ISSN 1411-1047

EKSAKTA

Jurnal Ilmu-Ilmu MIPA

Diterbitjan Oleh:
Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LP2M)
Fakultas MIPA Universitas Islam Indonesia
Vol. 10, No. 2, Agustus 2008

PEMILIHAN MODEL BAYESIAN HIRARKI DALAM MODEL ARMA MENGGUNAKAN ALGORITMA *REVERSIBLE JUMP MCMC*

Suparman
Fakultas Sains dan Teknologi UniversitasTeknologi Yogyakarta
e-mail : suparmancict@yahoo.co.id

Abstract

Apabila model ***A**uto **R**egressive **M**oving **A**verage* (**ARMA**) dicocokkan terhadap data riil, maka nilai sebenarnya dari orde dan parameter model sering tidak diketahui. Tujuan tulisan ini adalah menemukan estimator-estimator untuk orde dan parameter model berdasarkan data.

Dalam tulisan ini, identifikasi orde dan estimasi parameter model ARMA dilakukan dalam kerangka bayesian hirarki. Dalam kerangka ini, orde dan parameter model diasumsikan berdistribusi prior, yang merangkum semua informasi yang tersedia mengenai proses. Semua informasi mengenai karakteristik orde dan parameter model kemudian dinyatakan dalam distribusi posterior Penentuan probabilitas orde dan parameter model posterior memerlukan integrasi dari distribusi posterior yang dihasilkan, merupakan suatu operasi yang secara analitis sangat sukar dilakukan.

Di sini algoritma *Reversible Jump **M**arkov **C**hain **M**onte **C**arlo* (Reversible Jump **MCMC**) dikembangkan untuk melakukan integrasi yang diperlukan melalui simulasi distribusi posterior. Metode yang dikembangkan dievaluasi dalam studi simulasi pada sejumlah himpunan data sintetis dan data riil.

Kata Kunci : Reversible Jump MCMC, model ARMA, identifikasi orde, estimasi parameter.

Pendahuluan

Misalkan $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)'$ adalah suatu data deret berkala. Deret berkala ini dikatakan mempunyai model ARMA orde (p,q), ditulis ARMA(p,q), bila deret berkalanya memenuhi persamaan stokastik berikut (Box *et al.*, 1994) :

$$X_t = Z_t + \sum_{j=1}^{q} \theta_j Z_{t-j} - \sum_{i=1}^{p} \phi_i X_{t-i}, \quad t = 1,2,\cdots,n \tag{1}$$

di mana Z_t adalah galat acak pada saat t, ϕ_i (i = 1, 2, ..., p) dan θ_j (j = 1, 2, ..., q) adalah koefisien-koefisien. Di sini Z_t diasumsikan berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ^2. Model ARMA $(X_t)_{t\in Z}$ disebut stasioner jika dan hanya jika persamaan suku banyak $\phi(b) = 1 + \sum_{i=1}^{p} \phi_i^{(p)} b^i$ bernilai nol untuk nilai b di luar lingkaran dengan jari-jari sama dengan satu. Selanjutnya model ARMA $(X_t)_{t\in Z}$ disebut inversibel jika dan hanya jika persamaan suku banyak $\theta(b) = 1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j^{(q)} b^j$ bernilai nol untuk nilai b di luar lingkaran dengan jari-jari sama dengan satu (Brockwell *et al.*, 1991).

Untuk orde (p,q) diasumsikan diketahui, penaksiran parameter model ARMA telah diteliti oleh beberapa peneliti, misalnya (Box *et al.*, 1994), (Brockwell *et al.*, 1991) dan (**Suparman** *et al.*, 1999). Dalam praktek bila kita mencocokkan model ARMA terhadap data, umumnya orde (p,q) tidak diketahui.

Sedangkan untuk orde (p,q) tidak diketahui, identifikasi orde dan penaksiran parameter dilakukan dalam 2 tahap. Tahap pertama mengestimasi koefisien dan variansi galat dengan asumsi orde (p,q) diketahui. Tahap berikutnya berdasarkan estimator koefisien dan variansi galat untuk berbagai harga (p,q), dipilih orde (p,q) yang "terbaik". Kriteria yang digunakan untuk menentukan harga (p,q) yang "terbaik" telah diusulkan oleh berbagai peneliti, di antara Kriteria ***Akaike Information Criteria*** (**AIC**), Kriteria ***Bayesian Information Criterion*** (**BIC**), dan Kriteria ***Final Prediction Error*** (**FPE**).

