRAKATA

Segala puji bagi Allah SWT, Tuhan semesta alam, yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga pelaksanaan kegiatan penelitian skema penelitian fundamental dapat berjalan dengan baik hingga tersusun laporan akhir penelitian ini.

Kami menyadari bahwa kegiatan penelitian dengan judul "Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo untuk Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan" ini, tidak akan dapat berjalan baik tanpa dukungan LPP UAD dan Kopertis Wilayah V sebagai kepanjangan dari Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat, Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan, Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi, yang telah memberikan dana hibah penelitian melalui skema Penelitian Fundamental tahun 2015. Untuk itu kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya.

Meskipun kami telah berusaha untuk menyusun laporan akhir ini sebaik-baiknya, namun tidak bisa dipungkiri masih ada kekurangsempurnaan. Untuk itu masukan dan saran senantiasa kami harapkan untuk perbaikan di masa mendatang.

Yogyakarta, 5 November 2015
Ketua,

Dr. Suparman, M.Si., DEA

DAFTAR ISI

BAB 1. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang Masalah

Dalam analisis regresi, jika variabel terikat meningkat secara linier bersama dengan variabel bebas sampai nilai ambang tertentu dan setelah nilai ambang tadi variabel terikat mengingkat secara linier bersama dengan variabel bebas tapi pada tingkat yang berbeda sampai nilai ambang kedua dan demikian seterusnya, maka model tadi disebut model regresi linear per potongan. Sebagai contoh, suatu perusahaan memberikan komisi pada petugas penjualannya. Perusahaan tadi membayar komisi yang didasarkan pada penjualan dengan cara sedemikian rupa sehingga sampai suatu tingkat tertentu, yang disebut ambang ada satu struktur komisi dan selewat di atas tadi struktur komisi lainnya. Asumsikan bahwa komisi penjualan meningkat secara linear bersama dengan penjualan.

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sangat fleksibel dan sering untuk memodelkan data dalam banyak bidang, antara lain dalam bidang ekonometri (Gujarati, 2006), bidang Geofisika (Stewart and Whaler, 1995), bidang kesehatan (Shi *et al*, 2011), bidang ekologi (Toms and Lesperance, 2003; Meunier *et al*, 2014) dan bidang kehutanan (Ricker and Rafael, 2004). Meskipun model seperti itu sangat berguna dalam banyak bidang, model tadi memiliki beberapa masalah estimasi karena dimensi dari parameter tidak diketahui. Dengan kata lain, dimensi dari parameter (banyaknya titik ambang) juga merupakan parameter yang harus diestimasi.

2. Permasalahan

Berdasarkan latar belakang di atas, maka yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah :

a. Bagaimana cara mengestimasi banyaknya titik ambang ?
b. Bagaimana cara mengestimasi koefisien regresi untuk masing-masing potongan ?
c. Bagaimana cara mengestimasi variansi galat untuk masing-masing potongan ?
d. Bagaimana cara memprakirakan nilai variabel terikat jika diketahui nilai variabel bebasnya ?
e. Bagaimana cara membuat algoritma untuk memprakirakan nilai variabel terikat jika diketahui nilai dari variabel bebasnya ?

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Metode *reversible jump* MCMC telah berhasil dengan baik diterapkan diberbagai bidang termasuk pada pemrosesan sinyal dan analisis data deret berkala. Beberapa hasil penelitian yang telah dilakukan oleh ketua peneliti terkait penerapan metode *reversible jump* MCMC adalah : Suparman *et al* (2002) menerapkan metode *reversible jump* MCMC untuk mendeteksi sinyal yang dikacau oleh galat multiplikatif, Suparman (2008) mengunakan metode *reversible jump* MCMC untuk mengestimasi model ARMA, Suparman (2010a) menggunakan metode *reversible jump* MCMC untuk mensegmentasi sinyal MA konstan per segmen, dan Suparman (2010b) menggunakan metode *reversible jump* MCMC untuk mensegmentasi sinyal AR konstan per segmen.

Dalam usulan penelitian ini metode *reversible jump* MCMC (Green, 1995) akan digunakan mengestimasi regresi linear per potongan. Misalkan y menyatakan variabel terikat dan x menyatakan variabel bebas. Regresi linear per potongan dari variabel terikat y_t terhadap variabel bebas *t* untuk $t = 1,2,\cdots,n$ dapat dituliskan dalam persamaan stokastik berikut :

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 t + z_t & \tau_1 < t \le \tau_2 \\ \alpha_2 + \beta_2 t + z_t & \tau_2 < t \le \tau_3 \\ \vdots & \\ \alpha_k + \beta_k t + z_t & \tau_k < t \le \tau_{k+1} \end{cases}$$

dengan $\tau_1 = 0$, $\tau_{k+1} = n$ dan

$$\begin{aligned} z_t &\sim N(0,\sigma_1^2) \quad \tau_1 \le t < \tau_2 \\ z_t &\sim N(0,\sigma_2^2) \quad \tau_2 \le t < \tau_3 \\ &\vdots \\ z_t &\sim N(0,\sigma_k^2) \quad \tau_k \le t < \tau_{k+1} \end{aligned}$$

Dalam persamaan di atas :

a. k menyatakan banyaknya titik ambang

b. $\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{k+1}$ menyatakan titik-titik ambang yang bersesuaian

c. $\alpha_1, \cdots, \alpha_k$ dan $\beta_1, \cdots, \beta_k$ menyatakan koefisien regresi

d. $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \cdots, \sigma_k^2$ menyatakan variansi galat.

Jika θ menyatakan parameter model regresi linear di atas, maka

$$\theta = \left(k, \tau_1, \cdots, \tau_{k+1}, \alpha_1, \cdots, \alpha_k,\ \beta_1, \cdots, \beta_k, \sigma_1^2, , \cdots, \sigma_k^2\right).$$

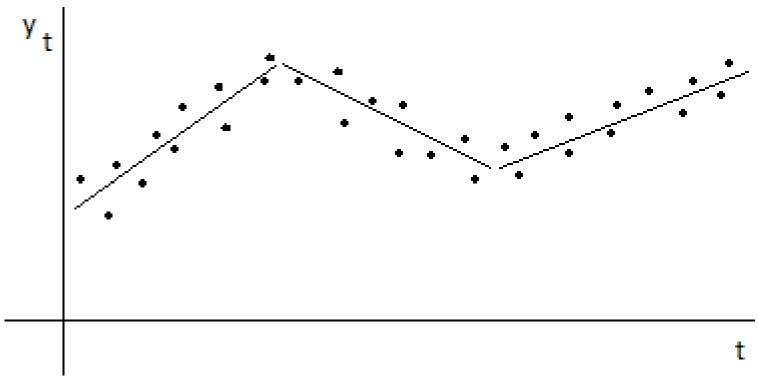
Sebagai ilustrasi untuk k = 3, maka $\theta = (\ 3, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3,$ $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2\ )$. Persamaan regresinya menjadi

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 t + z_t & \tau_1 < t \le \tau_2 \\ \alpha_2 + \beta_2 t + z_t & \tau_2 < t \le \tau_3 \\ \alpha_3 + \beta_3 t + z_t & \tau_3 < t \le \tau_4 \end{cases}$$

dan

$$\begin{aligned} z_t &\sim N(0, \sigma_1^2) & \tau_1 < t \le \tau_2 \\ z_t &\sim N(0, \sigma_2^2) & \tau_2 < t \le \tau_3 \\ z_t &\sim N(0, \sigma_3^2) & \tau_3 < t \le \tau_4 \end{aligned}$$

Kurva dari persamaan regresinya dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 1 : Kurva regresi linear per potongan untuk k = 3

Sebelum membicarakan estimasi regresi linear per potongan dengan banyak titik ambang tidak diketahui, terlebih dahulu akan dilihat beberapa hasil penelitian untuk kasus banyaknya titik ambang diketahui. Jika banyak titik ambang diketahui, permasalahan estimasi model regresi linear per potongan dapat disederhanakan menjadi permasalahan estimasi koefisien model regresi linear dan estimasi variansi galat yang bersesuaian untuk masing-masing segmen. Estimasi koefisien regresi linear dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai metode. Metode-metode tersebut diantaranya diusulkan oleh Bain dan Engelhardt (1992), Efron dan Tibshirani (1993), dan Robert (2001). Dalam mengestimasi koefisien regresi linear, para penulis dan peneliti menggunakan pendekatan yang berbeda. Bain dan Engelhardt (1992) menggunakan Metode Kuadrat Terkecil, Efron dan Tibshirani (1993) menggunakan Metode Bootstrap. Sedangkan, Robert (2001) menggunakan Metode Bayesian.

Namun kenyatannya banyaknya titik ambang umumnya tidak diketahui. Jika banyaknya titik ambang tidak diketahui, permasalahan estimasi model regresi linear per potongan menjadi lebih kompleks. Untuk mengestimasi parameter θ digunakan metode Bayes. Misalkan $\pi(\theta)$ merupakan distribusi prior untuk parameter θ dan $f(y_1, y_2, \cdots, y_n | \theta)$ merupakan fungsi kemungkinan untuk data $y_1, y_2, \cdots, y_n$, maka distribusi posterior untuk parameter θ dapat ditentukan dengan Teorema Bayes

$$\pi(\theta | y_1, y_2, \cdots, y_n) \propto f(y_1, y_2, \cdots, y_n | \theta)\pi(\theta)$$

di mana $\propto$ berarti "sebanding dengan". Distribusi posterior ini mempunyai bentuk yang sangat kompleks mengakibatkan estimasi parameter tidak dapat ditentukan secara eksak. Untuk menyelesaikan masalah tersebut digunakan metode *reversible jump* MCMC.

Ide dasar dari metode *reversible jump* MCMC adalah pembuatan rantai markov yang rekuren dan ireduktibel sedemikian sehingga distribusi limit dari rantai Markov tersebut akan sama dengan distribusi posterior. Selanjutnya rantai Markov yang dihasilkan digunakan untuk menghitung estimator untuk parameter θ. Misalkan

$$\hat{\theta} = \left(\hat{k}, \hat{\tau}_1, \cdots, \hat{\tau}_{k+1}, \hat{\alpha}_1, \cdots, \hat{\alpha}_k, \hat{\beta}_1, \cdots, \hat{\beta}_k, \hat{\sigma}_1^2, \cdots, \hat{\sigma}_k^2\right)$$

merupakan estimator untuk parameter θ yang didapat dari metode *reversible jump* MCMC. Maka model regresi linear per potongan untuk data dapat ditulis sebagai

$$y_t = \begin{cases} \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 t + z_t & \hat{\tau}_1 < t \le \hat{\tau}_2 \\ \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 t + z_t & \hat{\tau}_2 < t \le \hat{\tau}_3 \\ \vdots & \\ \hat{\alpha}_k + \hat{\beta}_{\hat{k}} t + z_t & \hat{\tau}_{\hat{k}} < t \le \hat{\tau}_{\hat{k}+1} \end{cases}$$

Agar model yang diperoleh layak, maka dilakukan proses pengujian. Pengujian dilakukan dengan dengan menggunakan metode simulasi. Setelah model dinilai layak, maka model tersebut digunakan untuk peramalan.

Penelitian ini juga merupakan bagian dari peta jalan penelitian yang telah dan akan dilakukan dalam kurun waktu tertentu (Tabel 1). Berdasarkan hasil pada penelitian tahun pertama penerapan metode *reversible jump* MCMC untuk mengestimasi model regresi polinomial per potongan dengan prakiraan waktu penelitian selama 2 tahun. Regresi linear per potongan merupakan bentuk khusus dari regresi polinomial per potongan jika polinomialnya berorde satu. Peta jalan penelitian ini sejalan dengan Rencana Induk Penelitian (RIP) Universitas Ahmad Dahlan Tahun 2013-2017.

Tabel 1 : Peta Jalan Penelitian

Topik	Sub Topik	Tahun			
		2014	2015	2016	2017
Estimasi Bayesian dengan Metode Reversible Jumps Markov Chain Monte Carlo	Estimasi Parameter Model Regresi Linear Konstan per Potongan	Metode estimasi parameter	Algoritma komputer untuk estimasi parameter		
	Estimasi Parameter Model Regresi Polinomial Konstan per Potongan			Metode estimasi parameter	Algoritma komputer untuk estimasi parameter
	Estimasi Parameter Model Moving Average Inversible per Potongan				
	Estimasi Parameter Model Autoregresif Stasioner per Potongan				

BAB 3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

Tujuan

Kegiatan penelitian ini bertujuan untuk mencari pemecahan dari masalah-masalah yang diuraikan di atas. Tujuan kegiatan penelitian untuk masing-masing tahun adalah sebagai berikut :

Tujuan Penelitian Tahun Pertama :

a. Menemukan estimasi banyaknya titik ambang.
b. Menemukan estimasi koefisien regresi untuk masing-masing potongan.
c. Menemukan estimasi variansi galat untuk masing-masing potongan.

Tahun Penelitian Tahun Kedua :

a. Menemukan cara meramalkan nilai variabel terikat jika diketahui nilai variabel bebasnya.
b. Membuat algoritma untuk memprakirakan nilai variabel terikat jika diketahui nilai dari variabel bebasnya.

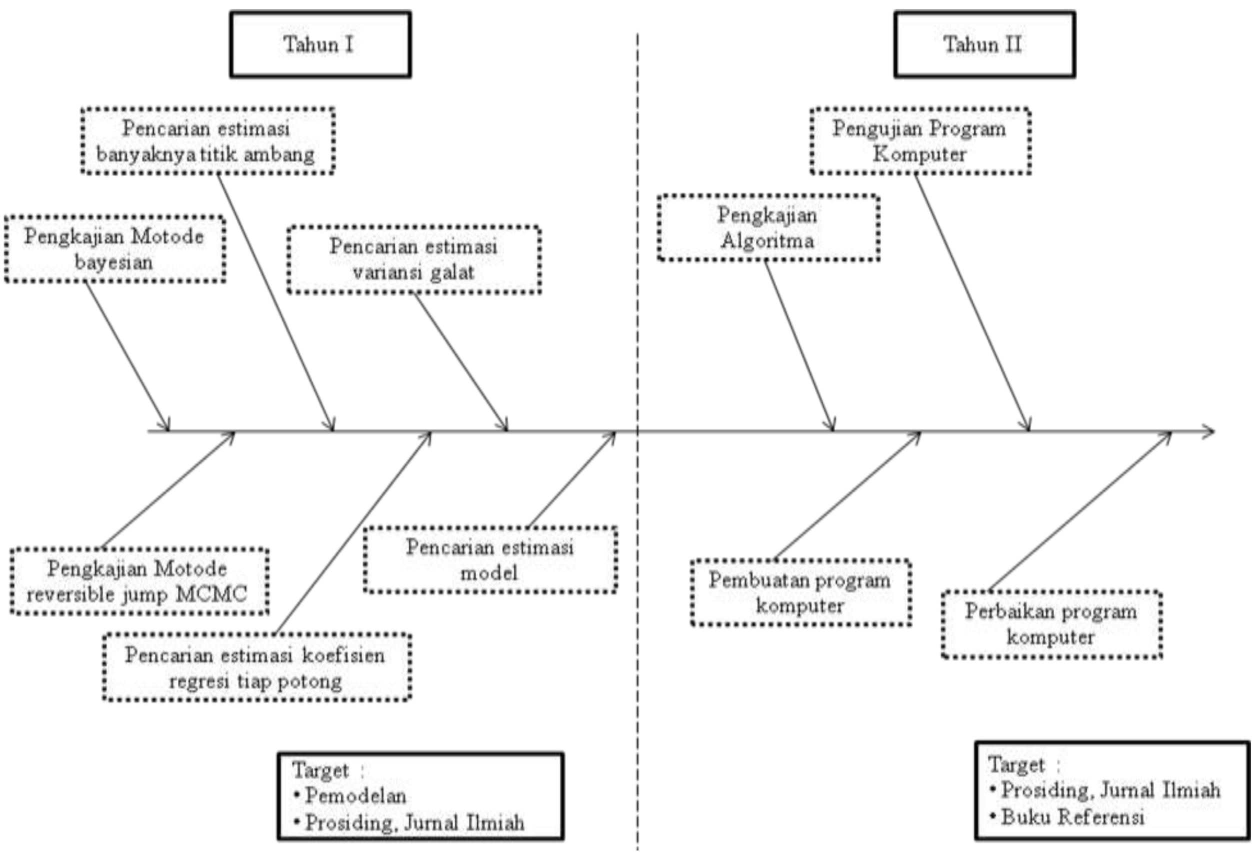
Manfaat

Penelitian ini menghasilkan metode baru untuk mengestimasi model regresi linear per potongan dan memprakirakan nilai variabel terikat jika diketahui nilai variabel bebasnya pada regresi linear per potongan. Dengan diketahuinya metode tersebut, para pembuat kebijakan dapat menerapkan hasil penelitian ini untuk mengembangkan berbagai alternatif kebijakan dalam variabel bebas dan memprakirakan dampaknya terhadap variabel terikatnya. Pembuat kebijakan dapat membandingkan hasil simulasi dari berbagai alternatif kebijakan yang dibuat, dan menentukan alternatif mana yang paling baik untuk diimplementasikan. Alternatif kebijakan yang baik adalah alternatif kebijakan yang memiliki dampak positif yang paling besar.

BAB 4. METODE PENELITIAN

Kegiatan penelitian fundamental ini termasuk dalam jenis penelitian pengembangan ipteks. Tahap pertama adalah penelusuran pustaka (artikel jurnal ilmiah, buku, prosiding seminar ilmiah) dan bahan yang relevan dan mutakhir dengan masalah penelitian. Tahap berikutnya adalah mengkaji dan mengulas pustaka tersebut. Kemudian menulis gagasan fundamental dan orisinal mengenai Algoritma Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo yang berkaitan dengan estimasi parameter model regresi linear konstan per potongan. Tahap selanjutnya adalah membuat algoritmanya dalam bahasa pemrograman Matlab (Chapman, 2009). Selanjutnya kinerja algoritma diuji dengan data simulasi.

Bagan alir sistematika kegiatan penelitian fundamental selama 2 tahun disajikan dalam gambar berikut.



Gambar 2 : Bagan alir kegiatan penelitian

BAB 5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sampai dengan disusunnya laporan akhir ini, kegiatan penelitian telah menyelesaikan semua kajian teori dan sedang dalam penyelesaian pembuatan program komputer. Hasil penelitian ini didesiminasi dan dipublikasikan baik pada seminar ilmiah nasional (nasional, internasional) maupun jurnal ilmiah (nasional, internasional), sebagai berikut:

1. Publikasi Ilmiah (Jurnal AdMathEdu Vol.3 No.1, Juni 2014, ISSN : 2088-687X), naskah dalam status sudah terbit.
2. Pemakalah pada Pertemuan Ilmiah (Seminar Nasional Riset Inovatif II, 21-22 November 2014, Bali), makalah dalam status sudah diterima dan diterbitkan dalam bentuk prosiding.
3. Publikasi ilmiah (International Journal of Computer Technology and Application (Suparman and Michel Doisy, naskah dalam status sudah terbit).
4. Pemakalah pada Pertemuan Ilmiah (17th International Conference on Mathematical, Computational and Statistical Sciences and Engineering, 28-29 Mei 2015, Tokyo Japan), makalah dalam status sudah diterima dan diterbitkan dalam bentuk prosiding.

