ISSN 1411-1047

EKSAKTA

Jurnal Ilmu-Ilmu MIPA

Diterbitkan Oleh:
Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LP2M)
Fakultas MIPA Universitas Islam Indonesia
Vol.10 No 1 Februari 2008

SIMULASI BOOTSTRAP DENGAN SPLUS DALAM UJI HIPOTESIS MEAN SATU SAMPEL

Aris Munandar[1] ,Rohmatul Fajriyah[2] dan Suparman[3]

[1,2] Jurusan Statistika FMIPA UII, Jogjakarta
[3]Fakultas Teknik UTY Jogjakarta

Abstrak

Uji hipotesis statistik merupakan proses untuk sampai pada suatu pilihan antara dua keputusan yang menggambarkan peranan-peranan penting yang dimainkan oleh distribusi probabilitas dalam pengambilan kesimpulan (inferensi) statistik dari sekumpulan data. Prosedur uji hipotesis yang dilakukan penulis selama ini menggunakan metode klasik, untuk itu dalam kesempatan kali ini mencoba mengembangkan pengetahuan untuk memahami metode lain berbasis komputer yaitu metode bootstrap. Pengerjaan program menggunakan bantuan software S-Plus 2000. Berdasarkan pembahasan Uji hipotesis satu sampel untuk mean populasi menggunakan metode bootstrap, dilakukan melalui prosedur dimana *X* diasumsikan sebagai data asli, menghitung nilai *t*-observasi $t(x)$, mengambil sampel dengan pengembalian data *X* sebanyak *B* kali, menghitung nilai $t(\bullet)$ tiap sampel bootstrap, dan akhirnya diperoleh $\hat{ASL}_{boot}$ untuk masing-masing uji hipotesis yang digunakan sebagai kriteria penolakan, yaitu tolak H_0 jika $\hat{ASL}_{boot} < \alpha$. Berdasarkan ketiga macam uji hipotesis yaitu hipotesis dua sisi, satu sisi kanan dan satu sisi kiri dapat disimpulkan bahwa rata-rata besi yang terjual (dalam ton) antara bulan Juli 2000-Juni 2001 tidak berbeda atau sama dengan 169.42

Kata-kata kunci : Uji Hipotesis, Metode Bootstrap

Pendahuluan

Hipotesis statistik merupakan anggapan atau pernyataan yang mungkin benar atau salah mengenai satu populasi atau lebih. Kebenaran atau ketidakbenaran suatu hipotesis statistik tidak pernah diketahui dengan pasti kecuali bila seluruh populasi diamati. Hal ini tentunya tidak praktis jika harus mengamati seluruh populasi. Dalam banyak hal penelitian sering digunakan metode sampling. Berdasarkan hasil sampling kemudian diselidiki dan dengan menggunakan informasi yang terkandung dalam sampel itu diputuskan apakah hipotesis tersebut benar atau salah. Petunjuk dari sampel yang tidak sesuai dengan hipotesis menjurus kepada penolakan hipotesis, sedangkan petujuk yang mendukung hipotesis menjurus kepada penerimaannya (Munandar, 2007).

Sejalan dengan perkembangan era globalisasi saat ini, telah banyak muncul metode-metode dalam pengolahan data-data statistik, sebagai salah satu contoh aplikasi komputer untuk menganalisis data-data statistik. Mulai dari paket perangkat lunak (*software*) seperti SPSS, MATLAB, S-PLUS dan lain-lain. Selain itu juga ada metode analisis menggunakan bahasa pemrograman komputer seperti metode Bootstrap.

Metode bootstrap adalah metode berbasis komputer yang sangat potensial untuk dipergunakan pada masalah inferensi statistik, sebagai salah satu contoh dalam pengambilan keputusan suatu uji hipotesis. Dalam metode klasik para peneliti mendasarkan pada asumsi bahwa sampel-sampel random dianggap berdistribusi normal. Permasalahannya sekarang adalah bagaimana jika sampel random tersebut tidak diketahui distribusinya. Secara aplikatif, banyak fakta menunjukan bahwa dalam suatu penelitian kadang-kandang kita megalami kesulitan menentukan bentuk distribusi dari data yang diperoleh. Dalam hal inilah metode bootstrap digunakan sebagai alternatif.