Berdasarkan data x_t (t = 1, 2, ..., n), penelitian ini mengusulkan suaatu metode untuk menaksir harga p, q, $\phi^{(p)}$, $\theta^{(q)}$, dan σ^2 secara simultan. Untuk melakukan itu, kita akan menggunakan pendekatan Bayesian hierarki (Robert, 1991), yang akan diuraikan dalam bagian berikut ini.

Bayesian Hierarki

Andaikan $s = (x_{p+q+1}, x_{p+q+2}, \cdots, x_n)$ adalah suatu realisasi dari model ARMA(p,q). Jika nilai $s_0 = (x_1, x_2, \cdots, x_{p+q})$ diketahui, maka fungsi kemungkinan dari s dapat ditulis kurang lebih sebagai berikut :

$$\ell\left(s \mid p, q, \phi^{(p)}, \theta^{(q)}, \sigma^2\right) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{(n-p)/2} \exp - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=p+q+1}^{n} g^2\left(t, p, q, \phi^{(p)}, \theta^{(q)}\right) \tag{2}$$

di mana $g\left(t, p, q, \phi^{(p)}, \theta^{(q)}\right) = x_t + \sum_{i=1}^{p} \phi_i^{(p)} x_{t-i} - \sum_{j=1}^{q} \theta_j^{(q)} z_{t-j}$ untuk t = p+q+1, p+q+2, ..., n dengan nilai awal $x_1 = x_2 = \cdots = x_{p+q} = 0$ (Shaarawy *et al.*, 1984).

Misalkan S_p dan I_q masing-masing adalah daerah stasionaritas dan daerah inversibilitas . Dengan menggunakan transformasi

$$F:\phi^{(p)}=\left(\phi_1^{(p)},\phi_2^{(p)},\cdots,\phi_p^{(p)}\right)\in S_p \;\mapsto\; r^{(p)}=\left(r_1,r_2,\cdots,r_p\right)\in(-1,1)^p \quad (3)$$

$$G:\theta^{(q)}=\left(\theta_1^{(q)},\theta_2^{(q)},\cdots,\theta_q^{(q)}\right)\in I_q \;\mapsto\; \rho^{(q)}=\left(\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_q\right)\in(-1,1)^q$$

maka model ARMA $(X_t)_{t\in Z}$ stasioner jika dan hanya jika $r^{(p)}=\left(r_1,r_2,\cdots,r_q\right)\in(-1,1)^p$ (Bhansali, 1983) dan model ARMA $(X_t)_{t\in Z}$ inversibel jika dan hanya jika $\rho^{(q)}=\left(\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_q\right)\in(-1,1)^q$ (Barndorff *et al*, 1973). Selanjutnya fungsi kemungkinan dapat ditulis kembali sebagai :

$$\ell\left(s\,\middle|\,p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},\sigma^2\right)=\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{(n-p)/2} \quad (4)$$

$$\exp-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=p+1}^{n} g^2\left(t,p,q,F^{-1}(\phi^{(p)}),G^{-1}(\theta^{(q)})\right)$$

Penentukan distribusi prior untuk parameter-parameter tersebut di atas adalah sebagai berikut :

a) Orde p berdistribusikan Binomial dengan parameter λ :

$$\pi(p|\lambda)=C_{p_{max}}^{p}\,\lambda^p(1-\lambda)^{p_{max}-p}$$

b) Orde q berdistribusikan Binomial dengan parameter μ :

$$\pi(q|\mu)=C_{q_{max}}^{q}\,\mu^q(1-\mu)^{q_{max}-q}$$

c) Untuk orde p ditentukan terlebih dahulu, vektor koefisien $r^{(p)}$ berdistribusikan seragam pada interval $(-1, 1)^p$.

d) Untuk orde q ditentukan terlebih dahulu, vektor koefisien $\rho^{(q)}$ berdistribusikan seragam pada interval $(-1, 1)^q$.