Pada bagian berikut diuraikan hasil kajian teori dan algoritma mengenai metode estimasi parameter model regresi linear per potongan secara lebih detail. Kemudian dituliskan program komputernya.

Fungsi Kemungkinan

Misalkan y menyatakan variabel terikat dan x menyatakan variabel bebas. Regresi linear per potongan dari variabel terikat $\mathrm{y_t}$ terhadap variabel bebas t untuk $\mathrm{t} = 1,2,\cdots,\mathrm{n}$ dapat dituliskan dalam persamaan stokastik berikut :

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 t + z_t & \tau_1 < t \le \tau_2 \\ \alpha_2 + \beta_2 t + z_t & \tau_2 < t \le \tau_3 \\ \vdots & \\ \alpha_k + \beta_k t + z_t & \tau_k < t \le \tau_{k+1} \end{cases}$$

dengan $\tau_1 = 0$, $\tau_{k+1} = n$ dan

$$\begin{aligned} z_t &\sim N(0,\sigma_1^2) \quad \tau_1 \le t < \tau_2 \\ z_t &\sim N(0,\sigma_2^2) \quad \tau_2 \le t < \tau_3 \\ &\vdots \\ z_t &\sim N(0,\sigma_k^2) \quad \tau_k \le t < \tau_{k+1} \end{aligned}$$

Untuk $i = 1, 2, \cdots, k$ dan $\tau_i < t \le \tau_{i+1}$, karena z_t (untuk) berdistribusi normal dengan 0 dan variansi σ_i^2, maka fungsi kepadatan dari z_t adalah

$$f(z_t | \sigma_i^2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \right) \exp - \frac{1}{2\sigma_i^2} z_t^2$$

Sehingga untuk $z_i = (z_{\tau_i + 1}, \cdots, z_{\tau_{i+1}})$ fungsi kepadatan gabungan dari z_i

$$f(z_i | \sigma_i^2) = \prod_{t=\tau_i+1}^{\tau_{i+1}} f(z_t | \sigma_i^2)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \right)^{\tau_{i+1} - \tau_i} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^2} \sum_{t=\tau_i}^{\tau_{i+1}} z_t^2$$

Dengan menggunakan transformasi variabel $y_t = \alpha_t + \beta_t t + z_t$, maka $z_t = y_t - \alpha_t - \beta_t t$ dan $\frac{dz_t}{dy_t} = 1$. Sehingga fungsi kepadatan dari y_i adalah

$$f(y_i | \alpha_i, \beta_i, \sigma_i^2) = \left(2\pi\sigma_i^2\right)^{-\frac{1}{2}(\tau_{i+1} - \tau_i)} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^2} \sum_{t=\tau_i}^{\tau_{i+1}} (y_t - \alpha_i - \beta_i t)^2$$

Akhirnya fungsi kemungkinan maksimum untuk $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$

$$L(y | \theta) = \prod_{i=1}^{k} \left\{ (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}(\tau_{i+1} - \tau_i)} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^2} \sum_{t=\tau_i}^{\tau_{i+1}} (y_t - \alpha_i - \beta_i t)^2 \right\}$$

Catatan :

$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k)$

$\beta = (\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_k)$

$\sigma^2 = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \cdots, \alpha_k^2)$

$\tau = (\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{k+1})$

$\theta = (k, \alpha, \beta, \sigma^2, \tau)$

Distribusi Prior

Metode bayes digunakan untuk mengestimasi parameter $\theta = (k, \alpha, \beta, \sigma^2, \tau)$. Untuk itu, distribusi prior dipilih. Misalkan k_{maks} menyatakan maksimum banyaknya potongan.

Distribusi banyaknya potongan mengikuti distribusi binomial dengan hiper parameter φ, yaitu:

$$\pi(k) = C_k^{k_{maks}} \varphi^k (1-\varphi)^{k_{maks}-k} \text{ untuk } k = 1, 2, \cdots, k_{maks}$$

Distribusi posisi titik-titik ambang mengikuti distribusi posisi indek genap terurut pada 2k+1 titik yang diambil secara acak tanpa pengembalian dalam {1, 2, ..., n-1).

$$\pi(\tau \mid k) = \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_{i+1} - \tau_i)$$

Selanjutnya, untuk banyaknya potongan yang diberikan distribusi parameter regresi, sebagai berikut :

$$\pi(\alpha, \beta, \sigma^2 \mid k, \tau) \propto \prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2} \text{ (distribusi prior flat)}$$

Persoalan yang timbul, diantaranya munculnya hiperparameter φ dalam distribusi prior di atas. Selanjutnya hiperparameter φ dipandang sebagai suatu variabel acak dengan distribusi tertentu, yaitu:

$$\pi(\varphi) \propto [\varphi(1-\varphi)]^{-1/2} \text{ (distribusi prior Jeffreys, The bayesian choice hal. 130)}$$

Misalkan $\pi(\theta, \varphi)$ menyatakan distribusi prior untuk (θ, φ). Karena $\pi(\theta \mid \varphi) = \dfrac{\pi(\theta, \varphi)}{\pi(\varphi)}$

maka distribusi prior untuk (θ, φ) dapat ditentukan sebagai berikut

$$\pi(\theta, \varphi) = \pi(\theta \mid \varphi) \pi(\varphi)$$

atau

$$\pi(\theta, \varphi) \propto C_k^{k_{maks}} \varphi^{k-1/2} (1-\varphi)^{k_{maks}-k-1/2} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1}) \prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2}$$

Distribusi Posterior

Misalkan $\pi(\theta, \varphi \mid y)$ merupakan distribusi posterior untuk (θ, φ). Dengan menggunakan Teorema Bayes, maka distribusi posterior untuk parameter (θ, φ) dapat dinyatakan sebagai hasil kali fungsi kemungkinan dan distribusi prior

$$\begin{aligned} \pi(k, \tau, \alpha, \beta, \sigma^2, \varphi \mid y) & \\ &\propto L(y \mid k, \tau, \alpha, \beta, \sigma^2) \, \pi(k, \tau, \alpha, \beta, \sigma^2, \varphi) \\ &\propto \prod_{i=1}^{k} \left\{ (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}(\tau_{i+1} - \tau_i)} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^2} \sum_{t=\tau_i}^{\tau_{i+1}} (y_t - \alpha_i - \beta_i t)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_{i+1} - \tau_i) \, C_k^{k_{maks}} \varphi^k (1-\varphi)^{k_{maks}-k} [\varphi(1-\varphi)]^{-1/2}$$

Metode Reversible Jump MCMC

Misalkan $M = (\theta, \varphi)$. Secara umum, metode MCMC merupakan suatu metode sampling dengan cara membuat rantai Markov homogen $M_1, M_2, \cdots, M_m$ yang memenuhi sifat aperiodik dan irreduktibel (Robert, 1996) sedemikian hingga $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak yang berdistribusi $\pi(\theta, \varphi | y)$. Dengan demikian $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat digunakan untuk menaksir parameter M. Untuk merealisasikan hal tersebut, diadopsi Algoritma Gibbs (Robert, 1996) yang terdiri dari dua tahap :

1. Simulasi distribusi $\pi(\varphi | \theta, y)$
2. Simulasi distribusi $\pi(\theta | \varphi, y)$

Distribusi $\pi(\varphi | \theta, y)$ mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga Agoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(\varphi | \theta, y)$.

$$\pi(\varphi | \theta, y) = B(k + 1/2, k_{maks} - k + 1/2)$$

Sebaliknya, distribusi $\pi(\theta | \varphi, y)$ tidak mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga simulasi eksak tidak mungkin dilakukan. Penyelesaiannya menggunakan Algoirtma Hibrida yang terdiri dari tiga tahap sebagai berikut :

2.1. Simulasi $\pi(\sigma^2 | k, \tau \ , \alpha, \beta, \varphi, y)$

2.2. Simulasi $\pi(k, \tau, \alpha, \beta | \sigma^2, \varphi, y)$

Distribusi $\pi(\sigma^2 | k, \tau \ , \varphi, y)$ mempunyai bentuk eksplisit, sehingga Algoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(\sigma^2 | k, \tau \ , \varphi, y)$.

$$\pi(\sigma^2 | k, \tau \ , \varphi, y) = \otimes_{i=1}^{k} IG(a_i, b_i)$$

di mana $a_i = \frac{1}{2}[4 + (\tau_{i+1} - \tau_i) - 1]$ dan $b_i = \frac{1}{2}\sum_{t=\tau_i+1}^{\tau_{i+1}} (y_t - \alpha_i - \beta_i t)^2$.

Sebaliknya, karena k tidak diketahui maka Algoritma MCMC biasa tidak bisa digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(k, \tau, \alpha, \beta | \sigma^2, \varphi, y)$.

Misalkan $\omega = (k, \tau, \alpha, \beta)$ adalah titik aktual dari rantai markov. Terdapat 3 jenis transformasi yang digunakan, yaitu : kelahiran segmen, kematian segmen dan perubahan terjadinya perubahan model. Selanjutnya misalkan N_k adalah probabilitas transformasi dari k menuju k+1 (kelahiran), D_k adalah probabilitas transformasi dari k+1 menuju k (kematian), dan P_k adalah probabilitas transformasi dari k menuju k (perubahan).

Kelahiran/Kematian Sebuah Segmen

Transformasi kelahiran membuat banyaknya segmen berubah dari k menuju k+1. Jika transformasi kelahiran yang dipilih, transformasi kelahiran dari titik $\omega = (k, \tau)$ didefinisikan dengan cara berikut : Pilih titik z secara acak dalam $\{2, \cdots, n-1\} \setminus \tau$. Misalkan titik z dalam $\{\tau_i \ +1, \cdots, \tau_{i+1} - 1\}$ maka

$$\tau_1 \text{ , ..., } \tau_i \text{ , } \tau_{i+1} = z \text{ , } \tau_{i+2} \text{ , ..., } \tau_{k+2}$$

Sehingga diperoleh titik $\omega^* = (k+1, \tau \ )$ yaitu titik yang dihasilkan dari transformasi kelahiran.

Sebaliknya transformasi kematian membuat banyaknya segmen berubah dari k+1 menuju k. Jika transformasi kematian yang dipilih, maka transformasi kematian dari titik $\omega^* = (k+1, \tau)$ didefinisikan dengan cara berikut : Pilih secara acak sebuah titik dalam τ. Misalkan titik tersebut adalah τ_{i+1} maka

$$\tau_1 \text{ , ..., } \tau_i \text{ , } \tau_{i+2} \text{ , ..., } \tau_{k+1}$$

Sehingga diperoleh titik $\omega = (k, \tau)$ yaitu titik yang dihasilkan dari transformasi kematian. Misalkan a_n dan a_d masing-masing merupakan probabilitas penerimaan untuk kelahiran dan probabilitas penerimaan untuk kematian. Maka probabilitas penerimaan untuk kelahiran adalah sebagai berikut

$$a_n(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* | \ \alpha, \beta, \sigma^2, \varphi, y)}{\pi(\omega | \ \alpha, \beta, \sigma^2, \varphi, y)} \frac{q(\omega*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)}\right\}$$

Sedangkan probabilitas untuk kematian adalah sebagai berikut

$$a_d(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{1}{a_n(\omega^*, \omega)}\right\}$$

di mana

$$\frac{\pi(\omega* \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)}{\pi(\omega \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)}$$

$$= \frac{\Gamma(A_i^*)\Gamma(A_{i+1}^*)}{\Gamma(A_i)} \frac{B_i^{A_i}}{B_i^{*A_i^*} B_{i+1}^{*A_{i+1}^*}} \frac{k_{maks}-k}{k+1} \frac{k+3/2}{k_{maks}-k+1/2} \frac{(2k+3)(2k+2)}{2n^2} \frac{(z-\tau_i)(\tau_{i+1}-z)}{(\tau_{i+1}-\tau_i)}$$

dan

$$\frac{q(\omega*,\omega)}{q(\omega,\omega^*)} = \frac{D_{k+1}}{N_k} \frac{n-1-k}{k+1}$$

Perubahan Sebuah Segmen

Transformasi perubahan tidak membuat banyaknya segmen berubah dari k menuju k, akan tetapi membuat batas segmennya ada yang berubah. Jika transformasi perubahan yang dipilih, transformasi perubahan dari titik $\omega = (k,\tau)$ didefinisikan dengan cara berikut : Pilih titik secara acak dalam τ . Misalkan titik tersebut adalah τ_i maka titik ini digantikan dengan z yang dibangkitkan dari distribusi seragam pada himpunan $\{1,\cdots,n-1\} \setminus \tau$.

Misalkan a_p merupakan probabilitas penerimaan untuk perubahan. Maka probabilitas penerimaan untuk perubahan adalah sebagai berikut

$$a_p(\omega,\omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)}{\pi(\omega \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)} \frac{q(\omega*,\omega)}{q(\omega,\omega^*)}\right\}$$

Sedangkan probabilitas untuk kematian adalah sebagai berikut
di mana

$$\frac{\pi(\omega* \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)}{\pi(\omega \mid \alpha,\beta,\sigma^2,\varphi,y)} = \frac{\Gamma(A_{i-1}^*)\Gamma(A_i^*)}{\Gamma(A_{i-1})\Gamma(A_i)} \frac{B_{i-1}^{A_{i-1}} B_i^{A_i}}{B_{i-1}^{*A_{i-1}^*} B_i^{*A_i^*}} \frac{(\tau^*-\tau_{i-1})}{(\tau_i-\tau_{i-1})} \frac{(\tau_{i+1}-\tau^*)}{(\tau_{i+1}-\tau_i)}$$

dan

$$\frac{q(\omega*,\omega)}{q(\omega,\omega^*)} = 1$$

Adapun program komputer disajikan dalam Lampiran 2.

BAB 6. KESIMPULAN DAN SARAN

Metode kuadrat terkecil dan metode markov chain monte carlo tidak dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linear konstan per potongan jika banyaknya regresi tidak diketahui. Padahal dalam terapan, apabila data dimodelkan dengan model regresi linear konstan per potongan maka banyaknya tidak diketahui. Dengan kata lain banyaknya regresi juga merupakan variable yang harus diestimasi berdasarkan data.

Metode reversible jump MCMC merupakan salah satu metode baru yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linear per potongan meskipun banyaknya regresi tidak diketahui. Keunggulan dari metode ini adalah estimasi banyaknya regresi dan estimasi parameter regresi tiap potongan dapat diestimasi secara bersama-sama.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Duxbury Press, California.

Chapman, S.J. (2009) Essentials of Matlab Programming, Cengage Learning.

Efron, B. and Tibshirani, R.J. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hill, New York.

Green, P.J. 1995. Reversible Jump MCMC Computation and Bayesian Model Determination. *Biometrika*, Vol. 82, pp. 711-732.

Gujarati, D.N. 2006. *Essensials of Econometrics*, McGraw-Hill, New York.

Meunier, C.L., Malzahn, A.M., and Boersma, M. 2014. A New Approach to Homeostatic Regulation: Towards a Unified View of Physiological and Ecological Concepts, *Plos One*, Vol. 9 (9), pp. 1-7.

Ricker, M. and Rafael del Rio. 2004. Projecting Diameter Growth in Tropical Trees: A New Modeling Approach, *Forest Science One*, Vol. 50 (2), pp. 213-224.

Robert, C.P. 2001. *The Bayesian Choice : A Decision-Theory Motivation*, Springer, New York.

Shi, H.Y., Lee, H.H, Tsai, M.H, Chiu, C.C, Uen, Y.H. and Lee, K.T. 2011. Long-term Outcomes of Laparoscopic Colecystectomy: a Perpective piecewise linear regression analysis. *Surg Endosc*, pp. 2132-2140.

Stewart, D.N. and Whaler, K.A. 1995. Optimal Piecewise Regression Analysis and Its Application to Geomagnetic Time Series. *Geophysical Journal International*, pp. 710-724.

Suparman, Doisy, M., and Tourneret, J.Y. 2002. Changepoint Detection using Reversible Jump MCMC Methods, *Proceedings of the IEEE ICASSP*, pp. 1569-1573.

Suparman. 2008. Pemilihan Model Bayesian Hirarki Dalam Model ARMA Menggunakan Algoritma *Reversible Jump* MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 10, No. 2, Hal 66-76.

Suparman. 2009. Estimator Bayesian Hirarki untuk Parameter Model Sinyal Multiplikatif Menggunakan Algoritma MCMC Hibrida, *Prosiding Seminar Nasional Teknologi V*, Buku 8, Hal. 41-47.

Suparman. 2010a. Segmentasi Bayesian Hirarki untuk Model MA Inversiblel Konstan Sepotong demi Sepotong Berbasis Algoritma Reversibel Jump MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 11, No. 1, Hal 9-15.

Suparman. 2010b. Inferensi Bayesian Hirarki untuk Model AR Stasioner Konstan per Segmen Menggunakan Algoritma *Reversible Jump* MCMC, *Jurnal Kadikma*, Vol. 2, No 1, Hal 81-95.

Suparman, 2010c. *Pengantar Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo dan Aplikasinya*, Penerbit UTY, Yogyakarta.

Suparman dan Taram, 2014. Metode Reversible Jump MCMC untuk Estimasi Model Regresi Linier Konstan per Potongan, *Jurnal AdmathEdu*, Vol. 4 No. 1, Hal. 79-86.