Bootstrap sendiri berdasar dari istilah "*Pull one self up by one's bootstrap*" yang dapat diartikan berusaha dengan sumber daya yang minimal (Efron dan Tibshirani, 1993). Dalam permasalahan statistik sumber daya minimal dapat diartikan sebagai data yang sedikit, data yang menyimpang dari asumsi tertentu bahkan data yang tidak memiliki asumsi apapun tentang distribusinya. Tujuan utama penggunaan bootstrap adalah untuk memperoleh estimasi yang sebaik-baiknya berdasar data yang minimal dengan bantuan komputer. Prinsip dasar bootstrap adalah resampling yaitu pengambilan sampel ulang/buatan dari observasi $X_1, X_2, ..., X_n$ yang telah ada. Hal ini sangat jelas membantu peneliti jika dalam suatu penelitian, sampel yang diperoleh sangat minim dan terdesak oleh kondisi dimana tidak memungkinkan untuk menambah atau memperbanyak sampel penelitian.

Walaupun komputer beserta perangkat lunaknya (paket program pengolahan data statistik) yang mempunyai kemudahan dalam pemakaian dan kelengkapan prosedur-prosedur yang tersedia sangat membantu dalam analisis data statistik, namun apabila pemilihan metodenya tidak sesuai dengan tujuan, hipotesis maupun desain penelitian, maka hasil yang diperoleh tidak akan optimal.

Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, disusun rumusan masalah sebagai berikut: Bagaimanakah prosedur komputasi metode bootstrap pada uji hipotesis mean satu sampel?

Bootstrap pada uji hipotesis mean satu sampel

Bootstrap merupakan metode berbasis komputer untuk menyelesaikan masalah dalam inferensi statistik. Tujuan dari metode ini untuk menyelesaikan perhitungan-perhitungan statistik melalui prosedur yang secara umum dikenal seperti bias (penyimpangan), standar error, interval kepercayaan, dan lain-lain kedalam metode berbasis komputer secara murni dengan bahasa pemrograman. Berdasarkan fakta yang ada, banyak teori matematika yang digunakan dalam pengembangan metode bootstrap dengan tujuan agar metode ini dapat menjadi metode alternatif untuk menyelesaikan masalah inferensi statistik. Metode bootstrap mampu melakukan analisis data untuk menduga kebenaran statistik (dimana secara manual proses perhitungannya sangat rumit) melalui pemanfaatan kekuatan komputer. Penggunaan metode ini memudahkan kita dalam menganalisis data, dari asal mula analisis yang mengharuskan melalui proses model matematika yang rumit, atau dalam beberapa hal masalah analisis dengan metode ini bisa terjawab, dimana kemungkinan dengan metode klasik tidak ada jawaban analisis dapat dihasilakan.

Bootstrap adalah sebuah bentuk kasar inferensi yang dapat digunakan ketika metode analisis data klasik yang umum dikenal tidak dapat menyelesaikannya untuk pemodelan yang lebih luas. Akan tetapi di sisi lain ada satu keunggulan menggunakan metode klasik dari pada menggunakan metode bootstrap. Dalam nonparametrik bootstrap, ada kondisi dimana salah satunya menggunakan pemodelan seperti yang ada dalam model parametrik. Kita mungkin berawal dengan pendekatan sebuah model sementara dari data, menyusun kesimpulan dari model tersebut, dan kemudian mencoba dengan proses pemodelan lain. Kemudian kita lihat seberapa jauh kepekaan kesimpulan yang dihasilkan dan seberapa besar perubahan kesimpulan dari model-model tersebut. Pendekatan dengan metode ini akan lebih berhasil jika kesimpulan yang kita dapat bersifat stabil atas percobaan dengan beberapa pemodelan yang dilakukan. Metode ini juga memberikan kesimpulan yang lebih kuat dibanding dengan menggunakan metode bootstrap karena metode tersebut memperlihatkan banyaknya subpopulasi yang ada dan memperlihatkan perkiraan bentuk distribusi tiap subpopulasi tersebut. Metode bootstrap tergantung pada pemberian notasi dari sampel bootstrap itu sendiri. Misal $\hat{F}$ adalah distribusi empirik yang diambil dari probabilitas $\frac{1}{n}$ pada setiap nilai-nilai yang diamati $x_i, i = 1,2,3....n$ Sampel bootstrap didefinisikan sebagai sampel random berukuran *n* di susun dari $\hat{F}$, misal : $X^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, ..., x_n^*)$ (1)

