

# SEMINAR NASIONAL V CALL FOR PAPER

Universitas Teknologi Yogyakarta  
Yogyakarta, 18 Juli 2009

**Penerapan Teknologi dan Pemberdayaan  
Potensi Ekonomi Secara Sinergi  
sebagai Upaya Meningkatkan  
Kualitas Hidup Masyarakat**

**PROSIDING  
BUKU 8**

**UTY**

UNIVERSITAS TEKNOLOGI YOGYAKARTA

ISBN: 978-979-1334-25-9



**ESTIMATOR BAYESIAN HIRARKI  
UNTUK PARAMETER MODEL SINYAL MULTIPLIKATIF  
MENGUNAKAN ALGORITMA MCMC HIBRIDA**

Suparman

Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, UTY Yogyakarta  
Jl. Ringroad Utara, Jombor, Sleman, Yogyakarta  
Email : suparmancict@yahoo.co.id

**ABSTRACT**

*This paper addresses the problem of the signal segmentation within a Bayesian framework by using hybrid MCMC sampling. The signal is modelled by piecewise constant processes where the numbers of segments and the position of abrupt are unknown.*

*The hybrid MCMC algorithm is then used to generate samples distributed according to the joint posterior distribution of the unknown parameters. These samples allow to compute some interesting features of the a posteriori distribution.*

*The performance of the this methodology is illustrated via several simulation results.*

**Keywords :** Bayesian model, Hybrid MCMC methods, Signal Segmentation

**PENDAHULUAN**

Misalkan  $N$  adalah banyak piksel yang terdapat dalam suatu garis dari citra Synthetic Aperture Radar (SAR). Persamaan garis tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk berikut (Suparman *et al.* 2002, Tourneret *et al.* 2003) :

$$y_t = r_t z_t \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

dengan  $y_t$  adalah intensitas citra SAR hasil pengukuran,  $r_t$  adalah intensitas citra SAR, dan  $z_t$  adalah gangguan stokhastik multiplikatif. Dalam berbagai citra SAR, termasuk citra pertanian, sifat-sifat dari  $r_t$  dan  $z_t$  dapat didefinisikan sebagai berikut (Olivier and Quegan 1998) :

(a) Intensitas SAR  $r_t$  merupakan fungsi tangga. Persamaannya dapat ditulis sebagai :

$$r_t = h_K \quad n_K < t \leq n_{K+1}$$

dengan  $K = 0, 1, \dots, K_{\text{maks}}$ . Di sini,  $n_K$  adalah posisi terjadinya perubahan ketinggian anak tangga ke  $K$  (dengan kesepakatan  $n_0 = 0$  dan  $n_{K+1} = N$ ) dan  $h_K$  adalah ketinggian anak tangga ke- $K$ , dan  $K$  adalah jumlah anak tangga.

(b) Gangguan stokhastik multiplikatif  $z_t$  dimisalkan berbentuk variable random yang mengikuti distribusi gamma dengan mean  $L$  dan variansi  $1/L$ , ditulis  $z_t \sim G(L, L)$ ,

$$f(z_t) = \frac{L^L}{\Gamma(L)} z_t^{L-1} \exp[-Lz_t] \quad t = 1, 2, \dots, N$$

Besaran  $L$  menyatakan jumlah pengukuran yang dilakukan dan harga  $L$  diketahui.

Berdasarkan data  $y_t$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ), selanjutnya akan ditaksir harga parameter-parameter

$K$ ,  $n^{(K)} = (n_1, n_2, \dots, n_{K+1})$  dan  $h^{(K+1)} = (h_0, h_1, \dots, h_K)$ .

Untuk menaksir harga parameter-parameter itu, digunakan pendekatan bayesian, yang akan diuraikan dalam bagian berikut ini.

### BAYESIAN HIRARKI

Pendekatan bayesian merupakan suatu metode untuk menaksir harga parameter  $\theta = (K, n^{(K)}, h^{(K)})$ , yang dilakukan berdasarkan pada informasi yang diperoleh dari data  $y$ , (dinyatakan dalam distribusi peluang  $f(y|\theta)$ ) dan informasi mengenai parameter  $\theta$  (dinyatakan dalam distribusi prior  $\pi(\theta)$ ).