Toms, J.D. and Lesperance, M.L. 2003. Piecewise Regression: a Tool Identifiying Ecological Thresholds. *Ecology*, pp. 2034-2041.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1 : Biodata Ketua/Anggota Tim Peneliti/Pelaksana

BIODATA KETUA PENELITI

A. Identitas Diri		
1.	Nama Lengkap (dengan gelar)	Dr. Suparman, M.Si., DEA
2.	Jenis Kelamin	L
3.	Jabatan Fungsional	Lektor
4.	NIY	60110621
5.	NIDN	0517046902
6.	Tempat dan Tanggal Lahir	Bantul, 17 April 1969
7.	E-mail	suparmancict@yahoo.co.id
8.	Nomor Telepon /HP	081328201198
9.	Alamat Kantor	Kampus 3 UAD Jl. Prof. Dr. Soepomo, SH Yogyakarta
10.	Nomor Telepon/Faks	0274 563515 / 0274 564604
11.	Lulusan yang Telah Dihasilkan	S-1 = 48 orang
12	Mata Kuliah yang Diampu	1. Statistika Matematika
		2. Teori Peluang
		3. Metodologi Penelitian
		4. Analiis Desain dan Eksperimen
		5. Statistika Nonparametrik

B. Riwayat Pendidikan				
	S1	S2		S3
Nama Perguruan Tinggi	UNILA	UGM	Universitas Toulouse 3	Universitas Toulouse 3
Bidang Ilmu	Pendidikan Matematika	Matematika	Matematika Terapan	Matematika Terapan
Tahun Masuk-Lulus	1988 – 1992	1994-1997	1999-2000	2000-2003
Judul Skripsi/Tesis/Disertasi	Perbandingan Nilai Mhs Ditinjau dari Segi Asal Sekolah, Jurusan dan Ekonomi Orang Tua	Estimasi Bayesian Model runtun waktu ARMA	Methode de Green Applications a la Detection de Ruptures dans un signal	Problems de choix de models par simulation de type monte carlo par chaines de markov a sauts reversibles

Nama Pembimbing/Promotor	Drs. Buchori Kifli /Drs maksum	Prof. Zanzawi S, Ph.D	Prof. Dr. Michel Doisy	Prof Dr. Jean-Marc Azais / Prof. Dr. Michel Doisy

C. Pengalaman Penelitian Dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jml (Juta Rp)
1.	2009	Segmentasi Bayesian Hirarkis untuk Data Deret Waktu Berkala Model MA Inversibel Konstan Sepotong-potong Menggunakan Algoritma Reversible Jump MCMC.	Kopertis V	1,5
2.	2011	Segmentasi Bayesian Hirarkis untuk Data Deret Waktu Berkala Model SAR Stasioner Konstan Sepotong-potong Menggunakan Algoritma Reversible Jump MCMC.	Kopertis V	1,675
3.	2014	Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo untuk Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan	Dikti	50
4.	2015	Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo untuk Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan (lanjutan)	Dikti	50,2

D. Pengalaman Pengabdian Kepada Masyarakat

No.	Tahun	Judul Pengabdian Kepada Masyarakat	Pendanaan	
			Sumber	Jml (Juta Rp)
1	2009	Tim Pemantau Independen D Ujian Nasional di SMPN 1 Godean Sleman	LPMP DIY	0,8
2	2010	Tim Pemantau Independen D Ujian Nasional di SMPN 1 Godean Sleman	LPMP DIY	0,9
3	2013	IbM Guru SD di Gunung Kidul	Dikti	50
4	2014	IbM Guru SMK di Klaten	Dikti	36

E. Publikasi Artikel Ilmiah Dalam Jurnal 5 Tahun Terakhir

No.	Judul Artikel Ilmiah	Nama Jurnal	Volume/ Nomor
1.	Inferensi Bayesian Hirarki untuk Model AR Stasioner Konstan per segmen Menggunakan Algoritma Reversible Jump MCMC	Jurnal Kadikma	Vol. 2 / No.1 Hal. 81-95 Tahun 2010

2.	Segmentasi Bayesian Hirarki untuk Model MA Konstan Sepotong demi Sepotong Berbasis Algoritma Reversible Jump MCMC	Jurnal Eksakta	Vol. 11/No 1 Hal 9-15 Tahun 2010
3.	Implementasi Metode Bootstrap untuk Menentukan Prediksi Selang pada Model Regresi Subset Polinomial	Jurnal Konvergensi	Vol. 1 / No. 1 Hal 13-21 Tahun 2011
4-	Implementasi Metode Bootstrap untuk Pengujian Hipotesis Mengenai dua Mean Populasi	Jurnal Admathedu	Vol. 2 / No. 1 Hal 41-50 Tahun 2012
5.	Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo untuk Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan	Jurnal Admathedu	Vol. 4 No. 1 Hal 79-86 Tahun 2014
5.	Hierarchical Bayesian of ARMA Models Using Simulated Annealing Algorithm	Jurnal Telkomnika	Vol. 12 No. 1 Hal 87-96 Tahun 2014
6.	Bayesian Segmentation of Piecewise Linear Regression Models Using Reversible Jump MCMC Algorithm	Journal of Computer Technology and Application	Vol. 6 No. 1 Hal 14-18 Tahun 2015

F. Pemakalah Seminar Ilmiah dalam 5 tahun Terakhir			
No.	Nama Pertemuan Ilmiah / Seminar	Judul Artikel Ilmiah	Waktu dan Tempat
1.	Seminar Nasional Teknologi V	Estimator Bayesian Hirarki untuk Parameter Model Sinyal Multiplikatif Menggunakan Algoritma MCMC Hibrida	2009 Yogyakarta
2.	Seminar Nasional Teknologi VI	Implementasi Metode Bootstrap untuk Menentukan Selang Prediksi pada Regresi Ganda	2010 Yogyakarta
3.	Seminar Nasional Kopertis V	Seleksi Orde dan Estimasi Parameter	2010 Yogyakarta

		dalam Model Regresi Polinomial dengan Menggunakan Metode Bootstrap	
4.	Seminar Nasional Sistem Informasi Indonesia (SESINDO), ISBN : 978-979-18985-6-0	Segmentasi Bayesian Hirarki untuk Model AR Stasioner Konstan per Segmen Menggunakan Algoritma Reversible Jump MCMC	2-4 Desember 2013 Bali
5.	Seminar Nasional Riset Inovatif Ke-2 ISSN:2339-1553	Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo: Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan.	21-22 November 2014 Bali
6.	International Conference on Mathematical, Statistical Sciences, and Engineering eISSN: 1307-6892	New Segmentation of Piecewise Linear Regression Models Using Reversible Jump MCMC Algorithm	28-29 Mei 2015 Tokyo

G. Karya Buku dalam 5 Tahun Terakhir				
No.	Judul Buku Ajar	Tahun	Jumlah Halaman	Penerbit
1.	Kalkulus Lanjutan ISBN : 978-979-98964-7-6	2009	92	FST Press Yogyakarta
2.	Pengantar Reversible Jump MCMC dan Aplikasinya ISBN : 978-979-1334-30-0	2010	75	FST Press Yogyakarta
3.	Pengantar Statistika Teknik dan Bisnis ISBN : 978-979-505-213-8	2011	230	Muara Indah Bandung
4.	Statistika Matematika ISBN : 978-602-989-196-6	2012	130	MIPA Press Yogyakarta

5.	Analisis Runtun Waktu ISBN : 978-602-17339-4-3	2013	62	JPMIPA Press Yogyakarta

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggung jawabkan secara hukum. Dan apabila dikemudian hari ternyata dijumpai ketidak sesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima resikonya.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi persyaratan sebagai salah satu syarat pengajuan hibah penelitian fundamental.

Yogyakarta, 5 November 2015

Pengusul,

Dr. Suparman, M.Si., DEA

BIODATA ANGGOTA PENELITI

A. Identitas Diri

1.	Nama Lengkap (dengan gelar)	Drs. Abdul Taram, M.Si.
2.	Jenis Kelamin	L
3.	Jabatan Fungsional	Lektor Kepala
4.	NIY	60900070
5.	NIDN	0505035801
6.	Tempat dan Tanggal Lahir	Indramayu, 5 Maret 1958
7.	E-mail	taromahmad@yahoo.com
8.	Nomor Telepon /HP	0818268305
9.	Alamat Kantor	Kampus 3 UAD Jl. Prof. Dr. Soepomo, SH Yogyakarta
10.	Nomor Telepon/Faks	0274 563515 / 0274 564604
11.	Lulusan yang Telah Dihasilkan	S-1 = 72 orang
12	Mata Kuliah yang Diampu	1. Statistika Elementer 2. Teori Peluang 3. Analisis Runtun Waktu 4. Analiis Desain dan Eksperimen

	S1	S2
Nama Perguruan Tinggi	IKIP Muhammadiyah	UGM
Bidang Ilmu	Pendidikan Matematika	Matematika
Tahun Masuk-Lulus	1982 – 1988	1994-1997
Judul Skripsi/Tesis/Disertasi	Studi Komparasi Proses Belajar Mengajar dengan Cara Belajar Siswa Aktif (CBSA) dengan Non-CBSA terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa Sekolah Menengah Ekonomi Atas (SMEA) N 3 Gowongan Yogyakarta Tahun Ajaran 1988/1989.	Estimasi Maksimum Likelihood untuk Model Analisis Runtun Waktu
Nama Pembimbing/Promotor	Prof.Drs.Hirdjan.	Prof.Dr.H.Zanzawi Soejoeti, M.Sc.

B. Pengalaman Penelitian Dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jml (Juta Rp)
1	2007	Identifikasi Orde dan Penaksiran Parameter Model AR untuk Data Deret Berkala Menggunakan Algoritma Simulated Annealing	Fundamental	27,5
2	2011	Pemilihan Model dan Estimasi Parameter Bayesian Hirarki untuk Model Subset ARMA Menggunakan Algoritma Reversible Jump Simulated Annealing MCMC	Kopertis V	1,5

C. Publikasi Artikel Ilmiah Dalam Jurnal 5 Tahun Terakhir

No.	Judul Artikel Ilmiah	Nama Jurnal	Volume/ Nomor
1.	Pemilihan model dan estimasi parameter bayesian hirarki untuk model subset arma menggunakan algoritma reversible jump simulated annealing MCMC.	Jurnal Admathedu	Vol. 1 / No. 2 Hal 115-142 Tahun 2011

D. Pemakalah Seminar Ilmiah dalam 5 tahun Terakhir

No.	Nama Pertemuan Ilmiah / Seminar	Judul Artikel Ilmiah	Waktu dan Tempat
1.	The 2nd International Conference on Green Wold in Business and Technology	The Effectifeness of Mathematics learning With Quiz Seen from The Point of View of Learning Time in The Achievement of Student Study Performace Grade VIII Semester of II SMP 2 Kasihan Regency Of Bantul Year 2009/2010	23 Maret 2013 Yogyakarta

E. Karya Buku dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Judul Buku Ajar	Tahun	Jumlah Halaman	Penerbit
1.	Teori Peluang ISBN : 978-602-17339-5-0	2013	96	JPMIPA Press Yogyakarta

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggung jawabkan secara hukum. Dan apabila dikemudian hari ternyata dijumpai ketidak sesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima resikonya.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi persyaratan sebagai salah satu syarat pengajuan hibah penelitian fundamental.

Yogyakarta, 5 November 2015

Pengusul,

Drs. Abdul Taram, M.Si.

BIODATA ANGGOTA PENELITI

I. DATA DIRI

1. Nama : **Ishafit, Drs., M.Si.**
2. NIY : **60910098**
3. NIDN : **0501026201**
4. Sertifikat Pendidik : **091235211188**
5. NBM : **1201-6287-600.749**
6. Tempat dan Tanggal Lahir : Situbondo, 1 Februari 1962
7. Agama : Islam
8. Jenis Kelamin : Laki-laki
9. Status Kepegawaian : Tetap Yayasan
10. Jenis Kepegawaian : Edukatif
11. Pengangkatan jadi karyawan :
    a. Terhitung mulai tanggal : 1 Juli 1991
    b. Berdasar Surat Keputusan : Badan Pembina UAD
    c. No. dan Tgl. SK : 23/BP/1991, 24 Juni 1991
    d. Ijazah dasar pengangkatan : Sarjana S1 (Pendidikan Fisika)
12. Golongan dan Ruang Gaji : **PembinaI/IV-a**
    TMT : **1 Januari 2014**
    Kepmendikbud RI Nomor: 4486/A4.3/KP/2014
13. Jabatan/Kedudukan : **Lektor Kepala**
    TMT : **1 Juni 2009**
14. Alamat :
    a. Jalan/Kampung/Dusun : Sambirejo KG II/59-B RT: 05, RW: 01
    b. Kelurahan : Prenggan
    c. Kecamatan : Kotagede
    d. Kabupaten/Kotamadya : Yogyakarta, Kode POS: 55172
    e. Propinsi : Daerah Istimewa Yogyakarta
    f. Telepon : (0274) 7494728 ; HP : 08122786356
    g. e-mail : **hafit@uad.ac.id ; hafit_uad@yahoo.com**
    h. Web/Blog : **http://blog.uad.ac.id/hafit_uad**

II. RIWAYAT PENDIDIKAN

No	Jenjang Pendidikan	Nama/Tempat Sekolah/PT	Bidang Ilmu	Tgl. Lulus	Tempat, tgl. Penerbitan Ijazah	Nomor Ijazah
1.	SD	SDN Situbondo	-	1974	Situbondo, 31-12-1974	XIII A a 089460
2.	SLTP	SMP PGRI Situbondo	-	1977	Situbondo, 01-12-1977	XIII B b 53689
3.	SLTA	SMAN Situbondo	IPA	1981	Situbondo, 25-04-1981	04 Ocoh 0069894
4.	PT (S1)	IKIP Muh. Yogyakarta	Pend. Fisika	29-12-1990	Yogyakarta, 29-12-1990	001/Fis/S1/X/1990
5.	PT (S2)	UGM Yogyakarta	Fisika	31-09-2000	Yogyakarta, 25-09-2002	1157/M.Si./00
6.	PT (S3)	UNY	Pend. Sains			

III. RIWAYAT PEKERJAAN/JABATAN STRUKTURAL

No.	Pekerjaan	Tahun	Instansi
1	Dosen Tetap (Bidang Fisika Pendidikan)	1992- sekarang)	IKIP Muh.Yogyakarta (Univ. Ahmad Dahlan)
2	Sekretaris Prgram Studi Pendidikan Fisika	1992-1994	IKIP Muh.Yogyakarta (Univ. Ahmad Dahlan)
3	Ketua Program Studi Pendidikan Fisika	1995-2000	Univ. Ahmad Dahlan
4	Pembantu Dekan II FMIPA dan Kaprodi Pendidikan Fisika	2001-2003	Univ. Ahmad Dahlan
5	Kepala BAA (Periode I) dan Kaprodi Pendidikan Fisika	2003-2006	Univ. Ahmad Dahlan
6	Kepala BAA (Periode II) dan Kaprodi Pendidikan Fisika	2007- 2008	Univ. Ahmad Dahlan
7	Dekan FKIP	2008-2012	Univ. Ahmad Dahlan

IV. KARYA AKADEMIK/ILMIAH

A. Buku/Diktat/Media

No	Judul Karya	Jenis	Tahun
1	Optika Geometri dan Optika Fisis	Buku Panduan Praktikum	1996
2	Pemrograman Komputer Basica	Buku Panduan Praktikum	1996
3	Pemrograman Komputer I	Diktat Kuliah	1997
4	Pemrograman Komputer II	Diktat Kuliah	1997
5	Analisis Data Pengukuran Fisika	Diktat Kuliah	1998
6	Fisika Dasar I	Handout Kuliah	2005
7	Fisika Dasar II	Handout Kuliah	2005
8	OHT Fisika Dasar	Media Slide	2005
9	OHT Eksperimen Fisika	Media Slide	2005
10	Eksperimen Fisika	Handout Kuliah	2007

B. Karya Ilmiah (Publikasi)

1. **Ishafit**, 1992, *Prosiding Pertemuan Ilmiah VII HFIY*, Penggunaan Komputer Pribadi untuk Percobaan Ayunan Matematis dan Penyerapan Cahaya, Prosiding Pertemuan Ilmiah VII HFIY, IKIP Muhammadiyah, Yogyakarta.

2. **Ishafit,** 1992, *Jurnal Al-Qalam Edisi 17 November* , Metode Monte Carlo dalam Analisis Distribusi Potensial Listrik Bidang Dua Dimensi, IKIP Muhammadiyah Yogyakarta. ISSN 0852.3657

3. **Ishafit**, 1993, *Jurnal Al-Qalam Edisi 20* September, Komputasi Frekuensi Pribadi Getaran Mekanik Tiga Derajat Kebebasan dengan Metode Matriks, IKIP Muhammdiyah Yogyakarta. ISSN 0852.3657

4. **Ishafit**, 1994, *Prosiding Pertemuan Ilmiah XII*, Program Komputer Regresi untuk Analisis Data Eksperimental Fisika, Himpunan Fisika Indonesia Cabang Jateng dan DIY (1 Agustus 1994, UGM Yogyakarta).

5. **Ishafit,** 1994, *Jurnal Al-Qalam Edisi 23* Agustus, Penolakan Hasil Pengukuran dengan Hukum Kesalahan Normal dan Kriteria Chauvenet, IKIP Muhammdiyah Yogyakarta. ISSN 0852.3657

6. **Ishafit**, 1998, *Jurnal Al-Qalam Edisi 32-33 April-Agustus*, Program Komputer SLOP untuk Unfolding Spektrum Energi Neutron, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta. ISSN 0852.3657

7. **Ishafit**, Kusminarto, dan Darsono, 1998, Prosidiing Simposium Nasional HFI, Sistem Spektrometri Neutron Cepat dengan Sintilator Organik NE-213, UGM Yogyakarta, 8-10 Desember.

8. **Ishafit,** Kusminarto, dan Darsono, 1998, *Jurnal Fisika Indonesia*, Program Komputer Unfolding untuk Spektroskopi Neutron Cepat, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta. Nomor 7, Volume II, Edisi September. ISSN 1410-2994.

9. **Ishafit** dan Agustiansyah, 2002, *Prosiding Semnas Fisika dan Aplik*asinya (22 April 2002), Tes Pemahaman Grafik Kinematika, ITS, Surabaya.

10. Nanang Suwondo, R. Oktova, dan **Ishafit,** 2002, *Prosiding Semnas Fisika dan Aplik*asinya (22 April 2002), Simulasi Gerak Brown Satu Dimensi dengan Metode Monte Carlo, ITS Surabaya.

11. Nanang Suwondo dan **Ishafit,** 2002, *Jurnal Fisika* (Suplemen Prosiding) Vol. B5 No. 15111, Perancangan Sistem Pengukur Amplitudo dan Frekuensi Sinyal dengan Algoritma FFT Berbasis PC, Himpunan Fisika Indonesia.

12. Alfiani Muslikhah dan **Ishafit**, 2002, *Jurnal Fisika* (Suplemen Prosiding) Vol. B5 No. 15111, Prediksi Waktu Perebusan Telor Melalui Penyelesaian Pendekatan dan Persamaan Perpindahan Panas, Himpunan Fisika Indonesia. ISSN 0854-3046.

13. Retnowati dan **Ishafit**, 2002, *Jurnal Fisika* (Suplemen Prosiding) Vol. B5 No. 15111, Interpertasi Fisika Klasik dan Kuantum terhadap Pembiasan Cahaya, Himpunan Fisika Indonesia. ISSN 0854-3046.

14. **Ishafit**, 2002, *Jurnal Fisika* (Suplemen Prosiding) Vol. B5 No. 15111, Pemanfaatan Potensi MS-Excel dalam Pendidikan Fisika, Himpunan Fisika Indonesia. ISSN 0854-3046.

15. Wawan Angkasawan, Muchlas, dan **Ishafit**, 2002, Jurnal FORUM MIPA Vol. 1 No. 2 (ISSN 1412-4211), Perancangan Alat Penentu Tanggapan Frekuensi Sistem Elektronik dengan Antarmuka Printer Port, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta.

16. Margi Sasono dan **Ishafit,** 2003, *Prosiding Semnas Fisika*, Simulasi Matlab GUI Pengukuran Perubahan Frekuensi Doppler Ultrasonik Pada Obyek yang Bergerak, UNNES, Semarang.

17. Alfiani Muslikhah dan **Ishafit**, 2003, *Prosiding Semiloka Fisika Nasional* (25 Januari 2003), Karakterisasi Daya Keluaran dan Faktor Pengisian (Fill Factor) Sel Surya, UNESA, Yogyakarta.

18. **Ishafit,** Dewi Fitri Astuti, dan Johar Burhanuddin, 2003, *Prosiding Semiloka Fisika Nasional* (25 Januari 2003), Penentuan Konstanta Planck dengan LED, UNESA, Yogyakarta.

19. Retnowati, Kasmah Harwati, dan **Ishafit**, 2003, *Prosiding Semiloka Fisika Nasional* (25 Januari 2003), Penentuan Kostanta Boltzman dengan Transistor NPN, UNESA, Yogyakarta.