$$\hat{F} \rightarrow (x_1^*, x_2^*, x_3^*, ..., x_n^*) \quad (2)$$

Tanda bintang (*) mengindikasikan bahwa x^* bukan data asli anggota *x*, tetapi pengambilan sampel ulang dari data sampel asli *x*. Data bootstrap $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, ..., x_n^*)$ adalah sampel random berukuran *n* yang diambil dengan pengembalian dari populasi $(x_1, x_2, x_3, ...x_n)$ Sehingga kita mungkin mempunyai susunan data sampel bootstrap $x_1^* = x_7, x_2^* = x_3, x_3^* = x_3, x_4^* = x_{ss}, ..., x_n^* = x_7$. Anggota data bootstrap $(x_1^*, x_2^*, x_3^*, ..., x_n^*)$ beranggotakan data asli *x* = $(x_1, x_2, x_3, ...x_n)$, yang muncul sekali, dua kali atau lebih bahkan tidak muncul dalam proses pengambilan ulang sampel data asli *x* tersebut. Oleh sebab itu data bootstrap x^* juga bisa dikatakan replikasi (pengulangan) botstrap untuk $\hat{\theta}$ dimana $\hat{\theta} = s(x^*)$ (3)

Aplikasi metode bootstrap berawal dari penyusunan sampel ulang (*resampling*) dari data asli $X = x_1, x_2, ..., x_n$ dengan pengembalian, kemudian kita notasikan dengan $X^{*b} = x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ dimana *b = 1,2,3,4.....B*. Tanda * merupakan sampel bootstrap. Pengambilan sampel bootstrap kita ulangi lagi sehingga diperoleh himpunan sampel $X^{*b} ... X^{*B}$ dimana . Perlu diingat bahwa setiap sampel bootstrap X^* beranggota *n* sampel. Kemudian kita hitung nilai $t(\bullet)$ untuk setiap sampel bootstrap.

$$t(X^{*b}) = \frac{\bar{x}^{*b} - \bar{X}}{\bar{\sigma}^{*b} / \sqrt{n}} \quad (4)$$

dimana $i = 1,2,3 \ldots n$, $\overline{X}$ = rata-rata data observasi, n = banyaknya data observasi, $\overline{x}^{*b}$ = rata-rata sampel bootstrap ke-b, untuk $b = 1,2,3 \ldots B$, dan $\overline{\sigma}^{*b}$ = standar deviasi sampel bootstrap.

Berdasarkan prosedur bootstrap yang kita lakukan, statistik uji yang kita gunakan adalah statistik uji-t. Nilai $\overline{\sigma}^{*}$ dapat dihitung dengan formula

$$\overline{\sigma}^{*b} = \sqrt{\sum_{i}^{n} \frac{(x_i^{*b} - \overline{x}^{*b})^2}{n-1}} \qquad (5)$$

Dimana x_i^{*b} = data sampel bootstrap ke-i, untuk $i = 1,2,3 \ldots n$ dan $b = 1,2,3 \ldots B$,

$\overline{x}^{*b}$ = rata-rata sampel bootstrap ke-b, untuk $b = 1,2,3 \ldots B$ dan $\overline{x}^{*b} = \frac{\sum_{i}^{n} x_i^{*b}}{n}$