Oleh karena gangguan stokhastik  $z_t \sim G(L, L)$ , maka distribusi peluang untuk  $y$ , dapat ditulis sebagai :

$$f(y|\theta) \propto \prod_{i=0}^K h_i^{L\tau(n_i, n_{i+1})} \exp\left[-\frac{L\omega(y, n_i, n_{i+1})}{h_i}\right] \quad (2)$$

dengan  $\tau(a, b) = b - a$ ,  $\omega(y, a, b) = \sum_{n=a+1}^b y_n$ , dan simbol " $\propto$ " berarti "sebanding pada".

Untuk keperluan penggunaan pendekatan bayesian, distribusi prior untuk parameter  $\theta$  harus ditentukan. Distribusi prior untuk parameter  $\theta$  diambil sama seperti dalam Suparman *et al.* (2002). Misalkan  $K_{maks}$  adalah maksimum jumlah anak tangga, maka  $K$  diasumsikan mengikuti distribusi Binomial dengan parameter  $\lambda$ . Distribusi prior untuk  $K$  dapat ditulis sebagai

$$\pi(K|K_{maks}, \lambda) \propto \lambda^K (1-\lambda)^{K_{maks}-K} \quad K = 0, 1, \dots, K_{maks}. \quad (3)$$

Untuk harga  $K$  yang diberikan,  $n^{(K)}$  diasumsikan mengikuti distribusi di bawah ini :

$$\pi(n^{(K)}|K) \propto \prod_{i=0}^K (n_{i+1} - n_i - 1) \quad (4)$$

dan  $h^{(K)}$  mengikuti distribusi gamma invers dengan parameter  $\alpha$  dan  $\beta$ . Distribusi prior untuk  $h^{(K)}$  dapat ditulis sebagai

$$\pi(h^{(K+1)}|K, \alpha, \beta) \propto \prod_{i=0}^K h_i^{\alpha-1} \exp\left[-\frac{\beta}{h_i}\right] \quad (5)$$

Persoalan yang timbul, di antaranya munculnya hiperparameter  $\phi = (\lambda, \alpha, \beta)$  dalam distribusi-distribusi prior di atas. Untuk memudahkan persoalan, dalam Suparman *et al.* (2002) harga  $\phi$  dianggap diketahui. Dalam tulisan ini, seperti yang dilakukan dalam Toumeri *et al.* (2003) hiperparameter  $\phi$  dipandang sebagai suatu variabel acak dengan distribusi tertentu, yaitu  $\lambda$  mengikuti distribusi seragam pada interval (0,1) dan  $\beta$  mengikuti distribusi Jeffrey. Sedangkan harga  $\alpha$  diambil relatif kecil seperti dalam Gilks *et al.* (1996).

Dengan menggunakan teorema Bayes, maka distribusi posterior untuk  $\theta$ , ditulis dengan  $\pi(\theta, \phi|y)$ , dapat dinyatakan sebagai hasil kali dari distribusi peluang untuk  $y$  dan distribusi prior untuk  $(\theta, \phi)$  :

$$\pi(\theta, \phi|y) \propto f(y|\theta) \times \pi(\theta|\phi) \times \pi(\phi) \quad (6)$$

Kemudian taksiran dari parameter  $\theta$  akan dilakukan berdasarkan distribusi posteriornya. Misalnya, penaksir parameter  $\theta$  yang membuat nilai distribusi posterior  $\pi(\theta|y)$  maksimum.

Sayang sekali bahwa bentuk dari distribusi posterior  $\pi(\theta|y)$  sangat kompleks, sehingga mustahil untuk menaksir harga parameter  $\theta$ . Untuk mengatasinya, diadopsi metode Markov Chain Monte Carlo (MCMC), khususnya metode hybrid MCMC (Green 1995).

### METODE MCMC HIBRIDA



Misalkan  $M=(\theta, \varphi)$  Secara umum, metode MCMC merupakan suatu metode sampling, yaitu dengan cara membuat rantai Markov homogen  $M_1, M_2, \dots, M_m$  yang memenuhi sifat aperiodik dan irreduktibel (Robert 1996) sedemikian hingga  $M_1, M_2, \dots, M_m$  dapat dipertimbangkan sebagai variabel acak yang mengikuti distribusi  $\pi(\theta, \varphi | y)$ . Dengan demikian  $M_1, M_2, \dots, M_m$  dapat digunakan sebagai sarana untuk menaksir parameter  $M$ . Untuk merealisasikan itu diadopsi algoritma Gibbs Hibrida (Robert 1996) yang terdiri dari dua tahap :