20. **Ishafit**, Letitia Rahayu, dan Nanang Suwondo, 2003, *Prosiding Semnas Fisika & Aplikasinya*, Simulasi Difraksi Fresnel Berbasis FFT dengan Matlab, ITS (22 September 2003), Surabaya, ISBN 979-97932-0-3.

21. Alfiani Muslikhah, R. Oktova, dan **Ishafit,** 2004, *Prosiding Semnas Penelitian dan Penerapan MIPA*, Simulasi Numerik Persamaan Schrodinger Bebas Waktu untuk Osilasi Harmonik Satu Dimensi, FMIPA UNY, Yogyakarta, Agustus 2004.

22. Alfiani Muslikhah, R. Oktova, dan **Ishafit,** 2004, *Prosiding Semnas XX HFI*, Aplikasi Matlab untuk Penyelesaian Numerik Persamaan Schrodinger untuk Sumur Potensial Kotak Berkedalaman Berhingga Satu Dimensi, HFI (UNRI Pekanbaru Riau, Agustus 2004).

23. Retnowati, R. Oktova, dan **Ishafit**, 2004, *Jurnal FORUM MIPA Vo. 3 No. 2*, Pengaruh Cacah Titik Kisi Terhadap Ketelitian Perhitungan Numerik Distribusi Suhu Pada Konduksi Kalor Plat Bujur Sangkar dengan Metode Selisih Hingga, FMIPA, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta. ISSN 1412-4211.

24. Eka Nirwana, **Ishafit,** dan Supriyadi, 2005, Proceedings 3rd Kentingan Physics Forum, Survei Pemahaman Konsep Pokok Bahasan Optika Geometrik Pada Siswa Kelas X SMA Negeri 8 Yogyakarta Tahun Ajaran 2004/2005, Physics Department Sebelas Maret University Surakarta IND0NESIA, September 24. ISBN 979-97651-1-0.

25. **Ishafit**, 2005, *Prosiding Seminar Nasional XXIII HFI*, Video Based Laboratory (VBL) Sebagai Media Pengembangan Keterampilan Interpretasi Grafik Kinematika, Himpunan Fisika Indonesia Cabang Jateng dan DIY (UST 09 April 2005), Yogyakarta. ISSN 0853-0823.

26. **Ishafit**, 2006, *Prosiding Seminar Nasional Pembelajaran MIPA yang Menarik dan Menantang*, Inovasi Pembelajaran Fisika dengan Video Based Laboratory (VBL) (Contoh Kasus Pembelajaran Gerak Harmonik Sederhana), UKSW, Salatiga ,28 Januari, ISBN 978-3585-48-X.

27. **Ishafit,** 2006, *Jurnal MIPA EDUKATIKA*, Vol. 1, No. 1 Nov. 2006, Pencocokan Data ke Polinomial Pangkat dan Legendre dengan Matlab, ISSN 1907-7521.

28. **Winarti,** dan Ishafit, 2007, *Pemanfaatan Perangkat Lunak Video Analisis Tracker Dalam Eksperimen Fisika: Analisis Energetika untuk Kasus Tumbukan*, Prosiding Seminar Nasional "Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA" tanggal 25 Agustus 2007 di FMIPA UNY Yogyakarta, (ISBN 978-979-99314-2-9).

29. **Ishafit,** Khairil Anwar, dan Moh. Toifur, 2008, *Pengukuran Frekuensi Tangga Nada Instrumen Musik dengan Sistem Microcom-puter Based Laboratory*, Prosiding Seminar Nasional "Sains dan Pendi-dikan" tanggal 12 Januari 2008 di UKSW Salatiga (ISBN 979-9458-13-7).

30. Winarti, R. Oktova, dan **Ishafit,** 2008, *Pemanfaatan Program Matlab sebagai Pendukung Penentuan Distribusi Suhu untuk Konduksi Kalor Dua Dimensi pada Kuliah Termodinamika*, Prosiding Seminar Nasional "Sains dan Pendi-dikan" tanggal 12 Januari 2008 di UKSW Salatiga (ISBN 979-9458-13-7).

31. Hendro Kusworo, **Ishafit**, dan Winarti, 2008, Eksperimen Konstanta Planck Menggunakan Perangkat Lunak Physics Education Technology (PhET), Prosiding Seminar Nasional "Sains dan Pendi-dikan", 12 Januari 2008 di UKSW Salatiga (ISBN 979-9458-13-7).

32. **Ishafit**, 2008, *Inovasi Pembelajaran Eksperimen Fisika Berbasis Teknologi Multimedia*, Prosiding Seminar Nasional Fisika dan Pendidikan Fisika, tanggal 5 Mei 2008 di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta (ISBN 978-979-3812-15-1).

33. **Ishafit,** 2010, Eksperimen Efek Doppler dari Sumber Bunyi Bergerak Lurus dengan Sistem Multimedia Based Laboratory, Prosiding Seminar Nasional Fisika, Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Semarang, 2 Oktober 2010 (ISBN: 978-602-97835-0-6).

34. Arif Rahman Aththibby dan **Ishafit**, 2011, Perancangan Media Pembelajaran Fisika Berbasis Animasi Komputer untuk Sekolah Menengah Atas Pokok Bahasan Hukum Newton Tentang Gerak, Prosiding Seminar Nasional: Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA, tanggal 14 Mei 2011, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta (ISBN: 978-979-99314-5-0).

35. Nova Amalia Latif, Muchlas, dan **Ishafit**, 2011, Pengembangan e-Laboratory untuk Praktikum Elektronika pada Mahasiswa Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, Prosiding Seminar Nasional: Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA, tanggal 14 Mei 2011, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta (ISBN: 978-979-99314-5-0).

36. Okimustava**, Ishafit**, dan Muh. Toifur, 2011, *Pengaruh Cooperative Learning terhadap Prestasi Belajar Siswa dalam Pokok Bahasan Hukum Ohm*, Makalah pada Prosiding Seminar Nasional Fisika dan Pendidikan Fisika, tanggal 15 Mei 2011 di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta (ISBN 978-602-97178-7-7).

37. Rizki Agung dan **Ishafit**, 2012, Penentuan Konstanta Planck Menggunakan LED Berbasis Microcomputer Based Laboratory, Makalah Pertemuan Ilmiah HFI Jateng-DIY di UM Purworejo,14 April 2012.

38. Nuryanto dan **Ishafit**, 2012, Pengaruh Penggunaan Media Gambar Model-Model Rangkaian Hambatan Terhadap Peningkatan Hasil Belajar Fisika pada Konsep Hambatan Seri Paralel Kelas IX SMP Negeri 40 Purworejo , Makalah Pertemuan Ilmiah HFI Jateng-DIY di UM Purworejo,14 April 2012.

39. Purborini, **Ishafit**, dan Fatkhulloh, 2012, Pengembangan Alat Praktikum Fisika Materi Elastisitas untuk Siswa SMA, Makalah Pertemuan Ilmiah HFI Jateng-DIY di UM Purworejo,14 April 2012.

40. **Ishafit**, 2012, Teknologi Informasi dan Komunikasi dalam Pembelajaran Fisika: Komputerisasi Eksperimen Bunyi Berbasis Soundcard Laptop, Makalah Seminar Nasional Fisika 09 Juni 2012, Universitas Negeri Jakarta.

41. Femila A. N, Irnin A.D.A, Tunut R, dan **Ishafit**, Penentuan Percepatan Gravitasi Bumi dengan Eksperimen Terkomputerisasi pada Benda Jatuh Bebas, Malakah pada Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Fisika dan Fisika, tanggal 24 Juni 2012 di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta (ISBN 978-979-19438-2-6).

42. Muh. Nur Akiyat, A. Hinduan, dan **Ishafit**, Penerapan Strategi Model Pembelajaran Kooperatif/Inovatif Tipe Student Team Achivement Divisions (STAD) dalam Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Fisika Konsep Fluida Statis Kelas XI IPA SMA Negeri di Kecamatan Lamongan Kabupaten Lamongan, Makalah pada Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Fisika dan Fisika, tanggal 24 Juni 2012 di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta (ISBN 978-979-19438-2-6).

43. Muh. Zaini, A. Hinduan, dan **Ishafit**, Penerapan Model Pembelajaran Teknik *JIGSAW* Tipe II untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa pada Materi Alat-Alat Optik, Makalah pada Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Fisika dan Fisika, tanggal 24 Juni 2012 di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta (ISBN 978-979-19438-2-6).

44. Hapizan, dan **Ishafit**, Pengembangan Media Pembelajaran Fisika Pokok Bahasan Gelombang untuk Sekolah Menengah Atas Menggunakan Microsoft Excel, Makalah pada Prosiding Seminar Nasioanal Fisika, tanggal 6 Oktober 2012, Universitas Negeri Semarang (ISBN 978-602-97835-2-0).

45. Dandan Luhur Saraswati, Widodo, dan **Ishafit**, Pengembangan Modul Praktikum Fisika Dasar Berbasis Inquiry Learning terhadap Pemahaman Konsep dan Minat Belajar Mahasiswa, , Makalah pada Prosiding Seminar Nasioanal Fisika, tanggal 6 Oktober 2012, Universitas Negeri Semarang (ISBN 978-602-97835-2-0).

46. Irnin Agustina Dwi Astuti, Thoha Firdaus, dan **Ishafit,** Pemetaan Kandungan CO_2 di Kota Yogyakarta Ditinjau dari Tingkat Keramaian Kendaraan Bermotor dan Kondisi Lingkungan, Makalah pada Seminar Nasional Quantum 2013, Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, **2 Juni 2013**.

47. Purwadi dan **Ishafit**, Pemodelan Gerak Parabola yang Dipengaruhi Hambatan Udara (Drag) Serta Spin Efek Magnus Bola dengan Program Modellus dan Excel, Makalah pada Seminar Nasional Quantum 2013, Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, **2 Juni 2013**.

48. Rumiyanti dan **Ishafit**, 2013, Pengaruh Media Interaktif Berbasis Kelas Maya Terhadap Motivasi dan Hasil Belajar Siswa Materi Hukum Newton Tentang Gerak, Makalah Seminar Nasioanal Sains dan Pendidikan Sains 2013, Program Studi Pendidikan Fisika, FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo, 30 November 2013.

C. Karya Ilmiah (Laporan Penelitian/Non-Publikasi)

1. **Ishafit, 1993**, ***Karakteristik Alat Ukur Kuat Penerangan dengan Transduser Resistor Peka Cahaya (LDR) dan Komputer Probadi, Laporan Penelitian***, Dilaksanakan atas Biaya dari Anggaran Pendapatan dan Belanja IKIP Muhammadiyah Yogyakarta.

2. **Ishafit, 1994**, ***Penerapan Metode Monte Carlo pada Penyelesaian Persamaan Laplaca tentang Konduksi Panas untuk Bidang Dua Dimensi, Laporan Penelitian***, Dilaksanakan atas Biaya dari Anggaran Pendapatan dan Belanja IKIP Muhammadiyah Yogyakarta.

3. **Ishafit, 1995,** Eksperimen tentang Penerapan Hukum Radiasi Stefan pada Lampu Pijar Listrik Komersial, Makalah Seminar Akademik Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta.

4. **Ishafit, 1996**, ***Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) dalam Tinjauan Filosofik dan Didaktik***, Makalah Tugas Akhir Matakuliah Filsafat dan Didaktik Fisika, Program Studi Fisika, Program Pasca Sarjana, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.

5. **Ishafit, 1998,** ***Studi tentang Pembuatan dan Penerapan Program Komputer "Unfolding" Metode Kuadrat Terkecil dalam Spektroskopi Neutron Cepat***, *Laporan Penelitian, Dilaksanakan atas bantuan dana dari Kopertis Wilayah V Yogyakarta Tahun Anggaran 1997/1998.*

6. **Ishafit, 1998**, ***Unfolding Spektrum Sintilasi dalam Spektrum Sintilasi dalam Spektrum Neutron***, Laporan Penelitian, Dilaksanakan atas Biaya dari Anggaran Pendapatan dan Belanja Universitas Ahmad Dahlan.

7. **Ishafit, 1999**, ***Penyusunan Spektrometer Neutron Berbasis Sintilator NE-213***, Laporan Penelitian, Dilaksanakan atas Biaya dari Anggaran Pendapatan dan Belanja Universitas Ahmad Dahlan.

8. **Ishafit, 1999,** ***Penerapan Metode Monte Carlo pada Penyelesaian Persamaan Laplace tentang Konduksi Panas dalam Ruang Tiga Dimensi***, Makalah Seminar Akademik Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta.

9. **Ishafit**, **2009**, Pengembangan Teknik Eksperimen Doppler Berbasis Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) untukPembelajaran Fisika, Laporan Penelitian, dilaksanakan atas biaya dari Anggaran Pendapatan dan Belanja Universitas Ahmad Dahlan.

D. *Teaching Grant*

Inovasi Pembelajaran Eksperimen Fisika Berbasis Teknologi Multimedia, Program Peningkatan Mutu Penyelenggaraan Kegiatan Akademik Hibah Kompetisi A1, Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta, 2007.

V. PENGABDIAN PADA MASYARAKAT

1. Penataran Komputer Guru-guru SMA Muhammadiyah se DIY, IKIP Muhammadiyah Yogyakarta, **24-29 Februari 1992.**

2. Kursus Afdruk Foto Generasi Muda Desa Gading Sari (incidental), Kecamatan Sanden, Bantul, **22 Agustus 93.**

3. Penataran Komputer kepada Guru dan Karyawan SD Muhammadiyah Gendeng Yogyakarta, IKIP Muhammadiyah, **5 Januari 1994**.

4. Pelatihan Penggunaan Alat Peraga IPA SD (Peserta : Guru Kelas IV, V, dan VI), Lab. SLTP Muhammadiyah I Minggir Sleman, **24 Okt. 2001**.

5. Diklat Kualifikasi Guru SLTP Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta Mata Pelajaran Fisika (in service I), BPG-UAD, **3-5 September 2003.**

6. Diklat Kualifikasi Guru SLTP Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta Mata Pelajaran Fisika (in service II), BPG-UAD, **29 Sep.s.d. 05 Okt.2003**.

7. Diklat Kualifikasi Guru SLTP Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta Mata Pelajaran Fisika (in service III), BPG-UAD, **17 s.d. 20Okt. 2003.**

8. Diklat Kualifikasi Guru SLTP Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta Mata Pelajaran Fisika (in service IV), BPG-UAD, **08-14 Desember 2003**.

9. Pendidikan dan Pelatihan: Laboratorium Sains bagi Guru SLTP dan MTs Dinas Kabupaten Kulonprogo, UAD, **Juli-Desember 2004**.

10. Ceramah dan Demonstrasi tentang : Pengenalan Microcomputer Based Laboratory (MBL), SMP N 2 Piyungan, **04 Desember 2004.**

11. Pelatihan Multimedia untuk Implementasi KBK, SMA 2 Playen Gunung Kidul, **24 Desember 200**4.

12. Deseminasi Pemanfaatan Media Pembelajaran (Multimedia Based Learning), SMP PGRI Kasihan Bantul Yogya, **28 November 2005**.

13. Inhouse Training (IHT): Desiminasi Pemanfaatan Laboratorium Komputer dan Bahasa sebagai Media Pembelajaran bagi Guru-guru IPA Gombong, SMA Muh. Gombong Kebumen, **17 Desember 2005**.

14. Workshop Pengembangan Praktikum Fisika SMU, Lab Fisika Univ. Ahmad Dahlan, **24 Februari 2007**.

15. Workshop Pengembangan Model dan Media Pembelajaran, Kampus II Univ. Ahmad Dahlan, **28 Juni 2007**.

16. Pendidikan dan Pelatihan Profesi Guru (PLPG): Penyusunan RPP, P4TK Matematika Yogyakarta, **9 Januari 2008**.

17. Workshop Multimedia Pendidikan, Kecamatan Turi Sleman Yogyakarta, **16 Feb. 2008.**

18. Pelatihan Penggunaan Multimedia Based Laboratory untuk Guru Fisika: Menciptakan Suasana yang Menarik dan Menyenangkan pada Pelajaran Fisika, SMA Muhammadiyah Purwodadi Jawa Tengah, **14 Februari 2009**.

19. Workhop Pengembangan Bahan Ajar Bebasis ICT Guru-guru SMA Negeri Rowokele Kebumen Jawa Tengah, **1 Juni 2009.**

20. Penyaji pada tentang ICT dalam Pembelajaran Fisika pada acara Kunjungan Studi Banding MGMP Kab/Kota Semarang di Kampus III Universitas Ahmad Dahlan, **Sabtu 8 Agustus 2009**,

21. Nara Sumber (Penyaji) Materi ToT Guru Pemandu MGMP SMA Mata Pelajaran Fisika In Service 2 Angkatan 1, LPMP Jawa Tengah Semarang, t**anggal 8-9 September 2009**.

22. Nara Sumber (Penyaji) Materi ToT Guru Pemandu MGMP SMA Mata Pelajaran Fisika In Service 2 Angkatan 2, LPMP Jawa Tengah Semarang, **tanggal 13-14 September 2009**.

23. Nara Sumber (Penyaji) Materi ToT Guru Pemandu MGMP SMA Mata Pelajaran Fisika In Service 2 Angkatan 3, LPMP Jawa Tengah Semarang**, tanggal 29 Oktober 2009**.

24. Nara Sumber (Penyaji) Pelatihan ICT untuk Pembelajaran Fisika, Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Fisika Kabupaten dan Kota Tegal, SMA Negeri I Slawi Kab. Tegal, **Sabtu 12 Desember 2009**.

25. Nara Sumber (Penyaji) Pelatihan ICT untuk Pembelajaran Fisika, Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Fisika Kabupaten dan Kota Tegal, SMA Negeri I Slawi Kab. Tegal, Sabtu **12 Desember 2009.**

26. Penyaji tentang ICT dalam Pembelajaran Sains (Biologi) pada acara ***Field Trip*** Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Biologi Kab. Kebumen, di Laboratorium Biologi Universitas Ahmad Dahlan, **Selasa 22 Desember 2009**

27. Penyaji tentang ICT dalam Pembelajaran Fisika pada Acara Studi Tour MGMP Fisika Kab. Demak di Kampus III dan Lab. Teknologi Pembelajaran Sains (LTPS) Universitas Ahmad Dahlan, **Sabtu, 9 Januari 2010**.

28. Penyaji tentang ICT dalam Pembelajaran Fisika pada Acara Studi Tour MGMP Fisika Kab. Kudus di Lab. Teknologi Pembelajaran Sains (LTPS) Kampus III Universitas Ahmad Dahlan, **Sabtu**, **25 September 2010**.

29. Penyaji (Nara Sumber) pada Workshop Teknologi Pembelajaran di Auditorium SMK Negeri 2 Kasihan Bantul, **Jum'at, 17 Desember 2010**.

30. **Pemateri** pada Workshop Pengajaran Fisika Eksperimen Berbasis ICT untuk Guru Fisika MGMP Fisika Kabupaten Banjarnegara di SMK Negeri 2 Bawang Banjarnegara, **Kamis, 3 Maret 2011**.

31. **Pemateri** pada Workshop Guru tentang Pembelajaran Fisika berbasis IT, yang diselengarakan oleh Himpunan Mahasiswa Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta, **tanggal 8 Mei 2011**.

