

# Dasar Sistem Kendali

Pemodelan, Pengendalian, Analisis,  
Simulasi dan Implementasi

Penulis:

**Alfian Ma'arif**

Penerbit:

**UAD Press**

## **Dasar Sistem Kendali**

### **Pemodelan, Pengendalian, Analisis, Simulasi dan Implementasi**

Hak Cipta © 2021 Alfian Ma'arif

ISBN: 978-623-6071-77-9

e-isbn: 978-623-6071-78-6

Cetakan pertama, September 2021

Penulis: Alfian Ma'arif

Desain sampul: Budi Asyhari

Layout: Dewi Seruni

Cover: Hafidz Irfana

Diterbitkan oleh:

**UAD Press**

(Anggota IKAPI dan APPTI)

Alamat Penerbit:

Kampus II Universitas Ahmad Dahlan

Jln. Pramuka No. 42, Pandeyan, Kec. Umbulharjo,

Kota Yogyakarta, Daerah Istimewa Yogyakarta 55161

Email: [uadpress@uad.ac.id](mailto:uadpress@uad.ac.id)

Telp. (0274) 563515, Phone (+62) 882 3949 9820

Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, baik secara elektronik maupun mekanis, termasuk mem-fotocopy, merekam atau dengan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penulis.

# PRAKATA

Pertama penulis mengucapkan syukur Alhamdulillah kepada Allah SWT sehingga buku ini dapat terselesaikan dengan baik. Penulis mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu dalam penyelesaian buku ini. Secara khusus penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada kedua orang tua, Bapak Muhtadi dan Ibu Tri Puji Astuti. Lalu penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Pak Tole selaku kepala LPPI UAD, Bapak Nuryono Satya Widodo selaku kaprodi teknik elektro dan seluruh staf dosen teknik elektro UAD.

Buku ajar berjudul Dasar sistem kendali: Pemodelan, Pengendalian, Analisis, Simulasi dan Implementasi, dikhususkan bagi mahasiswa teknik elektro sebagai pendamping mata kuliah dasar sistem kendali, sistem kendali lanjut, elektronika instrumentasi kendali dan mahasiswa yang ingin memperdalam bidang sistem kendali (sistem kontrol). Terdapat beberapa bagian utama dari buku ini yaitu pengenalan, pemodelan sistem, perancangan pengendali, analisis, simulasi dan implementasi.

Buku ini merupakan buku karya pertama dari penulis sehingga masih banyak kesalahan dalam penulisan. Oleh karena itu penulis memohon maaf dan mohon pembaca dapat memberikan masukan dengan cara mengirimkan email kepada penulis ke alamat [alfianmaarif@ee.uad.ac.id](mailto:alfianmaarif@ee.uad.ac.id) atau [alfianmaarif@gmail.com](mailto:alfianmaarif@gmail.com)

Demikian yang dapat penulis sampaikan. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi para pembaca. Terima kasih.

Yogyakarta, 21 November 2020

Penulis

# DAFTAR ISI

PRAKATA.....	3
RINGKASAN .....	7
BAB I PENDAHULUAN SISTEM KENDALI .....	8
1.1.    PENGANTAR SISTEM KENDALI.....	8
1.2.    CONTOH SISTEM KENDALI .....	11
1.3.    SISTEM KENDALI KALANG TERBUKA DAN SISTEM KENDALI KALANG TERTUTUP .....	14
1.4.    CONTOH SOAL DAN LATIHAN .....	16
BAB II PEMODELAN SISTEM KENDALI .....	20
2.1.    PENDAHULUAN.....	20
2.2.    TRANSFER FUNCTION.....	21
2.3.    SISTEM KENDALI AUTOMATIK.....	23
2.4.    PEMODELAN RUANG KEADAAN (STATE SPACE) .....	32
BAB III PEMODELAN SISTEM ELEKTRIK DAN MEKANIK..	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.1.    RANGKAIAN RC .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.2.    RANGKAIAN RLC .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.3.    RANGKAIAN ELEKTRIK BERTINGKAT	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.4.    PENDULUM TERBALIK.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3.5.    MOTOR DC.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
BAB IV ANALISIS SISTEM KENDALI	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.1.    PENDAHULUAN.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.2.    SISTEM ORDER SATU .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.3.    SISTEM ORDER DUA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4.4.    RESPON SISTEM .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