1. Simulasi distribusi  $\pi(\varphi | \theta, y)$
2. Simulasi distribusi  $\pi(\theta | \varphi, y)$

Algoritma Gibbs digunakan untuk mensimulasikan distribusi  $\pi(\varphi | \theta, y)$  dan algoritma hibrida, yang menggabungkan algoritma *Reversible Jump* MCMC (Green 1995) untuk mensimulasikan parameter  $\pi(K, n^{(K)} | \varphi, y)$  dengan algoritma Gibbs untuk mensimulasikan parameter  $\pi(h^{(K)} | \varphi, y)$ , digunakan untuk mensimulasikan distribusi  $\pi(\theta | \varphi, y)$ . Algoritma *Reversible Jump* MCMC merupakan rampatan dari algoritma Metropolis-Hastings (Metropolis et al. 1953, Hastings 1970).

#### Simulasi Distribusi $\pi(\varphi | \theta, y)$

Distribusi bersyarat  $\varphi$  apabila diketahui  $\theta$  dan  $y$ ,  $\pi(\varphi | \theta, y)$ , dapat dinyatakan sebagai

$$\pi(\varphi | \theta, y) \propto \lambda^K (1-\lambda)^{K_{\text{maks}}-K} \beta^{\alpha(K+1)} \exp\left(-\beta \sum_{i=0}^K \frac{1}{h_i}\right)$$

Distribusi tersebut tidak lain adalah hasil kali distribusi  $B(K+1, K_{\text{maks}}-K+1)$  dan  $G(\alpha(K+1)+1, \sum_{i=0}^K 1/h_i)$ . Sehingga untuk mensimulasikannya dapat menggunakan algoritma Gibbs.

#### Simulasi Distribusi $\pi(\theta | \varphi, y)$

Distribusi bersyarat  $\theta$  apabila diketahui  $(\varphi, y)$ , dinyatakan oleh

$$\pi(\theta | \varphi, y) \propto C_K^{K_{\text{maks}}} \lambda^K (1-\lambda)^{K_{\text{maks}}-K} \frac{1}{C_{N-2}^{2K+1}} \left(\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\right)^{K+1} \prod_{i=0}^K (n_{i+1} - n_i) - 1$$

$$\prod_{i=0}^K h_i^{\Phi(\alpha, L, n_i, n_{i+1})-1} \exp\left[-\frac{\Psi(\beta, L, y, n_i, n_{i+1})}{h_i}\right]$$

di mana

$$\Phi = \alpha + L\tau(a, b) \quad \text{dan} \quad \Psi(\beta, L, y, a, b) = \beta + L\omega(y, a, b).$$

Apabila diintegrasikan terhadap  $h^{(K)}$ , maka akan diperoleh

$$\pi(K, n^{(K)} | \varphi, y) \propto C_K^{K_{\text{maks}}} \lambda^K (1-\lambda)^{K_{\text{maks}}-K} \frac{1}{C_{N-2}^{2K+1}} \left(\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\right)^{K+1} \prod_{i=0}^K (n_{i+1} - n_i) - 1$$

$$\prod_{i=0}^K \frac{\Gamma(\Phi(\alpha, L, n_i, n_{i+1}))}{\Psi(\beta, L, y, n_i, n_{i+1})}$$

Di lain pihak, kita mempunyai juga

Penerapan Teknologi dan Pemberdayaan Ekonomi

$$\pi(h^{(K)} | K, n^{(K)}, \varphi, y) \propto \prod_{i=0}^K h_i^{\Phi(\alpha, L, n_i, n_{i+1})-1} \exp\left[-\frac{\Psi(\beta, L, y, n_i, n_{i+1})}{h_i}\right]$$

$$\otimes_{i=0}^K \text{IG}(\Phi(\alpha, L, n_i, n_{i+1}), \Psi(\beta, L, y, n_i, n_{i+1}))$$

Sehingga kita dapat menyatakan distribusi  $\pi(\theta | \varphi, y)$  sebagai hasil kali dari distribusi  $\pi(K, n^{(K)} | \varphi, y)$  dan distribusi  $\pi(h^{(K)} | K, n^{(K)}, \varphi, y)$ , yaitu :

$$\pi(\theta | \varphi, y) = \pi(K, n^{(K)} | \varphi, y) \pi(h^{(K)} | K, n^{(K)}, \varphi, y)$$

Selanjutnya untuk mensimulasikan distribusi  $\pi(\theta | \varphi, y)$ , kita gunakan algoritma hibrida yang terdiri dari dua tahap :

- Tahap 1 : Mensimulasikan distribusi  $\pi(h^{(K)} | K, n^{(K)}, \varphi, y)$
- Tahap 2 : Mensimulasikan distribusi  $\pi(K, n^{(K)} | \varphi, y)$

Kemudian untuk mensimulasikan distribusi  $\pi(h^{(K)} | K, n^{(K)}, \varphi, y)$  digunakan algoritma Gibbs.