Pengambilan kesimpulan dilakukan dengan membandingkan nilai $\hat{ASL}_{boot}$ dan nilai α yang kita gunakan. Nilai $\hat{ASL}_{boot}$ tergantung pada mean uji hipotesis yang digunakan. Misal $t(x)$ merupakan sebuah statistik uji dan $\hat{t}(x) = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\overline{s}/\sqrt{n}}$

estimasi statistik uji dari $t(x)$ Jika statistik $t(x)$ dianggap simetris dan dilakukan sebuah uji hipotesis statistik maka nilai $\hat{t}(x)$ akan ditolak jika berada di dalam daerah kritik $t(\hat{t}(x)_{lo}, \hat{t}(x)_{up})$ yang merupakan $1 - 2\alpha$ interval konfidensi untuk $t(x)$

Sebagai iliustrasi kita misalkan $t(x) = \hat{t}(x)_{lo}$ atau dapat ditulis :

$$t(X^*) \sim F(\hat{t}(x)_{lo}, se^2) \qquad (6)$$

Di sini kita menggunakan $t(X^*)$ untuk menotasikan sebuah variabel random tertentu untuk

menghindari kerancuan dengan nilai estimasi observasi dari $\hat{t}(x)$
Maka dengan mudah kita melihat bahwa

$$\Pr ob_{\hat{t}(x)_{lo}} \{(X^*) > \hat{t}(x)\} = \alpha \qquad (7)$$

sehingga untuk setiap nilai $t(x) < \hat{t}(x)_{lo}$ sama dengan :

$$\Pr ob_{t(x)} \{(X^*) \geq \hat{t}(x)\} < \alpha \qquad (8)$$

sedangkan untuk $t(x) > \hat{t}(x)_{up}$ sama dengan :

$$\Pr ob_{t(x)} \{(X^*) \leq \hat{t}(x)\} < \alpha \qquad (9)$$

Probabilitas P dari $\hat{t}(x)$ adalah adalah $1 - F(\hat{t}(x))$ dimana $F(t(x))$ fungsi distribusi kumulatif dari $t(x)$. Jika kita tidak mengetahui bentuk fungsi dari $F(t(x))$ fungsi tersebut dapat diestimasi dengan $\hat{F}_B(t(X^*))$. Nilai $\hat{F}_B(t(X^*))$ diperoleh dari bootstrap DGP (*Data Generating Process*) yang menghasilkan B sampel bootstrap untuk menghitung statistik uji bootstrap $t(X^{*b})$ untuk $b = 1,2,3...B$

Nilai probabilitas P bootstrap (*e*) diperoleh dengan rumus berikut :

$$A\hat{S}L_{boot} = \frac{\#\left(t\left(X^{*b}\right) > \hat{t}(x)\right)}{B} \tag{10}$$

$$A\hat{S}L_{boot} = \frac{\#\left(t\left(X^{*b}\right) < \hat{t}(x)\right)}{B} \tag{11}$$

Rumus (10) digunakan untuk uji hipotesis bootstrap satu sisi kiri dan rumus (11) digunakan untuk uji hipotesis bootstrap satu sisi kanan dengan hipotesis alternatif

dimana tolak H_0 ketika $A\hat{S}L_{boot} \leq \alpha$ untuk masing-masing uji hipotesis bootstrap tersebut.

Jika $t(x)$ dapat menerima nilai positif dan negatif, kita bisa melakukan uji dua sisi bootstrap dengan menghitung nilai absolut dari $\left|t\left(X^{*b}\right)\right|$ dan $\left|\hat{t}(x)\right|$

$$A\hat{S}L_{boot} = \frac{\#\left(\left|t\left(X^{*b}\right)\right| > \left|\hat{t}(x)\right|\right)}{B} \tag{12}$$

dan kita tolak H_0 jika nilai $A\hat{S}L_{boot} \leq \alpha$.