e) Variansi σ^2 berdistribusikan invers gamma dengan parameter $\alpha/2$ dan $\beta/2$:

$$\pi(\sigma^2|\alpha,\beta)=\frac{(\beta/2)^{\alpha/2}}{\Gamma(\alpha/2)}(\sigma^2)^{-(1+\alpha/2)}\exp-\beta/(2\sigma^2)$$

Di sini parameter λ dan μ diasumsikan berdistribusi seragam pada interval (0,1), nilai α diambil sama dengan 2 dan parameter β diasumsikan berdistribusi Jeffrey. Sehingga distribusi prior untuk parameter $H_1=(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},\sigma^2)$ dan $H_2=(\lambda,\beta)$ dapat dinyatakan sebagai :

$$\pi(H_1,H_2) = \pi(p|\lambda)\pi\left(r^{(p)}|p\right)\pi(q|\mu)\pi\left(\rho^{(q)}|q\right)\pi\left(\sigma^2|\alpha,\beta\right)\pi(\lambda)\,\pi(\beta) \quad (5)$$

Menurut Teorema Bayes, maka distribusi a posteriori untuk parameter H_1 dan H_2 dapat dinyatakan sebagai :

$$\pi(H_1,H_2|s)\propto \ell(s|H_1)\pi(H_1,H_2) \quad (6)$$

Distribusi a posteriori merupakan gabungan dari fungsi kemungkinan dan distribusi prior yang kita asumsikan sebelum sampel diambil. Fungsi kemungkinan bersifat obyektif sementara distribusi prior ini bersifat subyektif. Dalam kasus ini, distribusi a posteriori $\pi(H_1, H_2 | s)$ mempunyai bentuk yang sangat rumit sehingga tidak dapat diselesaikan secara analitis. Untuk mengatasi masalah tersebut, diusulkan metode *Reversible Jump* MCMC.

Metode *Reversible Jump* Mcmc

Misalkan M = (H_1, H_2). Secara umum, metode MCMC merupakan suatu metode sampling, yaitu dengan cara membuat rantai Markov homogen $M_1, M_2, \cdots, M_m$ yang memenuhi sifat aperiodik dan irreduktibel (Robert, 1996) sedemikian hingga $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak yang mengikuti distribusi $\pi(H_1, H_2 | s)$. Dengan demikian $M_1, M_2, \cdots, M_m$ dapat digunakan sebagai sarana untuk menaksir parameter M. Untuk merealisasikan itu diadopsi algoritma Gibbs Hibrida (Robert, 1996) yang terdiri dari dua tahap :

1. Simulasi distribusi $\pi(H_2 | H_1, s)$
2. Simulasi distribusi $\pi(H_1 | H_2, s)$

Algoritma Gibbs digunakan untuk mensimulasikan distribusi $\pi(H_2 | H_1, s)$ dan algoritma hibrida, yang mengabungkan algoritma *Reversible Jump* MCMC (Green, 1995) untuk mensimulasikan parameter $(p, q, r^{(p)}, \rho^{(q)})$ dengan algoritma Gibbs untuk mensimulasikan parameter σ^2, digunakan untuk mensimulasikan distribusi $\pi(H_1 | H_2, s)$. Algoritma *Reversible Jump* MCMC merupakan rampatan dari algoritma Metropolis-Hastings (Metropolis *et al.*, 1953; Hastings, 1970).

Simulasi Distribusi $\pi(H_2 | H_1, s)$

Distribusi bersyarat H_2 apabila diketahui H_1 dan s, $\pi(H_2 | H_1, s)$, dapat dinyatakan sebagai

$$\pi(H_2 | H_1, s) \propto \lambda^p (1-\lambda)^{p_{max}-p} \quad \mu^q (1-\mu)^{q_{max}-q} (\beta/2)^{\alpha/2} \exp - \beta/(2\sigma^2)$$

$$\beta^{-1}.$$

Distribusi tersebut tidak lain adalah distribusi gamma dengan parameter $\alpha/2$ dan $1/(2\sigma^2)$. Sehingga untuk mensimulasikannya dapat menggunakan algoritma Gibbs.