32. **Nara Sumber** pada Acara Diseminasi Peralatan IT utuk Guru-Guru MIPA, di SMA Negeri 1 Kebumen, **tanggal 29 Mei 2011**.

33. **Nara Sumber** pada Workshop Inovasi Pembelajaran Berbasis ICT, Program Kerja RSMABI di SMA Negeri 2 Madiun, **tanggal 24 September 2011**.

34. **Pemateri** pada Pelatihan Pemanfaatan TIK dalam Pembelajaran Fisika SMA pada Forum Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) Fisika Kabupaten Kulon Progo di MAN 1 Wates tanggal **5 November 2011**.

35. **Pemateri** pada Workshop Pembelajaran Fisika Berbasis ICT sebagai Wujud Kolaborasi Sains dan Teknologi pada Guru Fisika MGMP Fisika SMA dan SMK Purbalingga di SMAN 2 Purbalingga, **Sabtu tanggal 25 Februari 2012.**

36. **Pemateri** pada Workshop Pengembangan Kompetensi Teknologi Informasi dan Komunikasi Gurus Sains Muhammadiayah Yogyakarta, diselenggarakan oleh Majelis Dikdasmen Pimpinan Daerah Muhammadiyah Yogyakarta, di SMP Muhammadiyah 3 Yogyakarta, **Senin, 25 Juni 2012**

37. **Pemateri** pada Workshop Peranan ICT begi Pengembangan Pembelajaran Fisika dan Eksperimen Fisika bagi Guru Fisika dalam MGMP DIY, yang diselenggaran oleh Program Studi Magister Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, **Ahad, 15 Juli 2012.**

38. **Pemateri** pada Pelatihan Eksperimen Sains Berbasis Komputer (ESBK) pada Guru Sains SMP, yang diselenggarakan oleh Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan di Lab Teknologi Pembelajaran Sains, **Sabtu, 3 Oktober 2012.**

39. **Pemateri** pada Pelatihan Media Pembelajaran yang diselenggarakan oleh MGMP Fisika SMA/MA Kabupaten Cilacap kerjasama dengan KKN Reguler Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan periode XLIII, di SMAN 3 Cilacap, **Sabtu, 9 Februari 2013**.

40. **Pemateri** pada Workshop Pembelajaran Fisika "Pemodelan Fisika dengan Modellus untuk Pembelajaran Kinematika" bagi Guru Fisika SMA dan SMP, dilaksanakan oleh Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Ahmad Dahlan, **Ahad, 26 Mei 2013.**

41. **Pemateri** pada Workshop Implementasi Kurikulum 2013 melalui kegiatan Eksperimen Fisika Berbasis IT, MGMP IPA SMP Kabupaten Blitar, di SMPN 1 Wlingi Blitar, Sabtu,**19 Oktober 2013.**

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggung jawabkan secara hukum. Dan apabila dikemudian hari ternyata dijumpai ketidak sesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima resikonya.

Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya untuk memenuhi persyaratan sebagai salah satu syarat pengajuan hibah penelitian fundamental.

Yogyakarta, 5 November 2015
Pengusul,

Drs. Ishafit, M.Si.

Lampiran 2 : Program Komputer

```
% Program komputer untuk membuat data bermodel regresi linier per potongan
clear all
clc
n=250;
tet0=[1 50 100 150 n]';
k0=length(tet0)-1;
sig0=unifrnd(1,2,k0,1);
bet0=unifrnd(-2,2,k0,2);
x=[1:1:n]';
y=zeros(n,1);
for i=1:k0
   for j=tet0(i)+1:tet0(i+1)
      y(j)=bet0(i,1)+bet0(i,2)*j+normrnd(0,sig0(i));
   end;
end;
plot(x,y)
hold
z=zeros(n,1);
for i=1:k0
   for j=tet0(i)+1:tet0(i+1)
      z(j)=bet0(i,1)+bet0(i,2)*j;
   end;
end;
plot(x,z,'-')
xlabel('Variable X')
ylabel('Variable Y')
save data20150602 x y k0 tet0 bet0 sig0
```

```
% Program komputer untuk menghitung galat kuadrat
function [jk_galat] = jkg(x,y,bet,b_bawah,b_atas);
n = b_atas-b_bawah;
galat = y(b_bawah+1:b_atas)-ones(n,1).*bet(1)-x(b_bawah+1:b_atas).*bet(2);
jk_galat = sum(galat.^2);
```

```
% Program komputer untuk menghitung penaksir kuadrat terkecil
function [bet,sig] = lse(y,x,tet);
k = length(tet)-1;
% Penaksir LSE untuk beta
bet = zeros(k,2);
sig = zeros(k,1);
for i=1:k,
   aa = tet(i);
   bb = tet(i+1);
   n = bb-aa;
   mx = [ones(bb-aa,1) x(aa+1:bb)];
   bet(i,:) = (pinv(mx'*mx)*mx'*y(aa+1:bb))';
   jk_galat = jkg(x,y,bet(i,:),aa,bb);
   sig(i) = jk_galat/n;
end;
```

```
% Program komputer untuk menghitung transformasi kelahiran/kematian
function [proba] = dikti2015geser(y,x,beti,betj,sigi,sigj,kmaks,teti,tetj,j,waktu);
```

```
n = length(y);
k = length(teti)-1;
z = tetj(j);
[astar1,bstar1] = ab(y,x,betj(j-1,:),tetj(j-1),z);
[astar2,bstar2] = ab(y,x,betj(j,:),z,tetj(j+1));
[apolos1,bpolos1] = ab(y,x,beti(j-1,:),teti(j-1),teti(j));
[apolos2,bpolos2] = ab(y,x,beti(j,:),teti(j),teti(j+1));
log_y = gammaln(astar1)+gammaln(astar2)-gammaln(apolos1)-
gammaln(apolos2)+apolos1*log(bpolos1)+apolos2*log(bpolos2)-astar1*log(bstar1)-astar2*log(bstar2);
log_k = log(1);
log_pos = [log(z-teti(j-1))-log(teti(j)-teti(j-1))]+[log(teti(j+1)-z)-log(teti(j+1)-teti(j))];
log_koe = log(1);
logp = log_y + log_k + log_pos + log_koe;
logq = log(1);
proba = logp + logq;
%proba = logp/waktu + logq;


% Program komputer untuk menghitung transformasi pergeseran
function [proba] = dikti2015geser(y,x,beti,betj,sigi,sigj,kmaks,teti,tetj,j,waktu);
n = length(y);
k = length(teti)-1;
z = tetj(j);
[astar1,bstar1] = ab(y,x,betj(j-1,:),tetj(j-1),z);
[astar2,bstar2] = ab(y,x,betj(j,:),z,tetj(j+1));
[apolos1,bpolos1] = ab(y,x,beti(j-1,:),teti(j-1),teti(j));
[apolos2,bpolos2] = ab(y,x,beti(j,:),teti(j),teti(j+1));
log_y = gammaln(astar1)+gammaln(astar2)-gammaln(apolos1)-
gammaln(apolos2)+apolos1*log(bpolos1)+apolos2*log(bpolos2)-astar1*log(bstar1)-astar2*log(bstar2);
log_k = log(1);
log_pos = [log(z-teti(j-1))-log(teti(j)-teti(j-1))]+[log(teti(j+1)-z)-log(teti(j+1)-teti(j))];
log_koe = log(1);
logp = log_y + log_k + log_pos + log_koe;
logq = log(1);
proba = logp + logq;
%proba = logp/waktu + logq;


% Program komputer untuk menghitung menghitung estimasi model regresi linier per potongan
clear all
clc
% Data
%load data20150602 x y k0 tet0 bet0 sig0
%n = length(y);
n=250;
tet0=[1 100 150 200 n]';
k0=length(tet0)-1;
sig0=unifrnd(0,0.5,k0,1);
bet0=unifrnd(-1,1,k0,2);
x=[1:n]';
y=zeros(n,1);
for i=1:k0
  for j=tet0(i)+1:tet0(i+1)
    y(j)=bet0(i,1)+bet0(i,2)*j+normrnd(0,sig0(i));
  end;
end;
```

```
% Inisialisasi parameter
k = 1;
teti = [1 n];
% Probabilitas pemilihan transformasi
% Iterasi
byk_iterasi = input ('byk_iterasi = ')
kmaks = 7;
waktu = 10;
%vteti = zeros(kmaks+1,byk_iterasi);
vteti = [];
vk =zeros(kmaks,1);
for i = 1:byk_iterasi,
  if round(i/10) == i/10
    waktu = waktu*(0.995);
  else
    waktu = waktu;
  end;
  % Estimasi Koefisien dan Galat dgn LSE
  [beti,sigi] = lse(y,x,teti);
  % Tahap 1: Update hiperparameter
  lamd = betarnd(k+1/2,kmaks-k+1/2);
  % Tahap 2: Simulasi k dan parameter
  % Pemilihan transformasi
  u = rand;
  if (u < 1/3) & (k < kmaks),
    j = unidrnd(k);
    if (teti(j+1)-teti(j))>5,
      z = teti(j)+unidrnd(teti(j+1)-teti(j)-1);
      if ((z-teti(j))>3) & ((teti(j+1)-z)>3) & (k<kmaks),
        tetj = zeros(1,k+2);
        tetj(1:j) = teti(1:j);
        tetj(j+1) = z;
        tetj(j+2:k+2) = teti(j+1:k+1);
        [betj,sigj] = lse(y,x,tetj);
        [proba] = dikti2015lahir(y,x,beti,betj,sigi,sigj,kmaks,teti,tetj,j,waktu);
        if log(rand) < proba
          k = k+1;
          teti = tetj;
          beti = betj;
        else
          k = k;
          teti = teti;
          beti = beti;
        end;
      else
        k = k;
        teti = teti;
        beti = beti;
      end;
    else
      k = k;
      teti = teti;
      beti = beti;
    end;
  elseif (u < 2/3) & (k > 1),
    j = 1+unidrnd(k-1);
```

```
    tetj = zeros(1,k);
    tetj(1:j-1) = teti(1:j-1);
    tetj(j:k) = teti(j+1:k+1);
    [betj,sigj] = lse(y,x,tetj);
    % kematian adalah invers dari kelahiran. Mati sama dengan lahir dari k-1 ke k
    [proba] = dikti2015lahir(y,x,betj,beti,sigj,sigi,kmaks,tetj,teti,j-1,waktu);
    if log(rand) < proba
      k = k-1;
      teti = tetj;
      beti = betj;
    else
      k = k;
      teti = teti;
      beti = beti;
    end;
  elseif (u < 3/3) & (k > 1),
    j = 1+unidrnd(k-1);
    z = teti(j-1)+unidrnd(teti(j+1)-teti(j-1)-1);
    if ((z-teti(j-1))>3) & ((teti(j+1)-z)>3),
      tetj = teti;
      tetj(j) = z;
      [betj,sigj] = lse(y,x,tetj);
      [proba] = dikti2015geser(y,x,beti,betj,sigi,sigj,kmaks,teti,tetj,j,waktu);
      if log(rand) < proba
        k = k;
        teti = tetj;
        beti = betj;
      else
        k = k;
        teti = teti;
        beti = beti;
      end;
    else
      k = k;
      teti = teti;
      beti = beti;
    end;
  end;
  %lamd
  %k
  teti
  %beti
  %sigi
  %waktu
  if (i >0.2*byk_iterasi),
    vk(k) = vk(k)+1;
    if (k == 4),
      vteti = [vteti teti'];
    end;
  end;
end;
[tet0 mean(vteti,2)]
```

Lampiran 3 : Publikasi Ilmiah (Jurnal AdMathEdu Vol.3 No.1, Juni 2014, ISSN : 2088-687X), naskah dalam status sudah terbit.

METODE REVERSIBLE JUMP MARKOV CHAIN MONTE CARLO UNTUK ESTIMASI BAYESIAN DALAM MODEL REGRESI LINEAR PER POTONGAN

Suparman, Abdul Taram
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UAD
Jl. Prof. Dr. Soepomo, SH. Janturan Yogyakarta
suparmancict@yahoo.co.id

ABSTRAK

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sangat fleksibel untuk memodelkan data. Jika model regresi linear per potongan dicocokkan terhadap data, maka umumnya parameternya tidak dketahui. Tulisan ini mengkaji masalah penaksiran parameter model regresi linear per potongan.

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter regresi linear per potongan adalah Metode Bayesian. Namun Penaksir Bayes tidak dapat ditemukan secara analitik. Untuk mengatasi masalah tersebut diusulkan Algoritma Reversible Jump MCMC. Algoritma Reversible Jump MCMC menghasilkan Rantai Markov yang distribusi limitnya konvergen menuju distribusi posterior dari parameter model regresi linear per potongan.

Penaksir Bayes untuk parameter model regresi linear per potongan diperoleh dengan Rantai Markov tersebut.

Kata Kunci : Regresi linear per potongan, Penaksir Bayesian, Reversible jump MCMC.

ABSTRACT

Piecewise linear regression models is very flexible models for modeling the data. If the piecewise linear regression models matched against the data, then the parameters are generally not known. This paper examines the problem of picewise linear regression model parameter estimation.

The method used to estimate the parameters of picewise linear regression is Bayesian method. But the Bayes estimator can not be found analytically. To overcome these problems the proposed Reversible Jump MCMC Algorithm. Reversible Jump MCMC Algorithm generates the Markov chain converges to the limit distribution of the posterior distribution of the parameters of picewise linear regression models.

Bayes estimator for the parameters of picewise linear regression models obtained by the Markov chain.

Keywords : Piecewise linear regression models, Bayesian estimator, Reversible jump MCMC

Lampiran 4 : Pembicara pada Pertemuan Ilmiah (Seminar Nasional Riset Inovatif II, 21-22 November 2014, Bali), makalah dalam status sudah terbit dalam bentuk prosiding.

Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo

Estimasi Bayesian dalam Model Regresi Linear per Potongan

Suparman [1*], Abdul Taram [2]

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta, Indonesia[1]*

Email : suparmancict@yahoo.co.id

Abstrak

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sangat fleksibel untuk memodelkan data. Jika model regresi linear per potongan dicocokkan terhadap data, maka umumnya parameternya tidak dketahui. Tulisan ini mengkaji masalah penaksiran parameter model regresi linear per potongan. Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter regresi linear per potongan adalah Metode Bayesian. Namun Penaksir Bayes tidak dapat ditemukan secara analitik. Untuk mengatasi masalah tersebut diusulkan Algoritma Reversible Jump MCMC. Algoritma Reversible Jump MCMC menghasilkan Rantai Markov yang distribusi limitnya konvergen menuju distribusi posterior dari parameter model regresi linear per potongan.

Kata kunci: Regresi, Bayesian, MCMC

Abstract

The method used to estimate the parameters of picewise linear regression is Bayesian method. But the Bayes estimator can not be found analytically. To overcome these problems are proposed the Reversible Jump MCMC Algorithm. Reversible Jump MCMC Algorithm generates the Markov chain converges to the limit distribution of the posterior distribution of the parameters of picewise linear regression models. Bayes estimator for the parameters of piecewise linear regression models obtained by the Markov chain.

Keywords : Regression, Bayesian, MCMC

1. Pendahuluan

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sering digunakan dalam berbagai bidang. Dalam bidang ekologi, model regresi linear per potongan digunakan untuk memodelkan hubungan antara suhu organisme dan suhu eksternal (Meunier, 2014). Dalam bidang ekonometri, model regresi linear linear per potongan digunakan untuk modelisasi pemberian komisi (Gujarati, 1978). Dalam bidang demografi, model regresi lineaar per potongan dapat digunakan untuk modelisasi pertumbuhan populasi manusia atas berbagai periode waktu yang berbeda. Sebagai contoh, selama suatu interval waktu populasi menunjukkan pertumbuhan linear namun pada periode waktu yang lain menunjukkan pertumbuhan linear yang lain.

Jika model regresi linear konstan per potongan dicocokkan terhadap data, maka umumnya parameter model tidak diketahui. Mengingat begitu banyak model regresi linear konstan per potongan, di sini akan dibatasi pada model regresi linear konstan per potongan dengan galat berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2 di mana σ^2 adalah parameter.

Regresi linear per potongan dari variabel terikat y_t terhadap variabel bebas x_t untuk $t = 1, 2, \cdots, n$ dapat dituliskan dalam persamaan berikut :

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1^{(k)} + \beta_1^{(k)} x_t + z_t & \tau_0^{(k)} < t \le \tau_1^{(k)} \\ \alpha_2^{(k)} + \beta_2^{(k)} x_t + z_t & \tau_1^{(k)} < t \le \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ \alpha_k^{(k)} + \beta_k^{(k)} x_t + z_t & \tau_{k-1}^{(k)} < t \le \tau_k^{(k)} \end{cases}$$

dengan $\tau_0^{(k)} = 0$, $\tau_k^{(k)} = n$ dan

$$z_t \sim N(0, \sigma_1^{2(k)}) \quad \tau_0^{(k)} \le t < \tau_1^{(k)}$$
$$z_t \sim N(0, \sigma_2^{2(k)}) \quad \tau_1^{(k)} \le t < \tau_2^{(k)}$$
$$\vdots$$
$$z_t \sim N(0, \sigma_k^{2(k)}) \quad \tau_{k-1}^{(k)} \le t < \tau_k^{(k)}$$

Dalam persamaan di atas :

a) k menyatakan banyaknya titik ambang
b) $\tau_0^{(k)}, \tau_1^{(k)}, \cdots, \tau_k^{(k)}$ menyatakan titik-titik ambang yang bersesuaian,
c) $\alpha_0^{(k)}, \cdots, \alpha_k^{(k)}$ dan $\beta_0^{(k)}, \beta_1^{(k)}, \cdots, \beta_k^{(k)}$ menyatakan koefisien regresi,
d) $\sigma_1^{2(k)}, \sigma_2^{2(k)}, \cdots, \sigma_k^{2(k)}$ menyatakan variansi galat.

Jika θ menyatakan parameter model regresi linear di atas, maka

$$\theta = \left(k, \tau_1^{(k)}, \cdots, \tau_k^{(k)}, \alpha_1^{(k)}, \cdots, \alpha_k^{(k)}, \beta_1^{(k)}, \cdots, \beta_k^{(k)}, \sigma_1^{2(k)}, , \cdots, \sigma_k^{2(k)}\right)$$

Misalkan $x_1, x_2, \cdots, x_n$ merupakan sampel random yang diambil dari suatu populasi yang bermodel regresi linear konstan per potongan. Berdasarkan sampel random tersebut, permasalahan utama adalah bagaimana cara mengestimasi parameter θ. Dalam paper ini, metode Bayesian digunakan untuk mengestimasi parameter θ. Kajian mengenai Metode Bayesian dapat ditemukan diberbagai literatur, misalnya Robert (2001). Namun fungsi kemungkinan untuk parameter θ mempunyai bentuk yang sangat rumit sehingga penaksir parameter θ tidak dapat ditentukan secara analitik. Untuk mengatasi masalah tersebut, dalam penelitian ini digunakan Algoritma Reversible Jump MCMC (Green, 1995)..