4. **Langkah-langkah Komputasi Uji Hipotesis Mean Satu Sampel Bootstrap**

Langkah-langkah komputasi uji hipotesis mean satu sampel dalam bootstrap adalah sebagai berikut:

1. Dipunyai data asli $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$
2. Hitung nilai $\hat{t}(x)$ dari data asli X dengan rumus $\hat{t}(x) = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\overline{s}/\sqrt{n}}$,

   dimana $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

   dan $\overline{s} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$ merupakan rata-rata sampel dan standar deviasi data asli X secara berturut-turut.
3. Penyusunan sampel ulang dari data asli $X = x_1, x_2, ..., x_n$ dengan pengembalian, kemudian kita notasikan dengan

4. Pengambilan sampel bootstrap kita ulangi sebanyak *B* kali hingga diperoleh himpunan data $X^{*b}...X^{*B}$ dimana. Setiap sampel bootstrap X^{*} beranggota *n* sampel. Kemudian kita hitung nilai $t(\bullet)$ untuk setiap sampel bootstrap.

$$t(X^{*b}) = \frac{\overline{x}^{*b} - \overline{X}}{\overline{s}^{*b} / \sqrt{n}} \quad \text{dimana : } b = 1,2,3...B$$

5. Nilai untuk masing-masing uji dua sisi, satu sisi kanan dan satu sisi kiri berturut-turut dapat dihitung menggunakan formula sebagai berikut :

- Uji dua sisi : $A\hat{S}L_{boot} = \dfrac{\#\left(\left|t(X^{*b})\right| > \left|\hat{t}(x)\right|\right)}{B}$
- Uji satu sisi kanan : $A\hat{S}L_{boot} = \dfrac{\#\left(t(X^{*b}) > \hat{t}(x)\right)}{B}$
- Uji satu sisi kiri : $A\hat{S}L_{boot} = \dfrac{\#\left(t(X^{*b}) < \hat{t}(x)\right)}{B}$

4. Ketentuan pengambilan kesimpulan: H_0 akan ditolak jika $A\hat{S}L_{boot} \leq \alpha$

Hasil dan Pembahasan

Dalam kesempatan ini penulis menggunakan data simulasi dan data lapangan(observasi) untuk *input* pemrograman. Tujuan dari penggunaan data simulasi untuk mengecek keakuratan program yang dibuat, sedangkan data lapangan untuk contoh aplikasi jika kita menghadapi data nyata dari observasi.

Data Simulasi

Data simulasi yang digunakan penulis adalah bilangan random berdistribusi normal. Untuk itu kita akan membangkitkan data tersebut dengan menggunakan paket program S-Plus dengan syntax : rnorm(n,mean,sd) dimana n adalah ukuran dari data yang akan dibangkitkan, mean adalah mean atau rata-rata data dan sd adalah standar deviasi dari data. Dalam kesempatan kali ini, penulis menggunakan data berdistribusi normal dengan mean = 0 dan standar deviasi = 1 berukuran n = 30. Dengan langkah tersebut diatas data yang dibangkitkan tercantum dalam tabel.3. di bawah ini:

Tabel 1. Nilai variabel random distribusi normal

i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i
1	1.49	7	-1.20	13	1.20	19	-1.53	25	0.10
2	0.59	8	-0.57	14	-1.38	20	0.42	26	1.15
3	-0.20	9	-0.88	15	-0.43	21	0.89	27	-0.22
4	-0.18	10	0.80	16	-0.64	22	-0.83	28	-0.94
5	1.07	11	-0.74	17	0.52	23	0.55	29	0.53
6	2.02	12	-0.11	18	1.32	24	-0.01	30	1.06

Berdasar data yang dibangkitkan, kita akan menguji hipotesis sebagai berikut:

1. Hipotesis H_0 : $\mu = 0$ versus H_1 : $\mu \neq 0$
2. Hipotesis H_0 : $\mu \leq 0$ versus H_1 : $\mu > 0$
3. Hipotesis H_0 : $\mu \geq 0$ versus H_1 : $\mu < 0$