Simulasi Distribusi $\pi(H_1 | H_2, s)$

Jika distribusi bersyarat H_1 apabila diketahui H_2 dan s, $\pi(H_1 | H_2, s)$, diintegralkan terhadap σ^2, maka akan diperoleh

$$\pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s) = \int_{R^+} \pi(H_1 | H_2, s) d\sigma^2$$

Dengan memisalkan

$$\nu = \frac{\alpha}{2} + \frac{n - p_{max}}{2}$$ dan

$$w = \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2} \sum_{t=p_{max}+1}^{n} g^2(t,p,q,F^{-1}(r^{(p)}),G^{-1}(\rho^{(q)}))$$

serta menggunakan

$$\int_R (\sigma^2)^{-(1+\nu)} \exp - \frac{w}{\sigma^2} d\sigma^2 = \frac{\Gamma(\nu)}{w^\nu}$$

maka kita dapatkan

$$\pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s) \propto C_{p_{max}}^{p} \lambda^p (1-\lambda)^{p_{max}-p} C_{q_{max}}^{q} \pi^q (1-\mu)^{q_{max}-q}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{p+q} \frac{(\beta/2)^{\alpha/2}}{\Gamma(\alpha/2)} \frac{1}{\beta} \frac{\Gamma(\nu)}{w^\nu}$$

Di lain pihak, kita mempunyai juga

$$\pi(\sigma^2 | p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},H_2,s) \propto (\sigma^2)^{-(\nu+1)} \exp - w/(\sigma^2)$$

Sehingga kita dapat menyatakan distribusi $\pi(H_1 | H_2, s)$ sebagai hasil kali dari distribusi $\pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s)$ dan distribusi $\pi(\sigma^2 | p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},H_2,s)$, yaitu :

$$\pi(H_1 | H_2, s) = \pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s) \times \pi(\sigma^2 | p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},H_2,s)$$

Selanjutnya untuk mensimulasikan distribusi $\pi(H_1 | H_2, s)$, kita gunakan algoritma hibrida yang terdiri dari dua tahap :

- Tahap 1 : Mensimulasikan distribusi $\pi(\sigma^2 | p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},H_2,s)$
- Tahap 2 : Mensimulasikan distribusi $\pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s)$

Kemudian untuk mensimulasikan distribusi $\pi(\sigma^2 | p,q,r^{(p)},\rho^{(q)},H_2,s)$ digunakan algoritma Gibbs. Sebaliknya, distribusi $\pi(p,q,r^{(p)},\rho^{(q)} | H_2, s)$ tidak berbentuk ekplisit sehingga untuk mensimulasikan digunakan algoritma *Reversible Jump* MCMC.

Apabila orde (p, q) ditentukan, kita dapat menggunakan algoritma Metropolis Hastings. Oleh karena dalam kasus ini orde tidak diketahui, rantai Markov harus melompat orde (p,q) dengan parameter $(r^{(p)}, \rho^{(q)})$, menuju (p^*, q^*) dengan parameter $(r^{(p^*)}, \rho^{(q^*)})$. Untuk memecahkan masalah ini, kita gunakan algoritma *Reversible Jump* MCMC.

Pemilihan Jenis Lompatan

Misalkan (p,q) menyatakan nilai aktual untuk orde, kita akan tulis : η_p^{AR} peluang lompatan dari p ke p+1, δ_p^{AR} peluang lompatan dari p ke p-1, ς_p^{AR} peluang lompatan dari p ke p, η_q^{MA} peluang lompatan dari q ke q+1, δ_q^{MA} peluang lompatan dari q ke q-1 dan ς_q^{MA} peluang lompatan dari q ke q. Untuk tiap komponen, kita akan memilih distribusi seragam pada kemungkinan lompatan. Sebagai contoh untuk bagian AR, distribusi ini tergantung pada p dan memenuhi

$$\eta_p^{AR} + \delta_p^{AR} + \varsigma_p^{AR} = 1$$

Kita tetapkan $\delta_0^{AR} = \varsigma_0^{AR} = 0$ dan $\eta_{p\max}^{AR} = 0$. Di bawah pembatasan ini, kita akan memilih probabilitas sedemikian sehingga

$$\eta_p^{AR} = c\min\left\{1, \frac{\pi(p+1)}{\pi(p)}\right\} \text{ dan } \delta_p^{AR} = c\min\left\{1, \frac{\pi(p)}{\pi(p+1)}\right\}$$

dengan c konstanta, sebesar mungkin sedemikian sehingga $\eta_p^{AR} + \delta_p^{AR} \leq 0{,}9$ untuk p = 0, 1, ..., pmax. Tujuannya untuk memiliki $\eta_p^{AR}\pi(p) = \delta_{p+1}^{AR}\pi(p+1)$