2. Metode

Penelitian dimulai dengan mengkaji berbagai pustaka terkait dengan regresi linear konstan per potongan. Di samping itu, dikaji juga fungsi kemungkinan maksimum, distribusi prior, distribusi posterior, dan metode reversible jump MCMC.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Fungsi Kemungkinan

Untuk $i = 1, 2, \cdots, k$, oleh karena z_t berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $\sigma_i^{2(i)}$ untuk $\tau_{i-1}^{(i)} < t < \tau_i^{(i)}$, maka fungsi kepadatan dari z_t berbentuk

$$f(z_t | \ \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(i)}}} \right) \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(i)}} z_t^2$$

Kajian mengenai fungsi kemungkinan dapat ditemukan dalam berbagai literatur, misalnya Bain and Engelhardt (1992). Sehingga untuk $z_i = (z_{\tau_{i-1}^{(i)}+1}, \cdots, z_{\tau_i^{(i)}})$ fungsi kepadatan gabungan dari z_i dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(z_i | \ \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}} \right)^{\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)}} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} z_t^2$$

Dengan menggunakan transformasi variabel $y_t = \alpha_t^{(k)} + \beta_t^{(k)} x_t + z_t$, maka diperoleh $z_t = y_t - \alpha_t^{(k)} + \beta_t^{(k)} x_t$ dan $\frac{dz_t}{dy_t} = 1$. Sehingga fungsi kepadatan dari y_i dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(y_i | \ \alpha_i^{(i)}, \beta_i^{(i)}, \sigma_i^{2(i)}) = \left(2\pi\sigma_i^{2(k)}\right)^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

Akhirnya fungsi kemungkinan maksimum untuk $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ dapat dituliskan sebagai berikut

$$L(y | \ \theta) = \prod_{i=1}^{k} \prod_{t=\tau_{i-1}^{(k)}+1}^{\tau_i^{(k)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

atau

$$L(y | \ \theta) = \prod_{i=1}^{k} \left\{ (2\pi\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})} \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \right\}$$

3.2 Distribusi Prior

Untuk mendapatkan distribusi posterior, terlebih dahulu ditentukan distribusi prior untuk parameter

$$\theta = (k, \tau^{(k+1)}, \alpha^{(k)}, \beta^{(k)}, \sigma^{2(k)}),$$

dengan cara sebagai berikut :

$$\pi(k) = C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1-\lambda)^{k_{maks}-k}$$

untuk $k = 1, 2, \cdots, k_{maks}$

$$\pi(\tau^{(k)} | \, k) = \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\pi(\alpha^{(k)} | \, k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2} \alpha_i^2$$

$$\pi(\beta^{(k)} | \, k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2} \beta_i^2$$

$$\pi(\sigma^{2k)} | \, k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2} (\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

Namun timbul permasalahan baru yaitu adalah dengan hadirnya hiperparameter $\varphi = (\lambda, c, d, a, b)$ dalam distribusi prior di atas. Selanjutnya hiperparameter φ dipandang sebagai suatu variabel acak dengan distribusi tertentu, yaitu:

$$\pi(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda} \qquad \pi(c) \propto \frac{1}{c}$$

$$\pi(a) \propto \frac{1}{a} \qquad \pi(b) \propto \frac{1}{b}$$

Misalkan $\pi(\theta, \varphi)$ menyatakan distribusi prior untuk (θ, φ). Karena $\pi(\theta | \, \varphi) = \frac{\pi(\theta, \varphi)}{\pi(\varphi)}$ maka distribusi prior untuk (θ, φ) dapat ditentukan sebagai berikut

$$\pi(\theta, \varphi) = \pi(\theta | \, \varphi) \pi(\varphi)$$

atau

$$\pi(\theta, \varphi) \propto C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1-\lambda)^{k_{maks}-k} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2} \alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2} \beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2} (\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{c} \frac{1}{a} \frac{1}{b}$$

3.3 Distribusi Posterior

Misalkan $\pi(\theta, \varphi | \, y)$ merupakan distribusi posterior untuk (θ, φ). Dengan menggunakan Teorema Bayes, maka distribusi posterior untuk parameter (θ, φ) dapat dinyatakan sebagai hasil kali fungsi kemungkinan dan distribusi prior

$$\pi(\theta, \varphi | \, y) \propto f(y | \, \theta) \pi(\theta, \varphi)$$

$$\propto f(y | \, \theta) \pi(\theta, \varphi) \; \pi(\theta | \, \varphi) \pi(\varphi)$$

$$\propto \prod_{i=1}^{k} \Big\{ (\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \Big\}$$

$$C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1-\lambda)^{k_{maks}-k} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2} \alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2} \beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2} (\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{c} \frac{1}{a} \frac{1}{b}$$

3.4 Reversible Jump MCMC

Misalkan $M(\theta, \varphi)$. Secara umum, metode MCMC merupakan suatu metode sampling dengan cara membuat rantai Markov homogen $M_1, M_2, \cdots, M_m$ yang memenuhi sifat aperiodik dan irreduktibel (Robert and Casella, 1999) sedemikian hingga $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak yang berdistribusi $\pi(\theta, \varphi | \, y)$. Dengan demikian $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat digunakan untuk menaksir parameter M. Untuk merealisasikan hal tersebut, diadopsi Algoritma Gibbs (Robert and Casella, 1999) yang terdiri dari dua tahap :

(1) Simulasi distribusi $\pi(\theta, \varphi | \, y)$

(2) Simulasi distribusi $\pi(\theta,\varphi|\ y)$.

Distribusi $\pi(\theta,\varphi|\ y)$ mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga Agoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(\theta,\varphi|\ y)$. Sebaliknya, distribusi $\pi(\theta,\varphi|\ y)$ tidak mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga simulasi eksak tidak mungkin dilakukan. Penyelesaiannya menggunakan Algoirtma Hibrida yang terdiri dari tiga tahap sebagai berikut:

(2.1) Simulasi $\pi(k,\tau^{(k)}|\ \varphi,y)$

(2.2) Simulasi $\pi(\sigma^{2(k)}|\ k,\tau^{(k)},\varphi,y)$.

Karena k tidak diketahui maka algoritma MCMC biasa tidak bisa digunakan untuk membuat suatu simulasi distribusi $\pi(k,\tau^{(k)}|\ \varphi,y)$. Sebagai gantinya, digunakan Algoritma Reversible Jump MCMC untuk membuat simulasi distribusi $\pi(k,\tau^{(k)}|\ \varphi,y)$. Kajian mengenai aplikasi Algoritma Reversible Jump MCMC dapat ditemukan diberbagai literatur, misalnya *Suparman et al.* (2002), Suparman (2008), Suparman (2009), Suparman (2010a), Suparman (2010b) dan Suparman (2010c). Sebaliknya distribusi

$$\pi(\sigma^{2(k)}|\ k,\tau^{(k)},\varphi,y)$$

mempunyai bentuk eksplisit, sehingga Algoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat suatu simulasi distribusi

$$\pi(\sigma^{2(k)}|\ k,\tau^{(k)},\varphi,y)$$

4. Kesimpulan

Dalam penelitian ini dikaji estimasi parameter model regresi linear konstan per potongan. Jika banyaknya regresi diketahui, maka estimasi parameter dapat dilakukan dengan Metode Markov Chain Monte Carlo. Namun dalam penelitian ini, banyaknya regresi tidak diketahui. Dengan kata lain, banyaknya regresi juga merupakan variabel. Sehingga Metode Markov Chain Monte Carlo tidak dapat digunakan. Penggantinya digunakan Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo.

5. Ucapan Terima Kasih

Kegiatan penelitian ini tidak akan dapat berjalan baik tanpa dukungan dana dari Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal pendidikan Tinggi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, yang telah memberikan dana hibah penelitian melalui skema Penelitian Fundamental Tahun 2014 dengan Surat Kontrak Penelitian No. PF.02/LPP-UAD/V/2014. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas bantuan dana hibah penelitian tersebut.

6. Daftar Pustaka

Gujarati, D. 1978. *Ekonometrika Dasar*, Erlangga, Jakarta.

Green, P.J. 1995. Reversible Jump MCMC Computation and Bayesian Model Determination. *Biometrika*, Vol. 82, pp. 711-732.

Meunier, C.L., Malzahn, A.M., Boersma, M. 2014 A New Approach to Homeostatisc Regulation: Towards a Unified View of Physiological and Ecological Concepts. *Plos ONE*, Vol. 9 Issue 9, pp. 1-7.

Robert, C.P. 2001. *The Bayesian Choice : A Decision-Theory Motivation*, Springer, New York.

Robert, C.P. and Casella, G. 1999. *Monte Carlo Statistical Methods*, Springer, New York.

Suparman, Doisy, M., and Tourneret, J.Y. 2002. Changepoint Detection using Reversible Jump MCMC Methods, *Proceedings of the IEEE ICASSP*, pp. 1569-1573.

Suparman. 2008. Pemilihan Model Bayesian Hirarki Dalam Model ARMA Menggunakan Algoritma *Reversible Jump* MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 10, No. 2, Hal 66-76.

Suparman. 2009. Estimator Bayesian Hirarki untuk Parameter Model Sinyal Multiplikatif Menggunakan Algoritma MCMC Hibrida, *Prosiding Seminar Nasional Teknologi V*, Buku 8, Hal. 41-47.

Suparman. 2010a. Segmentasi Bayesian Hirarki untuk Model MA Inversiblel Konstan Sepotong demi Sepotong Berbasis Algoritma Reversibel Jump MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 11, No. 1, Hal 9-15.

Suparman. 2010b. Inferensi Bayesian Hirarki untuk Model AR Stasioner Konstan per Segmen Menggunakan Algoritma *Reversible Jump* MCMC, *Jurnal Kadikma*, Vol. 2, No 1, Hal 81-95.

Suparman, 2010c. *Pengantar Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo dan Aplikasinya*, Penerbit UTY, Yogyakarta.

Pendahuluan

Model regresi linear per potongan merupakan model yang sering digunakan dalam bidang ekonometri dan demografi. Dalam bidang ekonometri, model regresi linear linear per potongan digunakan untuk modelisasi pemberian komisi. Sebagai contoh, suatu perusahaan memberikan komisi pada petugas penjualannya. Perusahaan tadi membayar komisi yang didasarkan pada penjualan dengan cara sedemikian rupa sehingga sampai suatu tingkat tertentu, yang disebut ambang ada satu struktur komisi dan selewat di atas tadi struktur komisi lainnya (Gujarati, 1978). Dalam bidang demografi, model regresi lineaar per potongan dapat digunakan untuk modelisasi pertumbuhan populasi manusia atas berbagai periode waktu yang berbeda. Sebagai contoh, selama suatu interval waktu populasi menunjukkan pertumbuhan linear namun pada periode waktu yang lain menunjukkan pertumbuhan linear yang lain.

Jika model regresi linear konstan per segmen dicocokkan terhadap data, maka umumnya parameter model tidak diketahui. Mengingat begitu banyak model regresi linear konstan per potongan, di sini akan dibatasi pada model regresi linear konstan per potongan dengan galat berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2 di mana σ^2 adalah parameter.

Regresi linear per potongan dari variabel terikat y_t terhadap variabel bebas x_t untuk $t = 1,2,\cdots,n$ dapat dituliskan dalam persamaan stokastik berikut :

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1^{(k)} + \beta_1^{(k)} x_t + z_t & \tau_0^{(k)} < t \le \tau_1^{(k)} \\ \alpha_2^{(k)} + \beta_2^{(k)} x_t + z_t & \tau_1^{(k)} < t \le \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ \alpha_k^{(k)} + \beta_k^{(k)} x_t + z_t & \tau_{k-1}^{(k)} < t \le \tau_k^{(k)} \end{cases}$$

dengan $\tau_0^{(k)} = 0$, $\tau_k^{(k)} = n$ dan

$$\begin{array}{ll} z_t \sim N(0,\sigma_1^{2(k)}) & \tau_0^{(k)} \le t < \tau_1^{(k)} \\ z_t \sim N(0,\sigma_2^{2(k)}) & \tau_1^{(k)} \le t < \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ z_t \sim N(0,\sigma_k^{2(k)}) & \tau_{k-1}^{(k)} \le t < \tau_k^{(k)} \end{array}$$

Dalam persamaan di atas : (a) k menyatakan banyaknya titik ambang, (b) $\tau_0^{(k)},\tau_1^{(k)},\cdots,\tau_k^{(k)}$ menyatakan titik-titik ambang yang bersesuaian, (c) $\alpha_1^{(k)},\cdots,\alpha_k^{(k)}$ dan $\beta_1^{(k)},\cdots,\beta_k^{(k)}$ menyatakan koefisien regresi, (d) $\sigma_1^{2(k)},\sigma_2^{2(k)},\cdots,\sigma_k^{2(k)}$ menyatakan variansi galat. Jika θ menyatakan parameter model regresi linear di atas, maka

$$\theta = \left(k, \tau_1^{(k)},\cdots,\tau_k^{(k)},\alpha_1^{(k)},\cdots,\alpha_k^{(k)},\right.$$
$$\left.\beta_1^{(k)},\cdots,\beta_k^{(k)},\sigma_1^{2(k)},,\cdots,\sigma_k^{2(k)}\right)$$

Misalkan $x_1, x_2, \cdots, x_n$ merupakan sampel random yang diambil dari suatu populasi yang bermodel regresi linear konstan per potongan. Berdasarkan sampel random tersebut, permasalahan utama adalah cara mengestimasi parameter θ. Parameter θ diestimasi dengan menggunakan Metode Bayesian. Kajian mengenai Metode Bayesian dapat ditemukan diberbagai literatur, misalnya Robert (2001). Estimasi parameter dengan menggunakan Metode Bayesian tidak dapat ditentukan secara analitik karena fungsi kemungkinan untuk parameter θ mempunyai bentuk yang rumit. Untuk mengatasi masalah tersebut, dalam penelitian ini digunakan Algoritma Reversible Jump MCMC (Green, 1995).

Metode Penelitian

Penelitian dimulai dengan mengkaji berbagai pustaka terkait dengan regresi linear konstan per potongan. Di samping itu, dikaji juga fungsi kemungkinan maksimum, distribusi prior, distribusi posterior, dan metode reversible jump MCMC.

Hasil dan Pembahasan

Fungsi Kemungkinan Maksimum

Untuk $i = 1, 2, \cdots, k$, oleh karena z_t berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $\sigma_i^{2(i)}$ untuk $\tau_{i-1}^{(i)} < t \le \tau_i^{(i)}$, maka fungsi kepadatan dari z_t adalah

$$f(z_t | \ \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(i)}}} \right) \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(i)}} z_t^2$$

Kajian mengenai fungsi kemungkinan dapat ditemukan dalam berbagai literatur, misalnya Bain and Engelhardt (1992). Sehingga untuk $z_i = (z_{\tau_{i-1}^{(i)}+1}, \cdots, z_{\tau_i^{(i)}})$ fungsi kepadatan gabungan dari z_i

$$f(z_i | \ \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}} \right)^{\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)}}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} z_t^2$$

Dengan menggunakan transformasi variabel $y_t = \alpha_t^{(k)} + \beta_t^{(k)} x_t + z_t$, maka

$$z_t = y_t - \alpha_t^{(k)} - \beta_t^{(k)} x_t \qquad \text{dan} \qquad \frac{dz_t}{dy_t} = 1 .$$

Sehingga fungsi kepadatan dari y_i adalah

$$f(y_i | \ \alpha_i^{(i)}, \beta_i^{(i)}, \sigma_i^{2(i)}) = \left(2\pi\sigma_i^{2(k)}\right)^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

Akhirnya fungsi kemungkinan maksimum untuk $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$

$$L(y | \ \theta) = \prod_{i=1}^{k} \ \prod_{t=\tau_{i-1}^{(k)}+1}^{\tau_i^{(k)}} \ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

atau

$$L(y | \ \theta) = \prod_{i=1}^{k} \ \Big\{ \ (2\pi\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \ \Big\}$$

Distribusi Prior

Untuk mendapatkan distribusi posterior, maka terlebih dahulu ditentukan distribusi prior untuk parameter $\theta=(k,\tau^{(k+1)},\alpha^{(k)},\beta^{(k)},\sigma^{2(k)})$, sebagai berikut :

$\pi(k)=C_k^{k_{maks}}\lambda^k(1-\lambda)^{k_{maks}-k}$ untuk $k=1,2,\cdots,k_{maks}$

$$\pi(\tau^{(k)}|\ k)=\frac{(2k+1)!}{n^{2k}}\frac{1}{2^k}\prod_{i=1}^k\ (\tau_i-\tau_{i-1})$$

$$\pi(\alpha^{(k)}|\ k)=\prod_{i=1}^k\ \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}}\exp-\frac{1}{2a^2}\alpha_i^2$$

$$\pi(\beta^{(k)}|\ k)=\prod_{i=1}^k\ \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}}\exp-\frac{1}{2b^2}\beta_i^2$$

$$\pi(\sigma^{2k)}|\ k)=\prod_{i=1}^k\ \frac{a}{2}(\sigma_i^{2(i)})^{-2}\exp-\frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

Persoalan yang timbul, diantaranya munculnya hiperparameter $\varphi=(\lambda,c,d,a,b)$ dalam distribusi prior di atas. Selanjutnya hiperparameter φ dipandang sebagai suatu variabel acak dengan distribusi tertentu, yaitu:

$$\pi(\lambda)\propto\frac{1}{\lambda}\qquad\pi(c)\propto\frac{1}{c}$$

$$\pi(a)\propto\frac{1}{a}\qquad\pi(b)\propto\frac{1}{b}$$

Misalkan $\pi(\theta,\varphi)$ menyatakan distribusi prior untuk (θ,φ). Karena $\pi(\theta|\ \varphi)=\frac{\pi(\theta,\varphi)}{\varphi}$ maka distribusi prior untuk (θ,φ) dapat ditentukan sebagai berikut

$$\pi(\theta,\varphi)=\pi(\theta|\ \varphi)\pi(\varphi)$$

atau

$$\pi(\theta,\varphi)\propto C_k^{k_{maks}}\lambda^k(1-\lambda)^{k_{maks}-k}\ \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\frac{1}{2^k}\prod_{i=1}^k\ (\tau_i-\tau_{i-1})$$

$$\prod_{i=1}^k\ \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}}\exp-\frac{1}{2a^2}\alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^k\ \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}}\exp-\frac{1}{2b^2}\beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^k\ \frac{a}{2}(\sigma_i^{2(i)})^{-2}\exp-\frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda}\ \frac{1}{c}\,\frac{1}{a}\,\frac{1}{b}$$

Distribusi Posterior

Misalkan $\pi(\theta,\varphi|\ y)$ merupakan distribusi posterior untuk (θ,φ). Dengan menggunakan Teorema Bayes, maka distribusi posterior untuk parameter (θ,φ) dapat dinyatakan sebagai hasil kali fungsi kemungkinan dan distribusi prior

$$\pi(\theta,\varphi|\ y)\propto f(y|\ \theta)\pi(\theta,\varphi)$$
$$\propto f(y|\ \theta)\pi(\theta,\varphi)\ \pi(\theta|\ \varphi)\pi(\varphi)$$

$$\propto\prod_{i=1}^k\ \{\ (\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)}-\tau_{i-1}^{(k)})}$$
$$\exp-\frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}}\sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}}\ (y_t-\alpha_i^{(k)}-\beta_i^{(k)}x_t)^2\ \ \}$$
$$C_k^{k_{maks}}\lambda^k(1-\lambda)^{k_{maks}-k}\ \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$
$$\frac{1}{2^k}\prod_{i=1}^k\ (\tau_i-\tau_{i-1})$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2} \alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2} \beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2} (\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \quad \frac{1}{c} \frac{1}{a} \frac{1}{b}$$

Metode Reversible Jump MCMC

Misalkan $M = (\theta, \varphi)$. Secara umum, metode MCMC merupakan suatu metode sampling dengan cara membuat rantai Markov homogen $M_1, M_2, \cdots, M_m$ yang memenuhi sifat aperiodik dan irreduktibel (Robert and Casella, 1999) sedemikian hingga $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak yang berdistribusi $\pi(\theta, \varphi | \ y)$. Dengan demikian $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat digunakan untuk menaksir parameter M. Untuk merealisasikan hal tersebut, diadopsi Algoritma Gibbs (Robert and Casella, 1999) yang terdiri dari dua tahap : (1) Simulasi distribusi $\pi(\varphi | \ \theta, y)$ dan (2) Simulasi distribusi $\pi(\theta | \ \varphi, y)$.