4.5. KRITERIA KESTABILAN ROUTHError! Bookmark not defined.

BAB V PENGENDALI PID DAN MODIFIKASI PIDError! Bookmark not defined.

5.1. METODE TUNING PID.....Error! Bookmark not defined.

5.2. MODIFIKASI PENGENDALI PIDError! Bookmark not defined.

AB VI IMPLEMENTASI PENGENDALI PIDError! Bookmark not defined.

6.1. PENGENDALI KECEPATAN MOTOR DCEError! Bookmark not defined.

6.2. ROBOT KESEIMBANGAN ....Error! Bookmark not defined.

BAB VII PENGENDALI STATE FEEDBACKError! Bookmark not defined.

7.1. POLE PLACEMENT .....Error! Bookmark not defined.

7.2. INTEGRAL STATE FEEDBACKError! Bookmark not defined.

7.3. LINEAR QUADRATIC REGULATORError! Bookmark not defined.

7.4. STEADY STATE ERROR .....Error! Bookmark not defined.

7.5. IMPLEMENTASI PENGENDALI INTEGRAL STATE FEEDBACK PADA ARDUINO.....Error! Bookmark not defined.

BAB VIII MATLAB .....Error! Bookmark not defined.

8.1. PENDAHULUAN MATLAB...Error! Bookmark not defined.

8.1.1. Operasi Matematika Dasar.Error! Bookmark not defined.

8.1.2. Variabel.....Error! Bookmark not defined.

8.1.3. Fungsi Matematika .....Error! Bookmark not defined.

8.1.4. Array dan Matriks dalam MatlabError! Bookmark not defined.

8.1.5. Bilangan Pangkat atau Polinomial	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.1.6. Fungsi Grafik .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.2. RESPONS MOTOR DC.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
8.3. PENGARUH PENGENDALI PID	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
BAB IX SCILAB .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9.1. PENDAHULUAN SCILAB .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
9.2. MODEL FUNGSI ALIH DAN RESPON SISTEM.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
DAFTAR PUSTAKA.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tentang Penulis .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tentang Prodi Teknik Elektro Universitas Ahmad Dahlan .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tentang UAD Press .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

# RINGKASAN

Buku Dasar sistem kendali: Pemodelan, Pengendalian, Analisis, dengan Matlab dan Scilab berisi tentang materi dasar-dasar sistem kendali mulai dari pemodelan matematis sistem, perancangan sistem kendali, analisis kestabilan sistem, perancangan simulasi dan implementasi kendali ke sistem sebenarnya. Bagian awal buku membahas tentang sejarah sistem kendali, aplikasi sistem kendali dan bagian-bagian sistem kendali. Perancangan pemodelan sistem menggunakan bentuk fungsi alih (transfer function) dan ruang keadaan (state space). Pemodelan dasar mengambil contoh tentang pemodelan sistem elektrik, mekanik dan gabungan keduanya. Analisis kestabilan sistem kendali dengan menggunakan pendekatan letak pole dan kestabilan routh. Selain itu akan dibahas tentang respon sistem untuk mengamati kinerja sistem. Ada dua jenis pengendali yang dikenalkan yaitu Pengendali Proporsional Integral Derivatif (PID) dan Pengendali Umpan Balik Keadaan (State Feedback). Selain implementasi menggunakan software Matlab dan Scilab, akan dibahas juga tentang implementasi pengendali pada sistem Motor DC dan robot keseimbangan menggunakan perangkat Arduino.