Kelahiran / Kematian dari Orde

Sebagai contoh untuk bagian AR, andaikan p adalah nilai aktual untuk orde dari model ARMA, $r^{(p)} = (r_1, r_2, \ldots, r_p)$ adalah nilai koefisien. Anggap bahwa kita ingin melakukan lompatan dari p menuju p+1. Kita mengambil variabel random u menurut distribusi triangular dengan mean 0

$$g(u) = \begin{cases} u+1, & -1 < u < 0 \\ 1-u, & 0 < u < 1 \end{cases}$$

Kita lengkapi vektor $r^{(p)}$ dengan variabel random u. Sehingga vektor koefisien baru yang diusulkan adalah

$$r^{(p+1)} = (r_1, r_2, \ldots, r_p, u)$$

Catat bahwa, apabila kita terjemahkan transformasi pada parameter lama, tranformasi ini akan mengubah secara total semua nilai. Terlihat jelas bahwa Jacobian dari transformasi bernilai 1.

Sebaliknya, lompatan dari p+1 menuju p dilakukan dengan cara menghapus koefisien terakhir dalam $r^{(p+1)} = (r_1, r_2, \ldots, r_p, r_{p+1})$. Sehingga vektor koefisien baru yang diusulkan adalah $r^{(p)} = (r_1, \ldots, r_p)$. Probabilitas penerimaan/penolakan masing-masing adalah

$$\alpha_N = \min\{1, r_N\} \text{ dan } \alpha_D = \min\{1, r_N^{-1}\}$$

di mana

$$r_N = \frac{\pi(p+1, q, r^{(p+1)}, \rho^{(q)} \mid H_2, s)\, q(p+1, r^{(p+1)}; p, r^{(p)})}{\pi(p, q, r^{(p)}, \rho^{(q)} \mid H_2, s)\, q(p, r^{(p)}; p+1, r^{(p+1)})}$$

Kita mempunyai

$$\begin{cases} q(p+1, r^{(p+1)}; p, r^{(p)}) = \delta_{p+1} \\ q(p, r^{(p)}; p+1, r^{(p+1)}) = \eta_p g(r_{p+1}) \end{cases}$$

Akhirnya, kita peroleh

$$r_N = \frac{w(\beta, p+1, q, r^{(p+1)}, \rho^{(q)})^{-v(\alpha)}}{w(\beta, p, q, r^{(p+1)}, \rho^{(q)})^{-v(\alpha)}} \frac{p\max - p}{p+1} \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{1}{2} \frac{\eta_{p+1}}{\delta_p} \frac{1}{g(r_{p+1})}$$

Perubahan Koefisien

Andaikan sekarang bahwa lompatan bagian AR yang dipilih adalah dari p menuju p tanpa perubahan orde tetapi hanya perubahan koefisien-koefisiennya. Apabila $r^{(p)} = (r_1, r_2, \ldots, r_p)$ adalah vektor koefisien, kita modifikasi vektor koefisien komponen tiap komponen. Anggap bahwa $r_1, r_2, \ldots, r_{i-1}$ diaktualisasi dan andaikan bahwa $r_1^*, r_2^*, \ldots, r_{i-1}^*$ titik yang diperoleh. Kita mendefinisikan titik u_i dengan cara berikut :

$$u_i = \sin(r_i + s)$$

dengan s diambil menurut distribution seragam pada interval $[-\pi/10, \pi/10]$. Maka u_i dipilih dengan ditribusi

$$f(u_i \mid r_i) = \frac{5}{\pi\sqrt{1-u_i^2}}$$

dalam interval $[\sin(r_i - \pi/10), \sin(r_i + \pi/10)]$.
Dengan menuliskan $r^{*(p)} = (r_1^*, \ldots, r_{i-1}^*, r_i, r_{i+1}, \ldots, r_p)$ dan $\tilde{r}^{*(p)} = (r_1^*, \ldots, r_{i-1}^*, u_i, r_{i+1}, \ldots, r_p)$, probabilitas penerimaan/penolakan yang bersesuaian adalah

$$\alpha_C = \min\{1, r_C\}$$

di mana

$$r_C = \frac{\pi(p, q, r^{*(p)}, \rho^{(q)}, H_2 \mid s)\, q(p, r^{*(p)}; p, \tilde{r}^{*(p)})}{\pi(p, q, \tilde{r}^{*(p)}, \rho^{(q)}, H_2 \mid s)\, q(p, \tilde{r}^{*(p)}; p, r^{*(p)})}$$