Uji hipotesis yang akan dilakukan menggunakan $\mu_0 = 0$ dengan alasan bahwa kita telah tahu bahwa mean dari sekumpulan data yang kita bangkitkan mempunyai rata-rata μ = 0. Jika hasil akhir yang di dapat H_0 di terima untuk masing-masing uji hipotesis di atas yang berarti bahwa rata-rata data tersebut tidak berbeda dengan nol, maka program bootstrap yang dibuat sudah cukup akurat. Adapun hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 2. Contoh *B* iterasi uji hipotesis bootstrap dua sisi (data simulasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji dua sisi, H_1 : $\mu_0 \neq 0$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0.6	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	0.53	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	0.5	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.4	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	0.38	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.52	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
1000	0.46	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Tabel 3. Contoh *B* iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kanan (data simulasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, H_1 : $\mu_0 > 0$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0.4	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	0.13	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	0.2	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.2	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	0.34	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.2	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Tabel 4. Contoh *B* iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kiri (data simulasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, H_1 : $\mu_0 < 0$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0.6	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	0.67	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	0.85	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.76	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	0.76	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.75	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Di sisi lain kita akan menguji hipotesis sebagai berikut :

1. Hipotesis H_0 : $\mu = 50$ versus H_1 : $\mu \neq 50$
2. Hipotesis H_0 : $\mu \leq 50$ versus H_1 : $\mu > 50$
3. Hipotesis H_0 : $\mu \geq 50$ versus H_1 : $\mu < 50$

Dasar penulis menggunakan rata-rata sama dengan 50, diharapkan kita tolak H_0 untuk uji dua sisi dan uji satu sisi kiri. Terima H_0 untuk uji satu sisi kanan. Karena kita tahu bahwa data tersebut dibangkitkan dari distribusi normal yang mempunyai rata-rata nol. Jika hasil akhir yang di dapat bahwa rata-rata data tersebut berbeda dengan 50, maka program bootstrap yang dibuat sudah cukup akurat. Adapun hasilnya adalah sebagai berikut :

Tabel 5. Contoh B iterasi uji hipotesis bootstrap dua sisi (data simulasi)

B	$A\hat{S}L_{boot}$	Kesimpulan (Uji dua sisi, $H_1 : \mu_0 \neq 50$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
15	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
20	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
25	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
50	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
100	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
1000	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0

Tabel 6. Contoh B iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kanan (data simulasi)

B	$A\hat{S}L_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, $H_1 : \mu_0 > 50$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
1000	0.785	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Tabel 7. Contoh B iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kiri (data simulasi)

B	$A\hat{S}L_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, $H_1 : \mu_0 < 50$)		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
15	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
20	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
25	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
50	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
100	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0
1000	0	Tolak H_0	Tolak H_0	Tolak H_0

Data Observasi

Dalam kesempatan ini penulis menggunakan data penjualan besi C.V Victory Jakarta Utara periode Juli 2001-Juni 2002 (Rini, 2003), sebagai aplikasi program bootstrap uji hipotesis mean satu sampel. Berdasar data tersebut, kita akan menguji apakah rata-rata penjualan besi (dalam ton) C.V. Victory Jakarta Utara sama dengan 169,42 (rata-rata sampel). Hipotesis kasus diatas adalah sebagai berikut :

1. Hipotesis H_0 : $\mu = 169{,}42$ versus H_1 : $\mu \neq 169{,}42$
2. Hipotesis H_0 : $\mu \leq 169{,}42$ versus H_1 : $\mu > 169{,}42$
3. Hipotesis H_0 : $\mu \geq 169{,}42$ versus H_1 : $\mu < 169{,}42$

Hasil analisis yang diperoleh adalah sebagai berikut :

Tabel 8. Contoh B iterasi uji hipotesis bootstrap dua sisi (data observasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji dua sisi, H_1 : $\mu \neq 169{,}42$		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.96	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	1	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.99	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
1000	0.99	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Tabel 9. Contoh *B* iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kanan (data observasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, H_1 : $\mu > 169{,}42$		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0.4	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	0.67	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	0.55	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.48	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	0.5	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.47	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
1000	0.51	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Tabel 10. Contoh B iterasi uji hipotesis bootstrap satu sisi kiri (data observasi)