# **BAB I PENDAHULUAN SISTEM KENDALI**

## **1.1. PENGANTAR SISTEM KENDALI**

Teori kendali yang dipergunakan saat ini merupakan teori sistem kendali klasik (atau dikenal sebagai sistem kendali konvensional), teori sistem kendali modern, atau teori kendali robust.

Sistem kendali otomatis sangat penting dalam berbagai bidang Teknik dan ilmu pengetahuan. Kendali otomatis adalah bagian penting dari sistem kendaraan, sistem robot, sistem manufaktur modern, dan berbagai proses industri termasuk kendali suhu, tekanan, kelembapan, aliran dan sebagainya. Oleh karena itu, sangat diharapkan insinyur dan ilmuwan familiar dengan teori dan praktik kendali otomatis.

Sejarah Perkembangan Teori dan Praktik Sistem Kendali. Hasil karya dalam bidang sistem kendali yang paling penting adalah mesin pengatur sentrifugal watt untuk kendali kecepatan pada mesin uap pada abad ke-18. Hasil karya penting lain pada awal perkembangan teori sistem kendali dikerjakan oleh Minorsky, Hazen, dan Nyquist diantaranya. Pada tahun 1922, Minorsky mengerjakan tentang kendali otomatis untuk kemudi kapal dan menunjukkan bagaimana kestabilan dapat ditentukan dari persamaan diferensial sistem. Pada tahun 1932, Nyquist mengembangkan prosedur sederhana terkait kestabilan sistem kalang tertutup berdasarkan pada respons kalang terbuka dengan masukan sinyal sinus keadaan stabil. Pada tahun 1934, Hazen, yang memperkenalkan sistem servo untuk sistem kendali posisi, berdiskusi tentang desain relai sistem servo berkaitan dengan perubahan masukan.

Selama dekade tahun 1940-an, metode respon frekuensi (khususnya metode diagram bode) membuat insinyur memungkinkan untuk mendesain sistem kendali kalang tertutup sesuai kinerja yang ditentukan. Banyak sistem kendali industri pada awal tahun 1940-an dan 1950-an menggunakan pengendali PID untuk mengendalikan tekanan, suhu (temperatur) dan sebagainya. Pada awal tahun 1940-an, Ziegler dan



Nichols mengusulkan tentang aturan untuk men-tuning pengendali PID, dinamakan dengan aturan tuning Ziegler Nichols. Pada akhir tahun 1940-an sampai tahun 1950-an, metode root locus dikembangkan oleh Evans.

Respon frekuensi dan metode root locus, yang merupakan inti dari teori kendali klasik, membawa sistem ke kondisi stabil dan memenuhi kurang lebih sejumlah kinerja yang ditentukan. Sistem tersebut, pada umumnya, diterima tetapi tidak optimal dalam arti yang sebenarnya (pada prakteknya). Sejak akhir tahun 1950-an, penekanan pada masalah desain sistem kendali telah bergeser dari desain satu dari banyak sistem yang bekerja ke desain satu sistem optimal untuk beberapa sistem.

Sistem modern dengan banyak masukan dan banyak keluaran menjadi lebih banyak dan lebih kompleks, deskripsi sistem kendali moden memerlukan persamaan dengan jumlah banyak. Teori sistem kendali kalsik yang hanya berhubungan dengan masukan tunggal dan keluaran tunggal, menjadi tidak berdaya untuk sistem dengan banyak masukan dan banyak keluaran.

Pada tahun 1960, dikarenakan telah terdapat komputer digital, membuat memungkinkan untuk analisis dalam domain waktu untuk sistem kompleks, teori kendali modern, berdasarkan pada analisis domain waktu dan sistesis variabel keadaan, yang telah dikembangkan untuk mengatasi peningkatan kompleksitas pabrik modern dan persyaratan ketat dalam akurasi, berat, biaya dalam aplikasi militer, luar angkasa dan industri.