Sebaliknya, distribusi  $\pi(K, n^{(K)} | \varphi, y)$  tidak berbentuk eksplisit sehingga untuk mensimulasikan digunakan algoritma *Reversible Jump MCMC*.

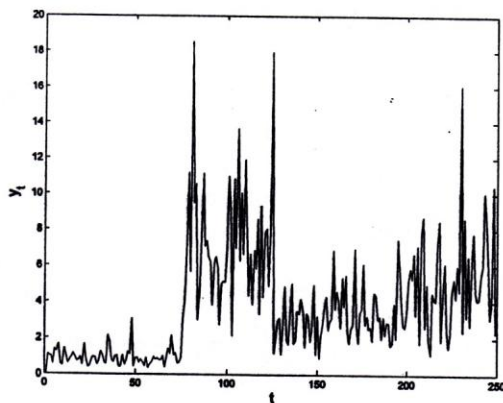
## HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebagai ilustrasi, metode ini diaplikasikan untuk mensegmentasi sinyal multiplikatif simulasi dan sinyal multiplikatif riil. Studi simulasi ditempuh untuk mengkonfirmasi kinerja dari algoritma hibrida apakah dapat bekerja dengan baik atau tidak. Sedangkan studi kasus diberikan untuk memberikan contoh penerapan penelitian dalam memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

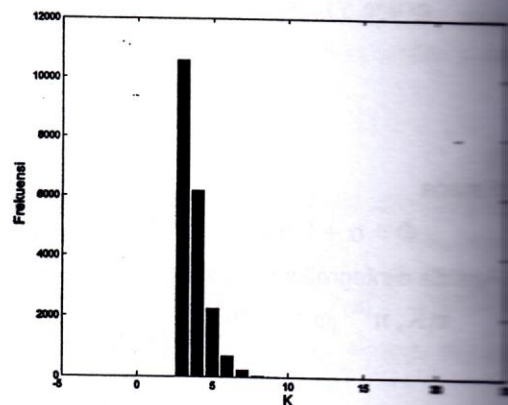
Untuk mensegmentasi sinyal multiplikatif simulasi dan sinyal multiplikatif riil, algoritma hibrida diimplementasikan sebanyak 25 ribu iterasi dengan periode pemanasan 5 ribu.

### Sinyal Multiplikatif Simulasi

Gambar 1 merupakan sinyal multiplikatif simulasi yang dibuat menurut persamaan (1) di atas dengan  $N = 250$  dan  $L = 5$ . Adapun nilai  $K = 3$ , nilai vektor  $n^{(3)} = (75, 125, 200)$  dan nilai vektor  $h^{(4)} = (1, 7, 3, 5)$ .