Oleh karena

$$\frac{q(p, r^{*(p)}; p, \tilde{r}^{*(p)})}{q(p, \tilde{r}^{*(p)}; p, r^{*(p)})} = \left(\frac{1+r_i}{1+u_{ii}} \frac{1-r_i}{1-u_i}\right)^{1/2}$$

Maka

$$r_C = \frac{w(\beta, p, q, r^{*(p)}, \rho^{(q)})^{-v(\alpha)}}{w(\beta, p, q, r^{(p)}, \rho^{(q)})^{-v(\alpha)}} \left(\frac{1+r_i}{1+u_{ii}} \frac{1-r_i}{1-u_i}\right)^{1/2}$$

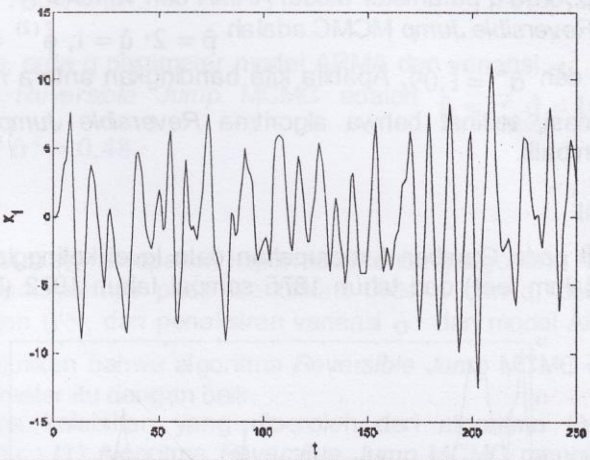
Hasil dan Pembahasan

Sebagai ilustrasi, kita akan menerapkan metode ini untuk mengidentifikasi orde dan menaksir parameter data ARMA sintesis dan data riil. Studi simulasi ditempuh untuk mengkonfirmasi kinerja dari algoritma *Reversible Jump* MCMC apakah dapat berkerja dengan baik. Sedangkan studi kasus diberikan untuk memberikan contoh penerapan penelitian dalam memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

Baik untuk data ARMA sintesis maupun data ARMA riil ini, kita akan menggunakan algoritma *Reversible Jump* MCMC untuk mengidentifikasi orde dan mengestimasi parameter model ARMA yang bersesuaiaan. Untuk keperluan itu, algoritma tersebut dimplementasikan sebanyak 70000 iterasi dengan periode pemanasan sebanyak 20000. Nilai orde p dan q dibatasi maksimum 10 sehingga $p_{maks} = q_{maks} = 10$.

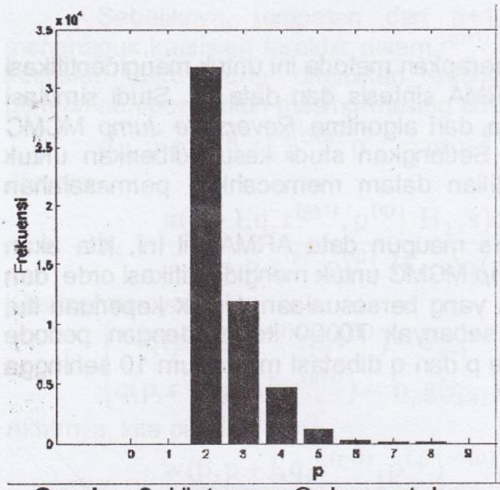
Data ARMA Sintesis

Gambar 1 merupakan data ARMA sintesis yang dibuat menurut persamaan (1) di atas dengan menggunakan bahasa pemograman MATLAB, dengan jumlah data n = 250, orde p = 2, q = 1, $\phi^{(2)} = (-1.36, 0.7)$, $\theta^{(1)} = (0.7)$ dan $\sigma^2 = 1$.