Selama tahun 1960 sampai tahun 1980, kendali optimal, untuk sistem deteministik dan stokastik, serta kendali adaptif dan pembelajaran kendali sistem kompleks, secara penuh diinvestigasi. Dari tahun 1980-am sampai 1990-an, pengembangan teori kendali modern berpusat pada pengendali robust dan topik terkait.

Teori kendali modern berdasarkan pada analisis domain waktu dari sistem persamaan deferensial. Teori kendali modern membuat desain desain sistem kendali lebih sederhana karena berdasarkan pada model aktual sistem kendali. Akan tetap kestabilan sistem sensitive terhadap nilai eror antara sistem aktual dengan model sistem. Hal ini berarti bahwa ketika pengendali didesain berdasarkan pada model, diterapkan sistem aktual, sistem tersebut mungkin tidak stabil. Untuk mengatasi situasi tersebut, sistem kendali didesain dengan mengatur jangkauan nilai eror yang

mungkin dan mendesain sistem kendali berdasarkan hal tersebut, jika nilai error sistem berada pada asumsi tersebut, desain sistem kendali akan tetap stabil. Metode desain berdasarkan pada prinsip tersebut dinamakan dengan teori kendali robust. Teori tersebut berhubungan dengan pendekatan respons frekuensi dan pendekatan domain waktu. Teori tersebut memiliki matematika yang kompleks.

### **Tahun 1600-an**

Inkubator

### **Tahun 1700-an**

Sistem Pengatur Ball Terbang

Sistem Pengatur Watt

### **Tahun 1800-an**

Kestabilan Routh

Analisis kestabilan sistem pengatur

### **Tahun 1910**

Sistem Autopilot

### **Tahun 1920**

Penguat Umpan Balik

### **Tahun 1930**

Kestabilan Nyquist

Frekuensi Respons

### **Tahun 1940**

Root Locus

Sistem Data Sampel

Filter Optimal

### **Tahun 1950**

Optimasi Numerik

Pemrograman Dinamik

Prinsip maksimasi

### **Tahun 1960**

Microprosesor

Navigasi Inersia

Desain LQG

Augmentasi Kestabilan

Pesawat

Autopilot Digital Apollo

### **Tahun 1970**

Mesin otomotif umpan balik

### **Tahun 1980**

Kendali model internal

Desain kendali dengan

Komputer

### **Tahun 1990**

GPS

Pesawat tanpa Awak

Kendali disk presisi tinggi

### **Tahun 2000**

Sistem Augmentasi

Kestabilan otomotif

Kemudi otomatis dengan GPS

### **Tahun 2010**

Mobil tanpa Pengemudi

**Definisi.** Sebelum mempelajari sistem kendali lebih lanjut, beberapa definisi bagian-bagian sistem kendali perlu didefinisikan terlebih dahulu.

**Mesin (Plants).** Sebuah mesin atau plants dapat berupa bagian dari peralatan, mungkin hanya seperangkat bagian mesin yang berfungsi bersama, dengan tujuan melakukan operasi tertentu. Contohnya adalah tungku pembakaran, reaktor kimia, atau pesawat ruang angkasa.

**Proses.** Proses adalah operasi atau pengembangan yang berlangsung secara progresif dan berkelanjutan yang ditandai serangkaian perubahan bertahap yang berhasil dengan cara yang relatif tetap dan mengarah pada hasil dan tujuan tertentu.