Distribusi $\pi(\varphi | \ \theta, y)$ mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga Agoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(\varphi | \ \theta, y)$. Sebaliknya, distribusi $\pi(\theta | \ \varphi, y)$ tidak mempunyai bentuk eksplisit. Sehingga simulasi eksak tidak mungkin dilakukan. Penyelesaiannya menggunakan Algoirtma Hibrida yang terdiri dari tiga tahap sebagai berikut : (2.1) Simulasi $\pi(k, \tau^{(k)} | \ \varphi, y)$ dan (2.2) Simulasi $\pi(\sigma^{2(k)} | \ k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$. Karena k tidak diketahui maka Algoritma MCMC biasa tidak bisa digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(k, \tau^{(k)} | \ \varphi, y)$. Sebagai gantinya digunakan Algoritma Reversible Jump MCMC untuk membuat simulasi distribusi $\pi(k, \tau^{(k)} | \ \varphi, y)$. Kajian mengenai aplikasi Algoritma Reversible Jump MCMC dapat ditemukan diberbagai literatur, misalnya *Suparman et al.* (2002), Suparman (2008), Suparman (2009), Suparman (2010a), Suparman (2010b) dan Suparman (2010c). Sebaliknya distribusi $\pi(\sigma^{2(k)} | \ k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$ mempunyai bentuk eksplisit, sehingga $\pi(\sigma^{2(k)} | \ k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$ Algoritma Gibbs dapat digunakan untuk membuat simulasi distribusi $\pi(\sigma^{2(k)} | \ k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$.

Kesimpulan

Dalam penelitian ini dikaji estimasi parameter model regresi linear konstan per potongan. Jika banyaknya regresi diketahui, maka estimasi parameter dapat dilakukan dengan Metode Markov Chain Monte Carlo. Namun dalam penelitian ini, banyaknya regresi tidak diketahui. Dengan kata lain, banyaknya regresi juga merupakan variabel. Sehingga Metode Markov Chain Monte Carlo tidak dapat digunakan. Penggantinya digunakan Metode Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo.

Ucapan Terima Kasih

Kegiatan penelitian ini tidak akan dapat berjalan baik tanpa dukungan dana dari Direktorat Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal pendidikan Tinggi Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, yang telah memberikan dana hibah penelitian melalui skema Penelitian Fundamental Tahun 2014 dengan Surat Kontrak Penelitian No. PF.02/LPP-UAD/V/2014. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas bantuan dana hibah penelitian tersebut.

Pustaka

Bain, L.J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Duxbury Press, California.

Gujarati, D. 1978. *Ekonometrika Dasar*, Erlangga, Jakarta.

Green, P.J. 1995. Reversible Jump MCMC Computation and Bayesian Model Determination. *Biometrika*, Vol. 82, pp. 711-732.

Robert, C.P. 2001. *The Bayesian Choice : A Decision-Theory Motivation*, Springer, New York.

Robert, C.P. and Casella, G. 1999. *Monte Carlo Statistical Methods*, Springer, New York.

Suparman, Doisy, M., and Tourneret, J.Y. 2002. Changepoint Detection using Reversible Jump MCMC Methods, *Proceedings of the IEEE ICASSP*, pp. 1569-1573.

Suparman. 2008. Pemilihan Model Bayesian Hirarki Dalam Model ARMA Menggunakan Algoritma *Reversible Jump* MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 10, No. 2, Hal 66-76.

Suparman. 2009. Estimator Bayesian Hirarki untuk Parameter Model Sinyal Multiplikatif Menggunakan Algoritma MCMC Hibrida, *Prosiding Seminar Nasional Teknologi V*, Buku 8, Hal. 41-47.

Suparman. 2010a. Segmentasi Bayesian Hirarki untuk Model MA Inversiblel Konstan Sepotong demi Sepotong Berbasis Algoritma Reversibel Jump MCMC, *Jurnal Eksakta*, Vol. 11, No. 1, Hal 9-15.

Suparman. 2010b. Inferensi Bayesian Hirarki untuk Model AR Stasioner Konstan per Segmen Menggunakan Algoritma

Reversible Jump MCMC, *Jurnal Kadikma*, Vol. 2, No 1, Hal 81-95.

Suparman, 2010c. *Pengantar Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo dan Aplikasinya*, Penerbit UTY, Yogyakarta.

ISSN: 2088-687X

Computer Technology and Application 6 (2015) 1-
doi: 10.17265/1934-7332/2015.01.003

Lampiran 5 : Publikasi Ilmiah (Journal of Computer Technology and Application), naskah dalam status sudah terbit.

Bayesian Segmentation of Piecewise Linear Regression Models Using Reversible Jump MCMC Algorithm

Suparman[1] and Michel Doisy[2]

1. Department of Mathematical Education, Ahmad Dahlan University, Yogyakarta 55161, Indonesia

2.Ecole Nationale Superieure d'Electronique, d'Electrotechnique, d'Informatique, d'Hydraulique et des telecommunications, Toulouse 31071, France

Abstract: Piecewise linear regression models are very flexible models for modeling the data. If the piecewise linear regression models are matched against the data, then the parameters are generally not known. This paper studies the problem of parameter estimation of piecewise linear regression models. The method used to estimate the parameters of picewise linear regression models is Bayesian method. But the Bayes estimator can not be found analytically. To overcome these problems, the reversible jump Marcov Chain Monte Carlo algorithm is proposed. Reversible jump MCMC algorithm generates the Markov chain converges to the limit distribution of the posterior distribution of the parameters of picewise linear regression models. The resulting Markov chain is used to calculate the Bayes estimator for the parameters of picewise linear regression models.

Key words: Piecewise linear regression models, hierarchical bayesian, reversible jump MCMC.

1. Introduction

Piecewise linear regression models are a model that is often used in many fiels. For example, it is used in the field of econometrics [1], geophysics [2], health [3], and ecology [4]. In the field of econometrics, piecewise linear regression models used to model the commission. For example, a company pays a commission to the sales clerk. The company was paid a commission based on the sales in a way such that up to a certain level, called the threshold one and after a commission structure on top of earlier structures commissions.

If the piecewise linear regression models are matched against the data, then the model parameters are generally unknown. There are many piecewise linear regression models. In this paper, the error distribution for each piece will be assumed has the gaussian distribution with mean 0 and variance σ^2.

For $t = 1, 2, \cdots, n$, let y_t be a dependet variable and let x_t be independent variable. Then the piecewise linear regression models can be written in the following equation:

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1^{(k)} + \beta_1^{(k)} x_t + z_t & \tau_0^{(k)} < t \le \tau_1^{(k)} \\ \alpha_2^{(k)} + \beta_2^{(k)} x_t + z_t & \tau_1^{(k)} < t \le \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ \alpha_k^{(k)} + \beta_k^{(k)} x_t + z_t & \tau_{k-1}^{(k)} < t \le \tau_k^{(k)} \end{cases}$$

with

$$\tau_0^{(k)} = 0, \quad \tau_k^{(k)} = n$$

and

$$\begin{aligned} z_t &\sim N(0, \sigma_1^{2(k)}) & \tau_0^{(k)} \le t < \tau_1^{(k)} \\ z_t &\sim N(0, \sigma_2^{2(k)}) & \tau_1^{(k)} \le t < \tau_2^{(k)} \\ &\vdots & \\ z_t &\sim N(0, \sigma_k^{2(k)}) & \tau_{k-1}^{(k)} \le t < \tau_k^{(k)} \end{aligned}$$

Fig. 1 shows the graph of the four piecewise linear regression.

In the above equation : (a) k is the number of

Corresponding author: Suparman, Dr, Ph.D. degree, research fields: time series, bayesian, reversible jump MCMC, signal processing. E-mail: suparmancict@yahoo.co.id.

threshold point, (b) $\tau_0^{(k)}, \tau_1^{(k)}, \cdots, \tau_k^{(k)}$ are the point corresponding threshold, (c) $\alpha_1^{(k)}, \cdots, \alpha_k^{(k)}$ and $\beta_1^{(k)}, \cdots, \beta_k^{(k)}$ are the regression coefficients, (d) $\sigma_1^{2(k)}, \sigma_2^{2(k)}, \cdots, \sigma_k^{2(k)}$ are the error variance. If θ is the pamameter of the piecewise linear regression

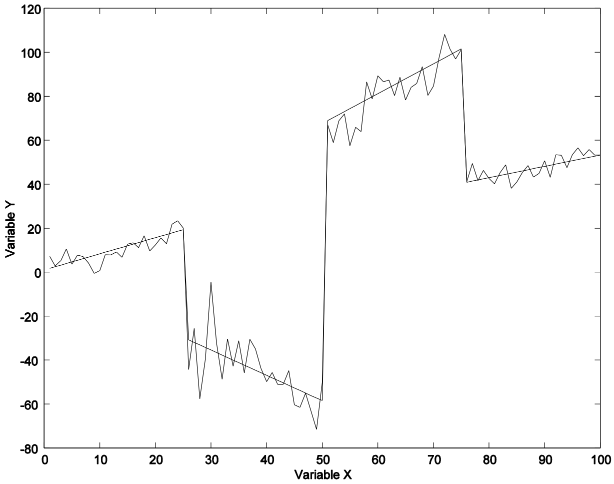


Fig. 1 Four piecewise linear regression.

models above, then

$$\theta = \Big(k, \tau_1^{(k)}, \cdots, \tau_k^{(k)}, \alpha_1^{(k)}, \cdots, \alpha_k^{(k)},$$
$$\beta_1^{(k)}, \cdots, \beta_k^{(k)}, \sigma_1^{2(k)}, , \cdots, \sigma_k^{2(k)}\Big)$$

Suppose $x_1, x_2, \cdots, x_n$ are a random sample drawn from a population having a piecewise linear regression models. Based on the random sample, the main problem is how to estimate the parameters θ. Parameter θ are estimated using Bayesian method. The study of the Bayesian method can be found in the literature, for example [5]. Parameter estimation using the Bayesian method can not be determined analytically because of the likelihood function for the parameter θ has a complicated shape. To overcome these problems, in this study Reversible Jump MCMC Algorithm is used.

2. Maximum Likelihood Function

For $i = 1, 2, \cdots, k$ and $\tau_{i-1}^{(i)} < t \le \tau_i^{(i)}$, suppose z_t has a gaussian distribution with mean 0 and variance $\sigma_i^{2(i)}$. Then the density function of z_t is

$$f(z_t | \; \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(i)}}} \right) \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(i)}} z_t^2$$

Let $z_i = (z_{\tau_{i-1}^{(i)}+1}, \cdots, z_{\tau_i^{(i)}})$, then it has a joint density function as follow:

$$f(z_i | \; \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}} \right)^{\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)}}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} z_t^2$$

By using variable transformation

$$y_t = \alpha_t^{(k)} + \beta_t^{(k)} x_t + z_t,$$

then $z_t = y_t - \alpha_t^{(k)} - \beta_t^{(k)} x_t$ and $\dfrac{dz_t}{dy_t} = 1$. So that the density function of y_i is

$$f(y_i | \; \alpha_i^{(i)}, \beta_i^{(i)}, \sigma_i^{2(i)}) = \left(2\pi\sigma_i^{2(k)}\right)^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

Finally, the maximum likelihood function for $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ is as follow:

$$L(y | \; \theta) = \prod_{i=1}^{k} \prod_{t=\tau_{i-1}^{(k)}+1}^{\tau_i^{(k)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2$$

or

$$L(y | \; \theta) = \prod_{i=1}^{k} \Big\{ (2\pi\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$
$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \Big\}$$

3. Prior Distribution

To obtain the posterior distribution, first it must to be determined the prior distribution of parameter

$$\theta = (k, \tau^{(k+1)}, \alpha^{(k)}, \beta^{(k)}, \sigma^{2(k)}),$$

as follow (see [6]):

$$\pi(k) = C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1 - \lambda)^{k_{maks} - k}$$

for $k = 1, 2, \cdots, k_{maks}$.

$$\pi(\tau^{(k)} | \; k) = \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\pi(\alpha^{(k)} | \; k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2} \alpha_i^2$$

$$\pi(\beta^{(k)}|\ k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2}\beta_i^2$$

$$\pi(\sigma^{2k)}|\ k) = \prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2}(\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

Let $\varphi = (\lambda, c, d, a, b)$ is hyperparameter of the prior distributions. Generally this hyperparameter is unknown. Furthermore hyperparameter φ viewed as a random variable with a certain distribution, i.e. :

$$\pi(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda} \quad \pi(c) \propto \frac{1}{c}$$

$$\pi(a) \propto \frac{1}{a} \quad \pi(b) \propto \frac{1}{b}$$

Suppose $\pi(\theta, \varphi)$ expressed a prior distribution for (θ, φ). Because $\pi(\theta|\ \varphi) = \frac{\pi(\theta, \varphi)}{\pi(\varphi)}$ then the prior distribution of (θ, φ) can be determined as follows

$$\pi(\theta, \varphi) = \pi(\theta|\ \varphi)\pi(\varphi)$$

or

$$\pi(\theta, \varphi) \propto C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1-\lambda)^{k_{maks}-k} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2}\alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2}\beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2}(\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \quad \frac{1}{c}\ \frac{1}{a}\ \frac{1}{b}$$

4. Posterior Distribution

Suppose $\pi(\theta, \varphi|\ y)$ is a posterior distribution for θ. By using Bayes theorem (θ, φ), then the posterior distribution for the parameter (θ, φ) can be expressed as the product of the likelihood function and the prior distribution

$$\pi(\theta, \varphi|\ y) \propto f(y|\ \theta)\pi(\theta, \varphi)$$

$$\propto f(y|\ \theta)\pi(\theta, \varphi)\ \pi(\theta|\ \varphi)\pi(\varphi)$$

$$\propto \prod_{i=1}^{k} \left\{ (\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})} \right.$$

$$\left. \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \right\}$$

$$C_k^{k_{maks}} \lambda^k (1-\lambda)^{k_{maks}-k} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{a^2}} \exp - \frac{1}{2a^2}\alpha_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{b^2}} \exp - \frac{1}{2b^2}\beta_i^2$$

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{a}{2}(\sigma_i^{2(i)})^{-2} \exp - \frac{a}{2\sigma_i^{2(i)}}$$

$$\frac{1}{\lambda} \quad \frac{1}{c}\ \frac{1}{a}\ \frac{1}{b}$$

5. Reversible Jump MCMC Algorithm

Suppose $M = (\theta, \varphi)$. In general, The MCMC algorithm is a method of sampling to make a homogeneous Markov Chain $M_1, M_2, \cdots, M_m$ that satisfies aperiodic and irreductibel [7] such that $M_1, M_2, \cdots, M_m$ can be considered as a random variable whose distribution $\pi(\theta, \varphi|\ y)$. Thus $M_1, M_2, \cdots, M_m$ it can be used to estimate parameters M. To realize this, the Gibbs algorithm is adopted [7] which consists of two phases :

(1) Simulate $\pi(\varphi|\ \theta, y)$

(2) Simulate $\pi(\theta|\ \varphi, y)$

Distribution $\pi(\varphi|\ \theta, y)$ has an axplicit form. So that the Gibbs algorithm can be used to simulate the distribution of $\pi(\varphi|\ \theta, y)$. On the contrary, the distribution $\pi(\theta|\ \varphi, y)$ has not an explicit form. So the exact simulation is possible. The solution is to use a hybrid algorithm consisting of three stages as follows :

(2.1) Simulate $\pi(\sigma^{2(k)} \mid k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$

(2.2) Simulate $\pi(k, \tau^{(k)} \mid \varphi, y)$

The distribution $\pi(\sigma^{2(k)} \mid k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$ has the form explicit, so that the Gibbs algorithm can be used to simulate $\pi(\sigma^{2(k)} \mid k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$. On the contrary, because the value k is not known then the MCMC algorithm can not be used to simulate the distribution $\pi(k, \tau^{(k)} \mid \varphi, y)$. Here, reversible jump MCMC algorithm [8] is used to simulate $\pi(k, \tau^{(k)} \mid \varphi, y)$.

Let $\omega = (k, \tau)$ is the actual point of the Markov chain. There are 3 types of transformations are used, namely: the birth of the threshold point, the death of the threshold point and the change of the threshold point. Further suppose that N_k is the probability of transformation from k to k + 1, D_k is the probability of transformation from k + 1 to k, and P_k is the probability of transformation from k to k (same dimension)

5.1 Birth/Death of the Threshold Point

The transdormstion of the birth of the threshold will change the number of threshold point, from k to the k + 1. If the birth of the threshold is selected, then the birth of the threshold from a point $\omega = (k, \tau)$ is defined in the following way: Choose a random point z in the $\{1, \cdots, n-1\} \setminus \tau$. Suppose the point z in the $\{\tau_i + 1, \cdots, \tau_{i+1} - 1\}$. Next, create a new point $\omega^* = (k+1, \tau)$ with

$$\tau_1, \ldots, \tau_i, \tau_{i+1} = z, \tau_{i+2}, \ldots, \tau_{k+2}$$

Otherwise, the transdormstion of the birth of the threshold will change the number of threshold point, from k+1 to the k . If the death of the threshold is selected, then the death of the threshold from a point $\omega^* = (k+1, \tau)$ is defined in the following way: Choose randomly a point in τ. Suppose then that point is τ_{i+1}. Next, create a new point $\omega = (k, \tau)$ with

$$\tau_1, \ldots, \tau_i, \tau_{i+2}, \ldots, \tau_{k+1}$$

Suppose that a_n and a_d are respectively a probability of acceptance for birth and death. Then the probability of acceptance for birth is as follows:

$$a_n(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* \mid \varphi, y)}{\pi(\omega \mid \varphi, y)} \frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)}\right\}$$

While the probability of death is as follows:

$$a_d(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{1}{a_n(\omega^*, \omega)}\right\}$$

where

$$\frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)} = \frac{D_{k+1}}{N_k} \quad \frac{n-1-k}{k+1}$$

5.2 Change of Threshold Point

The transformation of the change of threshol will not change the number of threshold point. But this transformation changes the position of the threshol point. If the change of the threshold is selected, then the change of the threshold point from a $\omega = (k, \tau)$ is defined in the following way: Choose a random point in τ. Suppose that point is τ_i. Next, create a new point $\omega^* = (k, \tau)$ where this point τ_i is replaced with z generated from the uniform distribution on the set $\{1, \cdots, n-1\} \setminus \tau$.