B	$\hat{ASL}_{boot}$	Kesimpulan (Uji satu sisi, H_1 : $\mu < 169{,}42$		
		α = 0.01	α = 0.05	α = 0.1
10	0.6	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
15	0.33	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
20	0.4	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
25	0.56	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
50	0.46	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
100	0.48	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0
1000	0.49	Terima H_0	Terima H_0	Terima H_0

Kolom *B* dari tabel diatas menyatakan banyaknya sampel bootstrap yang kita gunakan. Kolom $\hat{ASL}_{boot}$ menyatakan probabilitas untuk masing-masing uji hipotesis yang kita lakukan. Sedangkan kolom kesimpulan menyatakan kesimpulan akhir apakah kita tolak atau terima H_0 untuk masing-masing replikasi bootstrap dan nilai **α yang kita gunakan.** Berdasarkan tiga macam uji hipotesis diatas hasil, disimpulkan bahwa H_0 mean besi yang terjual (dalam ton) antara bulan Juli 2000-Juni 2001 tidak berbeda atau sama dengan 169,42

Sebatas pembanding, kita akan melakukan uji hipotesis dengan metode klasik untuk melihat bagaimana kesimpulan akhir yang diperoleh. Dalam metode klasik, terikat pada asumsi yang harus dipenuhi. Untuk itu langkah awal kita akan melakukan uji normalitas Kolmogorov-Smirnov untuk mengetahui apakah sampel berasal dari populasi normal atau tidak. Melalui software S-Plus diperoleh hasil analisis bahwa data berdistribusi normal. Selanjutnya, dilakukan uji mean satu sampel dengan menggunakan uji-t. Hasil analisis untuk uji hipotesis mean (baik dua sisi, ataupun satu sisi, dengan bantuan software S-Plus) yang diperoleh dengan tingkat signifikansi 5% adalah rata-rata penjualan besi C.V. Victory Jakarta (dalam ton) sama dengan 169,42

Berdasarkan hasil uji klasik diatas, fakta menunjukan kesamaan kesimpulan hasil akhir yang diperoleh dengan menggunakan metode bootstrap.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Komputasi uji hipotesis satu sampel untuk mean populasi menggunakan metode bootstrap dilakukan melalui prosedur sebagai berikut :
   - Pertama mengasumsikan *X* sebagai data asli.
   - Menghitung nilai *t*-observasi $\left(\hat{t}(X)\right)$
   - Mengambil sampel dengan pengembalian data *X* sebanyak *B* kali.
   - Menghitung nilai $t(\bullet)$ tiap sampel bootstrap.
   - Menghitung nilai $\hat{ASL}_{boot}$ untuk masing-masing uji hipotesis yang digunakan sebagai kriteria penolakan, dimana tolak H_0 jika $\hat{ASL}_{boot} < \alpha$

1. Ketiga macam uji hipotesis untuk data observasi mempunyai kesimpulan bahwa rata-rata besi yang terjual (dalam ton) antara bulan Juli 2000-Juni 2001 adalah 169,42.
2. Perlu dibuat lebih lanjut, komputasi simulasi prosedur bootstrap uji hipotesis menyangkut variansi dan proporsi populasi, serta bootstrap untuk estimasi interval konfidensi.

Daftar Pustaka

Efron,B., dan Tibshirani R., 1993 , *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York.

Munandar, A., 2007, *Metode Bootsrap uji hipotesis mean satu sampel*, Skripsi, Jurusan Statistika FMIPA UII, Jogjakarta

Rini, G.S., 2003,*Analisis Rata-rata Penjualan Besi yang telah di olah menjadi Besi Batangan dan Besi Lempengan di Perusahaan C.V. Victory Jakarta Utara*, Laporan Kerja Praktek Jurusan Statistika FMIPA UII, Yogyakarta

Soeyoeti, Z.,1986, *Metode Statistika I*, UT, Karunika, Jakarta.

..................,1995, *S-Plus User Manual*, Stats Division Mathsoft.Inc, Seatle. Washington.