**Sistem.** Sistem adalah kombinasi komponen yang bekerja bersama dan melakukan tujuan tertentu.

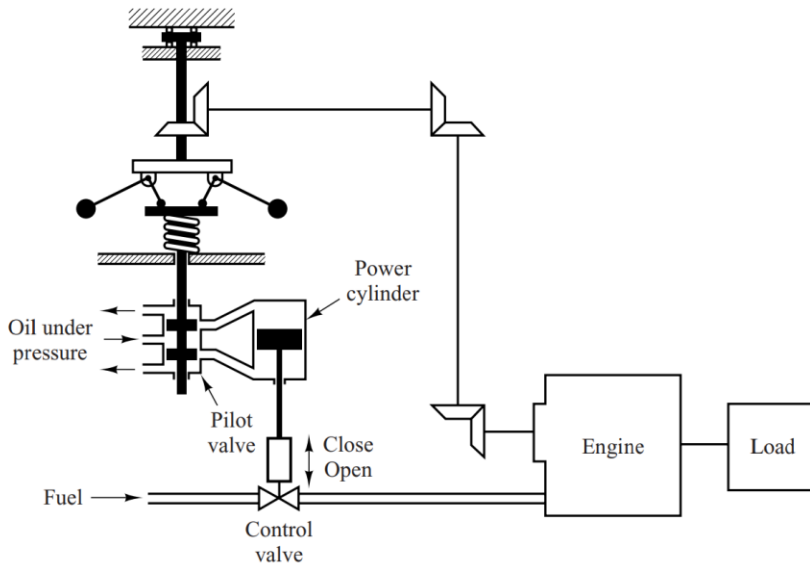
**Gangguan.** Gangguan adalah sinyal yang berpengaruh terhadap nilai dari keluaran dari sistem. Terdapat dua macam gangguan yaitu gangguan internal dan gangguan eksternal. Jika gangguan berasal dari sistem tersebut, dinamakan dengan gangguan internal. Jika gangguan berasal dari luar sistem dinamakan dengan gangguan eksternal atau disebut masukan dari luar.

**Kendali Umpan balik.** Kendali umpan balik berfungsi untuk mengurangi perbedaan antara keluaran sistem dengan masukan referensi dan bekerja berdasarkan pada perbedaan tersebut.

## 1.2. CONTOH SISTEM KENDALI

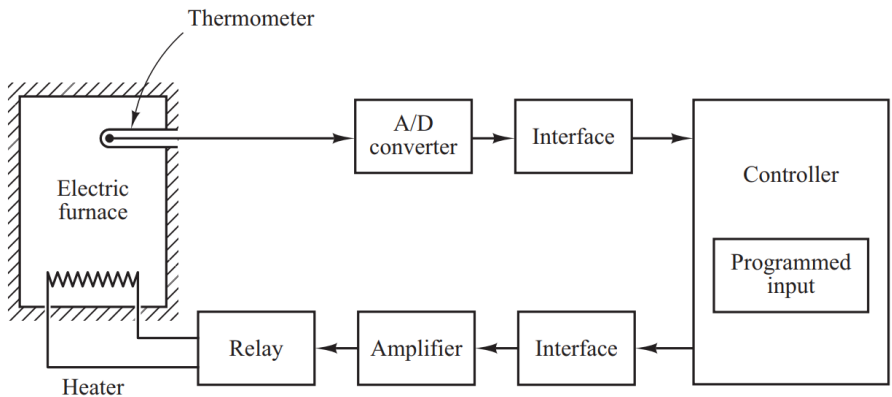
**Sistem Kendali Kecepatan.** Prinsip utama dari pengatur kecepatan Watt diilustrasikan pada skema Gambar 1.1. Jumlah bahan bakar yang dimasukkan ke mesin berdasarkan pada perbedaan antara kecepatan mesin yang diinginkan dengan kecepatan mesin saat ini.

Pada sistem kendali kecepatan ini, mesin atau plants adalah mesin dan variabel yang dikendalikan adalah kecepatan mesin. Perbedaan antara kecepatan yang diinginkan dan kecepatan aktual adalah sinyal error. Sinyal kendali (jumlah bahan bakar) yang dimasukkan pada mesin adalah sinyal aktuator. Masukan dari luar yang mengganggu variabel kendali dinamakan dengan gangguan. Perubahan nilai pada beban dinamakan dengan gangguan.