Gambar 1. Sinyal multiplikatif simulasi



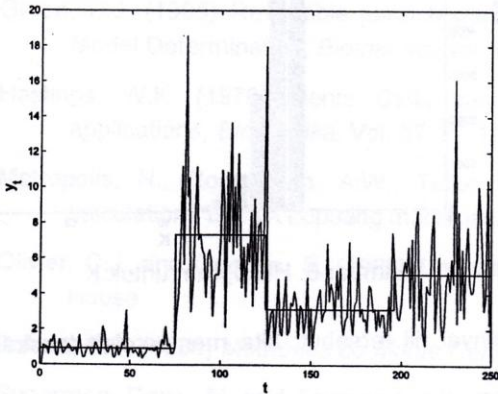
Gambar 2. Histogram untuk K



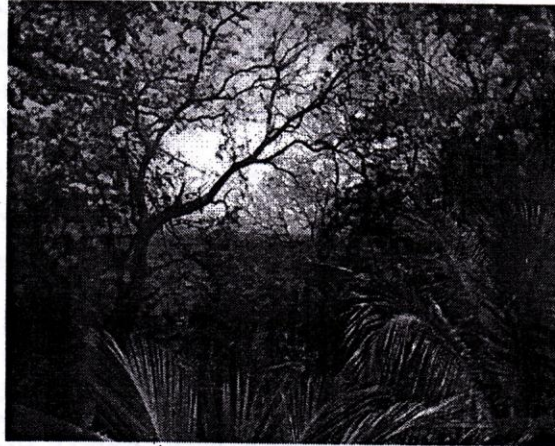
Selanjutnya berdasarkan signal multiplikatif simulasi dalam Gambar 1, banyaknya segmen  $K$ , vektor  $n^{(K)}$  dan vektor  $h^{(K)}$  ditaksir dengan menggunakan algoritma hibrida. Penaksir dari  $K$ ,  $n^{(K)}$  dan  $h^{(K)}$  yang dihasilkan oleh algoritma hibrida adalah

$$\hat{K} = 3, n^{(\hat{K})} = (75, 125, 196), \text{ dan } h^{(\hat{K})} = (0.9, 7.3, 3.1, 5.1).$$

Histogram untuk  $K$  diberikan pada Gambar 2. Segmentasi signal yang dihasilkan oleh algoritma hibrida disajikan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Hasil segmentasi signal multiplikatif simulasi



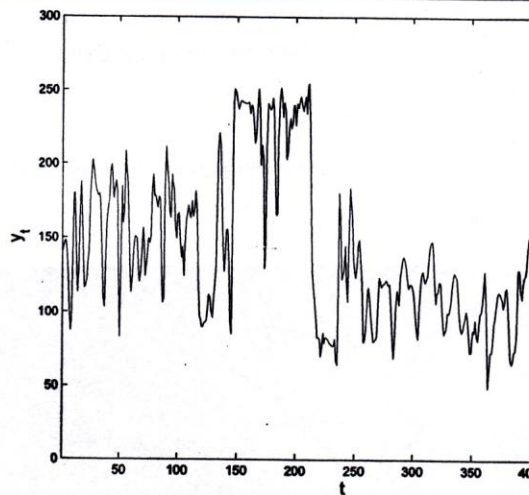
Gambar 4. Citra Pemandangan Alam di Sekitar Makam Imogiri

Apabila kita bandingkan antara nilai  $K$ ,  $n^{(K)}$ ,  $h^{(K)}$  yang sebenarnya dengan taksiran nilai  $K$ ,  $n^{(K)}$ ,  $h^{(K)}$  oleh algoritma hibrida, maka terlihat bahwa algoritma dapat bekerja dengan baik.

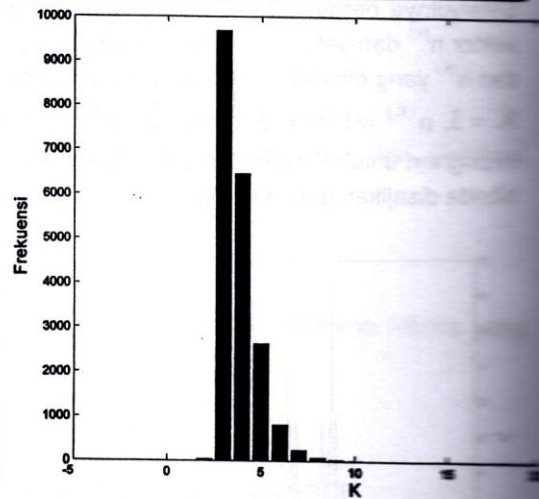
### Sinyal Multiplikatif Riil

Sekarang, algoritma hibrida digunakan untuk mensegmentasi suatu garis pada citra riil. Citra yang digunakan berukuran  $480 \times 640$  (Gambar 4). Citra yang diambil dengan menggunakan handphone Nokia 3220 tersebut merupakan pemandangan alam di sekitar Makam Imogiri.

Kolom ke-198 dari citra SAR tersebut disajikan dalam Gambar 5 berikut. Selanjutnya garis ke-198 ini akan disebut sebagai signal riil.