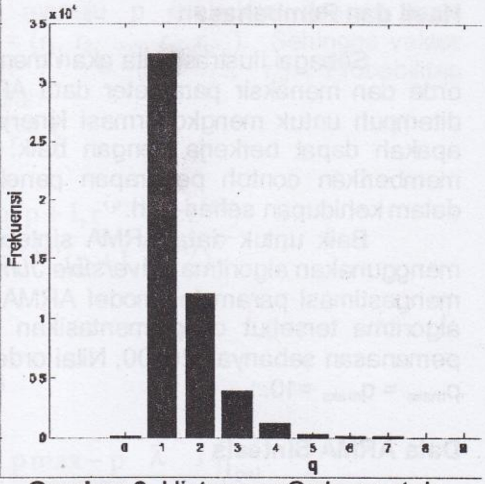


Gambar 1. Data ARMA Sintesis

Berdasarkan data simulasi dalam Gambar 1 selanjutnya orde p, orde q, parameter model ARMA dan variansi σ^2 diestimasi dengan menggunakan algoritma *Reversible Jump* MCMC. Histogram untuk orde p dan orde q ditampilkan masing-masing pada Gambar 2 dan Gambar 3.



Gambar 2. Histogram Orde p untuk Data ARMA Sintesis

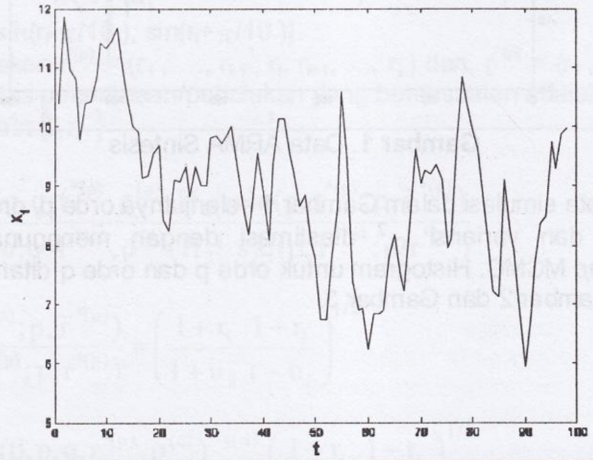


Gambar 3. Histogram Orde q untuk Data ARMA Sintesis

Penaksir orde p, orde q parameter model ARMA dan variansi σ^2 yang dihasilkan oleh algoritma *Reversible Jump* MCMC adalah $\hat{p} = 2$, $\hat{q} = 1$, $\hat{\phi}^{(2)} = (-0.36, 0.70)$, $\theta^{(1)} = (0.70)$ dan $\hat{\sigma}^2 = 1.09$. Apabila kita bandingkan antara nilai sebenarnya dan nilai estimasi, terlihat bahwa algoritma *Reversible Jump* MCMC dapat berkerja dengan baik.

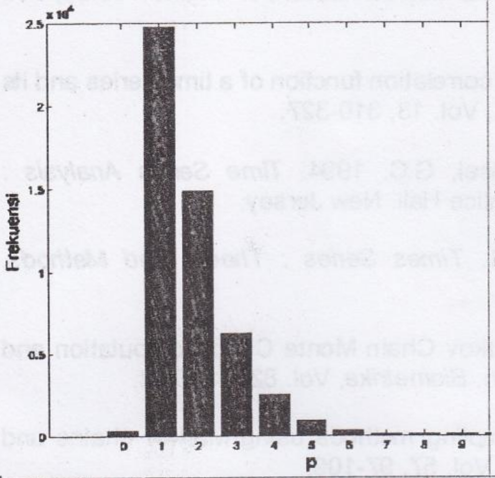
Data ARMA Riil

Data riil pada Gambar 4 merupakan data level ketinggian air di Telaga Huron USA (dalam feet) dari tahun 1875 sampai tahun 1972 (Brockwell *et al.*, 1991).