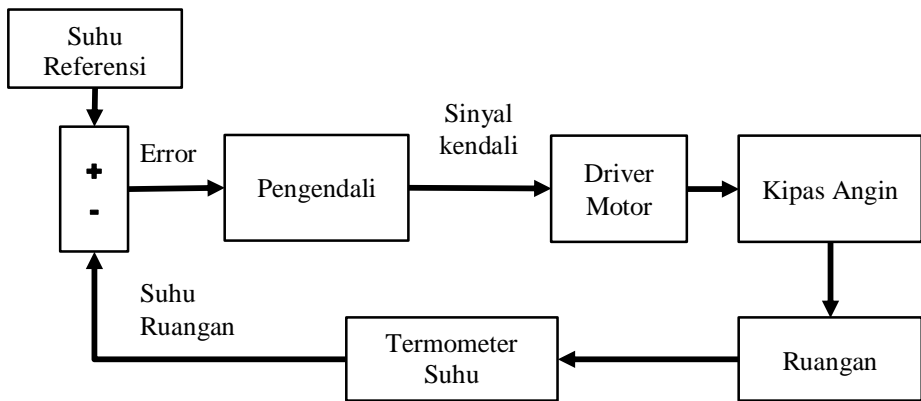
Gambar 1. 1. Pengatur Kecepatan Watt

**Sistem Kendali Suhu Tungku Pembakaran.** Gambar 1.2 merupakan diagram blok kendali suhu pada sistem perapian atau tungku pembakaran elektrik. Suhu pada sistem tungku pembakaran diukur dengan menggunakan termometer yang merupakan perangkat analog. Suhu analog dikonversi menjadi suhu digital dengan menggunakan konverter analog ke digital. Suhu digital dikirim ke pengendali lewat suatu antarmuka. Suhu digital tersebut dibandingkan dengan suhu referensi sehingga terdapat perbedaan nilai yang disebut dengan nilai error. Berdasarkan nilai error tersebut, pengendali akan menghitung berapa nilai sinyal kendali yang harus dikeluarkan. Pengendali mengeluarkan sinyal kendali ke heater atau pemanas elektrik lewat suatu antarmuka, penguat dan relai untuk membuat tungku pembakaran mencapai suhu referensi (suhu yang diinginkan).



Gambar 1. 2. Diagram Blok Sistem Kendali Suhu

**Sistem Kendali Pemanas Cairan.** Diagram blok sistem kendali suhu ruangan ditunjukkan pada Gambar 1.3. Terdapat beberapa komponen pada sistem tersebut di antaranya suhu referensi, Pengendali, Driver Motor, Kipas Angin, Ruang dan Termometer Suhu.



Gambar 1. 3. Diagram Blok Sistem Kendali Suhu Ruangan

Suhu referensi adalah suhu yang diharapkan atau diinginkan. Misalnya ditentukan suhu referensi adalah 30 derajat Celcius sehingga suatu pengendali harus mampu untuk membuat dan menjaga sistem dapat mengikuti suhu referensi.

Masukan bagi pengendali adalah nilai error. Nilai error adalah selisih antara suhu ruangan dengan suhu referensi. Berdasarkan pada nilai error tersebut, pengendali memberikan masukan kepada perangkat keluaran berupa sinyal kendali.

Pada sistem kendali suhu ruangan, perangkat keluaran yang dimaksud adalah driver motor dan kipas angin. Sinyal kendali yang dikirim ke driver motor dan kipas angin adalah tegangan. Misalnya kipas angin diberikan tegangan 12 volt atau 24 volt tergantung pada nilai error yang masuk ke pengendali. Misalkan, suhu ruangan lebih dari 30 derajat celcius yaitu 31 derajat celcius maka kipas angin harus menyala dengan tegangan 12 volt untuk mengeluarkan udara panas. Kebalikannya, jika suhu ruangan kurang dari 30 derajat maka kipas angin harus berhenti sampai suhu diatas 30 derajat.