Gambar 5. Kolom ke-198

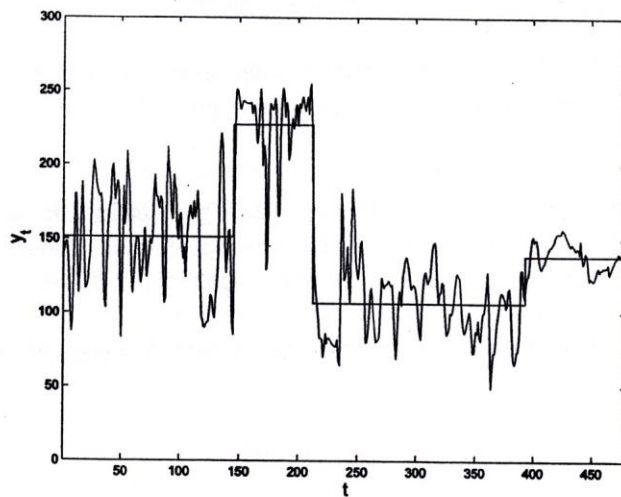


Gambar 6. Histogram untuk K

Setelah algoritma hibrida diimplementasi pada sinyal riil tersebut, kita memperoleh takaran untuk nilai  $K$ ,  $n^{(K)}$  dan  $h^{(K)}$  sebagai berikut :

$\hat{K} = 3$ ,  $n^{(\hat{K})} = (145, 213, 394)$  dan  $h^{(\hat{K})} = (151, 217, 107, 139)$ .

Histogram untuk  $K$  diberikan pada Gambar 6. Hasil segmentasinya disajikan dalam Gambar 7.



Gambar 7. Hasil segmentasi sinyal multiplikatif riil

## SIMPULAN

Uraian di atas merupakan kajian teori mengenai algoritma hibrida dan penerapannya untuk mensegmentasi model sinyal dengan gangguan stokastik multiplikatif. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa algoritma hibrida dapat mensegmentasi signal dengan baik.

Sebagai implementasi algoritma, diambil sinyal riil dari kolom pada citra pemandangan alam di sekitar Makam Imogiri. Apabila algoritma hibrida ini diimplementasikan pada setiap baris atau kolom dari citra tersebut maka akan dihasilkan segmentasi dari citra tersebut.

Akan tetapi jika ukuran dimensi citra cukup besar, maka metode mensegmentasi citra dengan cara mensegmentasi setiap kolom atau setiap baris pada citra akan membutuhkan waktu yang lebih lama. Salah satu cara untuk mengatasi masalah ini adalah dengan cara



#### DAFTAR PUSTAKA

- Gilks, W.R., Richardson, S., Spiegelhalter, D.J. (1996) *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. Chapman and Hall.
- Green, P.J. (1995) Reversible jump Markov Chain Monte Carlo Computation and Bayesian Model Determination, *Biometrika*, vol. 82, 711-732.
- Hastings, W.K. (1970) Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika*, Vol. 57, 97-109.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Teller, A.H. and Teller, E. (1953) Equations of state calculations by fast computing machines, *Journal Chemical Physics*, Vol 21, 1087-1091.
- Olivier, C.J. and Quegan, S. (1998) *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House
- Robert, C.P. (1996) *Méthodes de Monte Carlo par Chaîne de Markov*, Economica.
- Suparman, Doisy, M. and Tourneret, J.Y. (2002) Chanepoint Detection using Reversible Jump MCMC Methods. *Proc. International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Orlando Florida, 1569-1572.
- Tourneret, J.Y., Suparman and Doisy, M. (2003) Hierarchical Bayesian Segmentation of Signals Corrupted by Multiplicative Noise. *IEEE*, Vol. VI, pp. 165-168.

#### BIOGRAFI PENULIS

**Dr. Suparman, M.Si, DEA**, dilahirkan di Bantul, Daerah Istimewa Yogyakarta pada tahun 1969. Menyelesaikan pendidikan S1 di FKIP Universitas Lampung pada tahun 1992, S2 di FMIPA Universitas Gadjah Mada pada tahun 1997, S2 di Fakultas Sains Universitas Toulouse III Perancis tahun 2000, dan S3 di Fakultas Sains Universitas Toulouse III tahun 2003. Bidang-bidang yang diminati adalah Metode Bayesian Hirarki, Metode Reversible Jump MCMC, Metode Simulated Annealing, dan Penerapannya pada Pengolahan Sinyal, Runtun Waktu dan Ekonomi. Saat ini bekerja sebagai dosen di Fakultas Sains dan Teknologi UTY (Universitas Teknologi Yogyakarta). E-mail : [suparmancict@yahoo.co.id](mailto:suparmancict@yahoo.co.id)