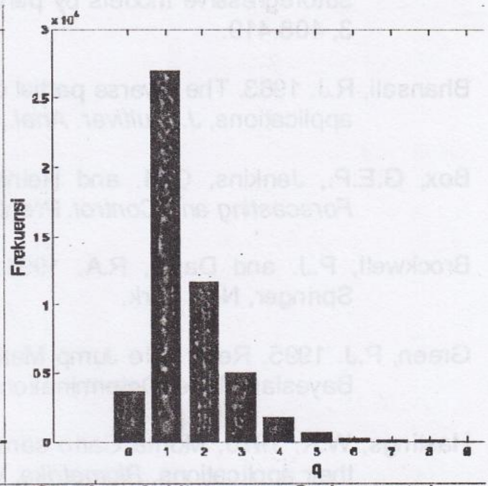


Gambar 4. Data Level Ketinggian Air di Telaga Huron USA (1875 – 1972)

Berdasarkan data pada Gambar 3 selanjutnya orde p, orde q, parameter model ARMA dan variansi σ^2 ditaksir dengan menggunakan algoritma *Reversible Jump* MCMC.



Gambar 5. Histogram Orde p untuk ARMA Riil



Gambar 6. Histogram Orde q untuk ARMA Riil

Penaksir orde p, orde q parameter model ARMA dan variansi σ^2 yang dihasilkan oleh algoritma *Reversible Jump* MCMC adalah $\hat{p} = 1$, $\hat{q} = 1$, $\phi_1^{(1)} = -0,75$, $\theta_1^{(1)} = 0,32$ dan $\hat{\sigma}^2 = 0,48$,.

Kesimpulan

Uraian di atas, merupakan kajian teori tentang algoritma *Reversible Jump* MCMC dan penerapannya pada identifikasi orde p dan q, penaksiran vektor koefisien $\phi^{(p)}$ dan $\theta^{(q)}$, dan penaksiran variansi σ^2 dari model ARMA. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa algoritma *Reversible Jump* MCMC dapat menaksir parameter-parameter itu dengan baik.

Beberapa kelebihan yang diperoleh dari algoritma *Reversible Jump* MCMC ini, yaitu : (1) Algoritma *Reversible Jump* MCMC mengidentifikasi orde dan mengestimasi parameter model ARMA dalam satu tahap saja. Apabila digunakan metode lain, umumnya proses identifikasi dan estimasi dilakukan dalam dua tahap. (2) Algoritma *Reversible Jump* MCMC tidak hanya menghasilkan model ARMA yang cocok terhadap suatu data runtun waktu tetapi juga model ARMA yang stasioner. Sifat stasioneritas model ARMA ini sangat penting apabila model ARMA digunakan untuk melakukan peramalan. Metode lain, biasanya menghasilkan model ARMA yang tidak stasioner.

Sebagai implementasi algoritma *Reversible Jump* MCMC, diambil data level ketinggian air di Telaga Huron USA dari tahun 1875 sampai dengan tahun 1972. Hasilnya data level ketinggian air telaga tersebut dapat dimodelkan dengan model ARIMA(1,1). Selanjutnya model-model yang diperoleh dapat digunakan untuk memprediksi level ketinggian air di Telaga Huron pada periode-periode berikutnya.

Daftar Pustaka

Barndorff-Nielsen. O. and Schou, G. 1973. On the parametrization of autoregressive models by partial autocorrelation, *J. Multivar. Anal.*, Vol. 3, 408-419.

Bhansali, R.J. 1983. The inverse partial correlation function of a time series and its applications, *J. Multivar. Anal.*, Vol. 13, 310-327.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis : Forecasting and Control*. Prentice Hall. New Jersey.

Brockwell, P.J. and Davis, R.A. 1991. *Times Series : Theory and Methods*, Springer, New York.

Green, P.J. 1995. Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo Computation and Bayesian Model Determination. *Biometrika*, Vol. 82, 711-732.

Hastings, W.K. 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika*, Vol. 57, 97-109.

Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Teller, A.H. and Teller, E. 1953. Equations of state calculations by fast coputing machines, *Journal Chemical Physics*, Vol 21, 1087-1091.

Robert, C.P.1996. Méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov, *Economica*.

Robert, C.P. 1999. *The Bayesian Choice. A Decision-Theoretic Motivation*, Springer Texts in Statistics..

Shaarawy, S. and Broemeling, L. 1984. Bayesian inferences and forecasts with moving averages processes. *Commun. Statist. – Theory Meth.* 13(15). 1871-1888.

Suparman dan Soejoeti, Z. (1999) Bayesian Estimation of ARMA Time Series Models, *Jurnal WKSI*, Vol. 2 No. 3. 91-98.