Kipas angin tersebut mendorong udara panas di ruangan sehingga suhu ruangan dapat berubah. Suhu ruangan tersebut diukur termometer suhu. Nilai suhu ruangan kemudian dibandingkan kembali dengan suhu referensi dan dikirim kembali ke pengendali. Sistem ini berjalan secara terus menerus sehingga suhu ruangan dapat dijaga pada suhu 30 derajat celcius.

### **1.3. SISTEM KENDALI KALANG TERBUKA DAN SISTEM KENDALI KALANG TERTUTUP**

**Sistem Kendali Umpan Balik.** Suatu sistem yang menghubungkan antara keluaran sistem dengan masukan referensi dengan cara membandingkannya dan menggunakan perbedaannya sebagai pengendali dinamakan dengan sistem kendali umpan balik. Contohnya adalah sistem kendali suhu ruangan. Dengan mengukur suhu ruangan dan membandingkan dengan suhu referensi, sebuah sensor suhu akan berperan dalam menyalakan mesin untuk melakukan pemanasan atau pendinginan sehingga memastikan suhu ruangan dapat sesuai tanpa memperhitungkan kondisi luar.

Sistem kendali umpan balik tidak hanya ditemukan dalam bidang Teknik tetapi dapat juga ditemukan di berbagai bidang di luar Teknik. Contoh pada tubuh manusia adalah sistem kendali umpan balik yang

sangat maju. Suhu tubuh dan tekanan darah dijaga tetap stabil pada kondisi tertentu dengan umpan balik fisiologis. Faktanya, kinerja umpan balik memiliki fungsi yang penting, umpan balik membuat tubuh manusia tidak sensitif terhadap gangguan dari luar, sehingga memungkinkan untuk berfungsi dengan baik dalam lingkungan yang berubah.

**Sistem Kendali Kalang Tertutup.** Sistem kendali umpan balik sering disebut sebagai sistem kendali kalang tertutup. Pada implementasinya, nama sistem kendali umpan balik dan sistem kendali kalang tertutup dapat digunakan secara bergantian. Pada sistem kendali kalang tertutup terdapat nilai error, yang merupakan perbedaan antara nilai referensi dan nilai umpan balik. Nilai eror tersebut berfungsi sebagai masukan ke pengendali. Pengendali akan membuat sistem mengurangi nilai eror dengan suatu sinyal kendali ke sistem sehingga nilai keluaran sistem dapat mencapai nilai yang diinginkan (nilai referensi). Sistem kendali kalang tertutup selalu berimplikasi dengan penggunaan kendali umpan balik untuk mengurangi nilai eror.

**Sistem Kendali Kalang Terbuka.** Pada sistem kendali kalang terbuka, keluaran sistem tidak memiliki pengaruh pada aksi kendali. Dengan kata lain pengendali kalang terbuka tidak memperhitungkan keluaran sistem untuk menentukan sinyal kendalinya. Dengan kata lain pada sistem kalang terbuka tidak membandingkan antara keluaran dan masukan referensinya. Contoh sistem kalang terbuka adalah mesin cuci. Proses perendaman, pencucian dan pembilasan dioperasikan berdasarkan pada pemilihan waktu. Mesin cuci tidak mengukur keluaran sinyal yaitu tingkat kebersihan dari baju.

**Prinsip Sistem Kendali Feedback.** Untuk mendapatkan pengendali yang baik, ada beberapa hal yang harus dipenuhi sebagai berikut.