Let a_p is the probability of acceptance to the change. Then the probability of acceptance for change is as follows:

$$a_p(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* \mid \varphi, y)}{\pi(\omega \mid \varphi, y)} \frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)}\right\}$$

where

$$\frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)} = 1$$

6. Conclusion

The purpose of this study is to examine how to estimate the parameters of piecewise linear regression models when the number of regression is unknown. If the number of regression is unknown, the estimated parameters cannot be done by Markov chain Monte Carlo algorithm.

The reversible jump Markov chain Monte Carlo algorithm is one of the new methods that can be used to estimate the parameters of piecewise linear regression models although the number of regression is unknown. The advantages of this method are both the number of regression and the estimation of parameter of linear regression models per piece which can be estimated simultaneously.

Acknowledgements

This research activity will not be able to work without the financial support of the Directorate of Research and Community Service, the Directorate General of Higher Education Ministry of Education and Culture, Republic of Indonesia, which has provided research grants through the scheme of Fundamental Research in 2014 with the Number of Research Contract: PF.02/LPP-UAD/V/2014. The authors would like to thank profusely for these research grants.

Reference

[1] Gujarati, D. N. 2006 *Essensials of Econometrics.* New York: McGraw-Hill.

[2] Stewart, D. N., and Whaler, K. A. 1995. “Optimal Piecewise Regression Analysis and its Application to Geomagnetic Time Series.” *Geophysical Journal International* :710-24.

[3] Shi, H. Y., Lee, H. H., Tsai, M. H., Chiu, C. C., Uen, Y. H., and Lee, K. T. 2011. “Long-Term Outcomes of Laparoscopic Cholecystectomy: A Prospective Piecewise Linear Regression Analysis.” *Surg Endosc:* 2132-40.

[4] Toms, J. D., and Lesperance, M. L. 2003. “Piecewise Regression: A Tool Identifying Ecological Thresholds.” *Ecology* 84: 2034-41.

[5] Robert, C. P. 2002. T*he Bayesian Choice : A Decision-Theory Motivation*. New York: Springer.

[6] Suparman, S., Doisy, M., and Tourneret, J. Y. 2002. “Changepoint Detection Using Reversible Jump MCMC Methods.” In *Proceedings of IEEE ICASSP*, 1569-72.

[7] Robert, C. P., and Casella, G. 1999. *Monte Carlo Statistical Methods*. New York: Springer.

[8] Green, P. J. 1995. “Reversible Jump MCMC Computation and Bayesian Model Determination.” *Oxford Journals* 82(4): 711-32.

Lampiran 6 : Pembicara pada Pertemuan Ilmiah (International Conference on Mathaematics, Computational and Statistical Sciences and Engineering, 28-29 Juni 2015, Tokyo Jepang), makalah dalam status sudah terbit dalam bentuk prosiding.

New Segmentation of Piecewise Linear Regression Models Using Reversible Jump MCMC Algorithm

Suparman

***Abstract*—**Piecewise linear regression models are very flexible models for modeling the data. If the piecewise linear regression models are matched against the data, then the parameters are generally not known. This paper studies the problem of parameter estimation of piecewise linear regression models. The method used to estimate the parameters of picewise linear regression models is Bayesian method. But the Bayes estimator can not be found analytically. To overcome these problems, the reversible jump MCMC algorithm is proposed. Reversible jump MCMC algorithm generates the Markov chain converges to the limit distribution of the posterior distribution of the parameters of picewise linear regression models. The resulting Markov chain is used to calculate the Bayes estimator for the parameters of picewise linear regression models.

***Keywords*—**Piecewise, Bayesian, Reversible Jump MCMC

I. Introduction

PIECEWISE linear regression models are a model that is often used in many fiels. For example, it is used in the field of econometrics [1], geophysics [2], health [3], and ecology [4]. In the field of econometrics, piecewise linear regression models used to model the commission. For example, a company pays a commission to the sales clerk. The company was paid a commission based on the sales in a way such that up to a certain level, called the threshold one and after a commission structure on top of earlier structures commissions.

If the piecewise linear regression models are matched against the data, then the model parameters are generally unknown. There are many piecewise linear regression models. In this paper, the error distribution for each piece will be assumed has the gaussian distribution with mean 0 and variance σ^2.

For $t = 1,2,\cdots,n$, let y_t be a dependet variable and let x_t be independent variable. Then the piecewise linear regression models can be written in the following equation:

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1^{(k)} + \beta_1^{(k)} x_t + z_t & \tau_0^{(k)} < t \le \tau_1^{(k)} \\ \alpha_2^{(k)} + \beta_2^{(k)} x_t + z_t & \tau_1^{(k)} < t \le \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ \alpha_k^{(k)} + \beta_k^{(k)} x_t + z_t & \tau_{k-1}^{(k)} < t \le \tau_k^{(k)} \end{cases} \quad (1)$$

with $\tau_0^{(k)} = 0$, $\tau_k^{(k)} = n$ and

$$\begin{array}{ll} z_t \sim N(0,\sigma_1^{2(k)}) & \tau_0^{(k)} \le t < \tau_1^{(k)} \\ z_t \sim N(0,\sigma_2^{2(k)}) & \tau_1^{(k)} \le t < \tau_2^{(k)} \\ \vdots & \\ z_t \sim N(0,\sigma_k^{2(k)}) & \tau_{k-1}^{(k)} \le t < \tau_k^{(k)} \end{array} \quad (2)$$

Fig. 1 shows the graph of the four piecewise linear regression.

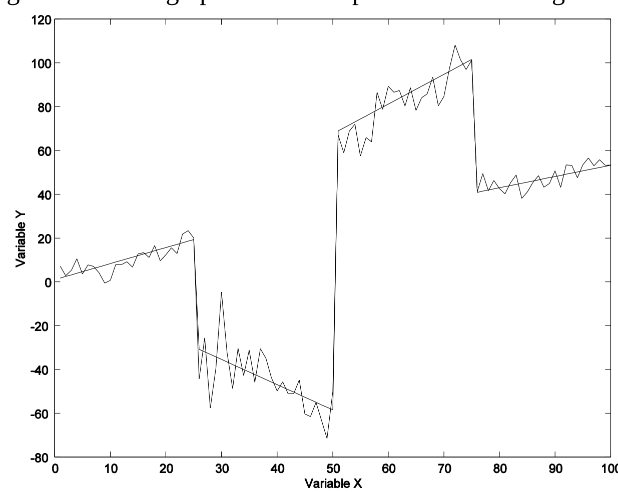


Fig. 1 Four piecewise linear regression.

In the above equation : (a) k is the number of threshold point, (b) $\tau_0^{(k)},\tau_1^{(k)},\cdots,\tau_k^{(k)}$ are the point corresponding threshold, (c) $\alpha_1^{(k)},\cdots,\alpha_k^{(k)}$ and $\beta_1^{(k)},\cdots,\beta_k^{(k)}$ are the regression coefficients, (d) $\sigma_1^{2(k)},\sigma_2^{2(k)},\cdots,\sigma_k^{2(k)}$ are the error variance. If θ is the pamameter of the piecewise linear regression models above, then

$$\theta = \Big(k, \tau_1^{(k)},\cdots,\tau_k^{(k)},\alpha_1^{(k)},\cdots,\alpha_k^{(k)}, \beta_1^{(k)},\cdots,\beta_k^{(k)},\sigma_1^{2(k)},,\cdots,\sigma_k^{2(k)} \Big) \quad (3)$$

Suppose $x_1, x_2,\cdots,x_n$ are a random sample drawn from a population having a piecewise linear regression models. Based on the random sample, the main problem is how to estimate the parameters θ. Parameter θ are estimated using Bayesian method. The study of the Bayesian method can be found in the literature, for example [5]. Parameter estimation using the Bayesian method can not be determined analytically because of the likelihood function for the parameter θ has a

Suparman is with the Mathematics Education Department, Ahmad Dahlan University, Yogyakarta, Indonesia (corresponding author to provide phone: +6281328201198; e-mail: suparmancict@yahoo.co.id).

complicated shape. To overcome these problems, in this study Reversible Jump MCMC Algorithm is used.

II. Method

A. Maximum Likelihood Function

For $i = 1, 2, \cdots, k$ and $\tau_{i-1}^{(i)} < t \le \tau_i^{(i)}$, suppose z_t has a gaussian distribution with mean 0 and variance $\sigma_i^{2(i)}$. Then the density function of z_t is

$$f(z_t \mid \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(i)}}} \right) \exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(i)}} z_t^2 \quad (4)$$

Let $z_i = (z_{\tau_{i-1}^{(i)}+1}, \cdots, z_{\tau_i^{(i)}})$, then it has a joint density function as follow:

$$f(z_i \mid \sigma_i^{2(i)}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}} \right)^{\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)}}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} z_t^2 \quad (5)$$

By using variable transformation

$$y_t = \alpha_t^{(k)} + \beta_t^{(k)} x_t + z_t \quad (6)$$

then $z_t = y_t - \alpha_t^{(k)} - \beta_t^{(k)} x_t$ and $\frac{dz_t}{dy_t} = 1$. So that the density function o y_i is

$$f(y_i \mid \alpha_i^{(i)}, \beta_i^{(i)}, \sigma_i^{2(i)}) = \left(2\pi\sigma_i^{2(k)} \right)^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \quad (7)$$

Finally, the maximum likelihood function for $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$ is as follow

$$L(y \mid \theta) = \prod_{i=1}^{k} \prod_{t=\tau_{i-1}^{(k)}+1}^{\tau_i^{(k)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(k)}}}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \quad (8)$$

or

$$L(y \mid \theta) = \prod_{i=1}^{k} \{ (2\pi\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})} \quad (9)$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \} \quad (10)$$

B. Prior Distribution

To obtain the posterior distribution, first it must to be determined the prior distribution of parameter $\theta = (k, \tau^{(k+1)}, \alpha^{(k)}, \beta^{(k)}, \sigma^{2(k)})$, as follow (see [6]):

$$\pi(k) = C_k^{k_{maks}} \varphi^k (1-\varphi)^{k_{maks} - k} \quad (11)$$

for $k = 1, 2, \cdots, k_{maks}$.

$$\pi(\tau^{(k)} \mid k) = \frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1})$$

$$\pi(\alpha, \beta, \sigma^2 \mid k, \tau) \propto \prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2} \quad (12)$$

Let φ is hyperparameter of the prior distributions. Generally this hyperparameter is unknown. Furthermore hyperparameter φ is viewed as a random variable with a certain distribution, i.e. :

$$\pi(\varphi) \propto \frac{1}{\varphi} \quad (13)$$

Suppose $\pi(\theta, \varphi)$ expressed a prior distribution for (θ, φ). Because $\pi(\theta \mid \varphi) = \frac{\pi(\theta, \varphi)}{\varphi}$ then the prior distribution of (θ, φ) can be determined as follows

$$\pi(\theta, \varphi) = \pi(\theta \mid \varphi)\pi(\varphi) \quad (14)$$

or

$$\pi(\theta, \varphi) \propto C_k^{k_{maks}} \varphi^k (1-\varphi)^{k_{maks} - k} \frac{(2k+1)!}{n^{2k}}$$

$$\frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1}) \prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2} \quad (15)$$

C. Posterior Distribution

Let $\pi(\theta, \varphi \mid y)$ is the posterior distribution of (θ, φ). According to the Bayes Theorem then the posterior distribution of (θ, φ) is given by

$$\pi(\theta, \varphi \mid y) \propto f(y \mid \theta)\pi(\theta, \varphi)$$

$$\propto f(y \mid \theta)\pi(\theta, \varphi)\ \pi(\theta \mid \varphi)\pi(\varphi)$$

$$\propto \prod_{i=1}^{k} \{ (\sigma_i^{2(k)})^{-\frac{1}{2}(\tau_i^{(k)} - \tau_{i-1}^{(k)})}$$

$$\exp - \frac{1}{2\sigma_i^{2(k)}} \sum_{t=\tau_{i-1}^{(k)}}^{\tau_i^{(k)}} (y_t - \alpha_i^{(k)} - \beta_i^{(k)} x_t)^2 \}$$

$$C_k^{k_{maks}} \varphi^k (1-\varphi)^{k_{maks} - k}$$

$$\frac{(2k+1)!}{n^{2k}} \frac{1}{2^k} \prod_{i=1}^{k} (\tau_i - \tau_{i-1}) \prod_{i=1}^{k} \sigma_i^{-2} \quad (16)$$

D. Reversible Jump MCMC

Suppose $M = (\theta, \varphi)$. In general, The MCMC algorithm is a method of sampling to make a homogeneous Markov Chain $M_1, M_2, \cdots, M_m$ that satisfies aperiodic and irreductibel [7] such that $M_1, M_2, \cdots, M_m$ can be considered as a random variable whose distribution $\pi(\theta, \varphi | y)$. Thus $M_1, M_2, \cdots, M_m$ it can be used to estimate parameters M. To realize this, the Gibbs algorithm is adopted [7] which consists of two phases :

(1) Simulate $\pi(\varphi | \theta, y)$

(2) Simulate $\pi(\theta | \varphi, y)$

Distribution $\pi(\varphi | \theta, y)$ has an axplicit form. So that the Gibbs algorithm can be used to simulate the distribution of $\pi(\varphi | \theta, y)$. On the contrary, the distribution $\pi(\theta | \varphi, y)$ has not an explicit form. So the exact simulation is possible. The solution is to use a hybrid algorithm consisting of three stages as follows :

(2.1) Simulate $\pi(\sigma^{2(k)} | k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$

(2.2) Simulate $\pi(k, \tau^{(k)} | \varphi, y)$

The distribution $\pi(\sigma^{2(k)} | k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$ has the form explicit, so that the Gibbs algorithm can be used to simulate $\pi(\sigma^{2(k)} | k, \tau^{(k)}, \varphi, y)$. On the contrary, because the value k is not known then the MCMC algorithm can not be used to simulate the distribution $\pi(k, \tau^{(k)} | \varphi, y)$. Here, reversible jump MCMC algorithm [8] is used to simulate $\pi(k, \tau^{(k)} | \varphi, y)$.

Let $\omega = (k, \tau)$ is the actual point of the Markov chain. There are 3 types of transformations are used, namely: the birth of the threshold point, the death of the threshold point and the change of the threshold point. Further suppose that N_k is the probability of transformation from k to k + 1, D_k is the probability of transformation from k + 1 to k, and P_k is the probability of transformation from k to k.

1. Birth/Death of The Threshold Point

The transdormstion of the birth of the threshold will change the number of threshold point, from k to the k + 1. If the birth of the threshold is selected, then the birth of the threshold from a point $\omega = (k, \tau)$ is defined in the following way. Choose a random point z on the $\{1, \cdots, n-1\} \setminus \tau$. Suppose the point z on the interval $\{\tau_i + 1, \cdots, \tau_{i+1} - 1\}$. Next, create a new point $\omega^* = (k+1, \tau)$ with

$$\tau_1, ..., \tau_i, \tau_{i+1} = z, \tau_{i+2}, ..., \tau_{k+2}$$

Otherwise, the transformation of the birth of the threshold will change the number of threshold point, from k+1 to the k . If this transformation is selected, then the death of the threshold from a point $\omega^* = (k+1, \tau)$ is defined in the following way: Choose randomly a point in τ. Then Suppose that point is τ_{i+1}. Next, create a new point $\omega = (k, \tau)$ with

$$\tau_1, ..., \tau_i, \tau_{i+2}, ..., \tau_{k+1}$$

Suppose that a_n and a_d are respectively a probability of acceptance for birth and death. Then the probability of acceptance for birth is as follows:

$$a_n(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* | \varphi, y)}{\pi(\omega | \varphi, y)} \frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)}\right\} \quad (17)$$

While the probability of death is as follows:

$$a_d(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{1}{a_n(\omega^*, \omega)}\right\} \quad (18)$$

where

$$\frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)} = \frac{D_{k+1}}{N_k} \frac{n-1-k}{k+1} \quad (19)$$

2. Change of The Threshold Point

The transformation of the change of threshol will not change the number of threshold point. This transformation makes to change the position of the threshol point. If the change of the threshold is selected, then the change of the threshold point from $\omega = (k, \tau)$ is defined in the following way: Choose a random point on the τ . Suppose that τ_i is this point. Next, create a new point $\omega^* = (k, \tau)$ where this point τ_i is replaced with z generated from the uniform distribution on the set $\{1, \cdots, n-1\} \setminus \tau$.

Let a_p is the probability of acceptance to the change. Then the probability of acceptance for change is as follows:

$$a_p(\omega, \omega^*) = \min\left\{1, \frac{\pi(\omega^* | \varphi, y)}{\pi(\omega | \varphi, y)} \frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)}\right\} \quad (20)$$

where

$$\frac{q(\omega^*, \omega)}{q(\omega, \omega^*)} = 1. \quad (21)$$

III. CONCLUSION

The purpose of this study is to estimate the parameters of piecewise linear regression models when the number of regression is unknown. If the number of regression is unknown then the parameters can not be estimated by Markov chain Monte Carlo algorithm.

The reversible jump Markov chain Monte Carlo algorithm is one of the new methods that can be used to estimate the

Lampiran 6 : Pembicara pada Pertemuan Ilmiah (International Conference on Mathaematics, Computational and Statistical Sciences and Engineering, 28-29 Juni 2015, Tokyo Jepang), makalah dalam status sudah terbit dalam bentuk prosiding.

parameters of piecewise linear regression models although the number of regression is unknown. The advantage of this method is both the number of regression and the estimation of parameter of linear regression models per piece can be estimated simultaneously.

ACKNOWLEDGMENT

This research activity would not have been able to take place without the financial support of the Directorate of Research and Community Service, the Directorate General of Higher Education, Ministry of Education and Culture, Republic of Indonesia, which has provided research grants through the scheme of Fundamental Research in 2014. The authors would like to thank profusely for these research grants.

REFERENCES

[1] D.N. Gujarati, Essensials of Econometrics, McGraw-Hill, New York, 2006.

[2] D.N. Stewart and K.A. Whaler, Optimal Piecewise Regression Analysis and Its Application to Geomagnetic Time Series, Geophysical Journal International, 1995, 710-724.

[3] H.-Y. Shi, H.-H. Lee, M.-H. Tsai, C.-C. Chiu, Y.-H. Uen and K.-T. Lee, Long-term outcomes of laparoscopic cholecystectomy: a prospective piecewise linear regression analysis, Surg Endosc, 2011, 2132-2140.

[4] J.D. Toms and M.L. Lesperance, Piecewise Regression : A Tool Identifying Ecological Thresholds, Ecology, 2003, 2034-2041.

[5] C.P. Robert, The Bayesian Choice : A Decision-Theory Motivation, Springer, New York, 2001.

[6] Suparman, M. Doisy, J.Y. Tourneret, Changepoint Detection Using Reversible Jump MCMC Methods, Proceedings of IEEE ICASSP, 2002, pp. 159-1573.

[7] C.P. Robert, G. Casella, Monte Carlo Statistical Methods, Springer, New York, 1999.

[8] P.J. Green, Reversible Jump MCMC Computation and Bayesian Model Determination, Biometrika, 1995, 711-732.