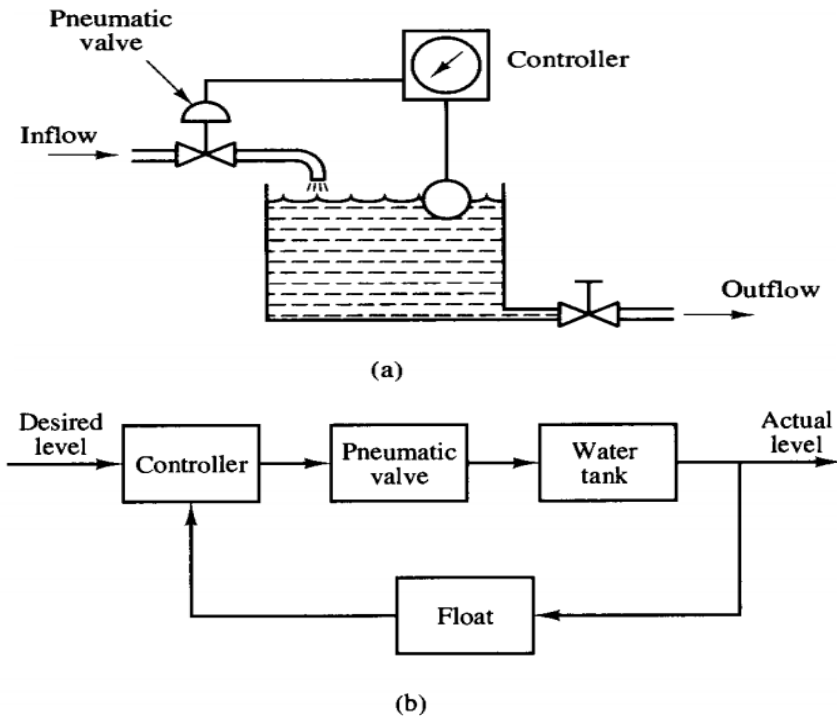
- Kestabilan  
Sistem harus stabil setiap saat.
- Tracking  
Keluaran sistem harus mengikuti sinyal referensi
- Disturbance Rejection  
Keluaran sistem harus tidak sensitive terhadap masukan gangguan yang mungkin.

- Robust

Tujuan harus terpenuhi bahkan jika model yang digunakan dalam mendesain tidak cukup lengkap dan presisi atau jika dinamik sistem fisik berubah dalam waktu tertentu.

## 1.4. CONTOH SOAL DAN LATIHAN

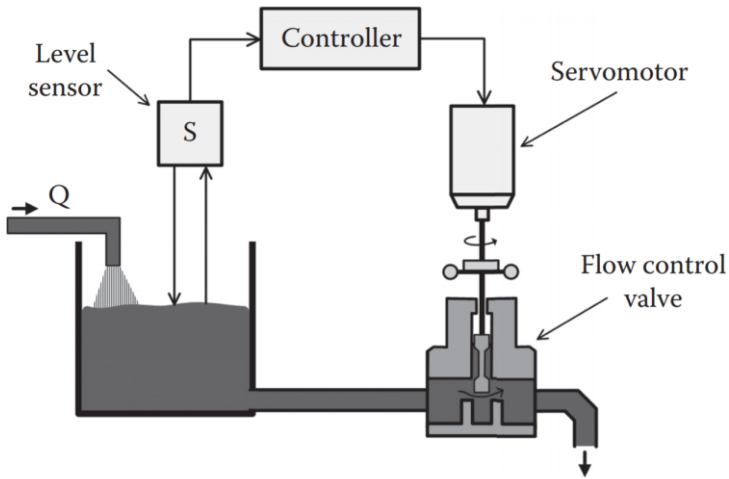
**Sistem Kendali Ketinggian Cairan 1.** Sistem kendali ketinggian cairan ditunjukkan pada Gambar 1.4(a). Diagram blok sistem kendali ketinggian cairan ditunjukkan pada Gambar 1.4(b). Sebutkan komponen apa saja yang ada dalam sistem kendali tersebut. Jelaskan cara kerja sistem kendali ketinggian cairan. Di mana sistem tersebut dapat diterapkan?



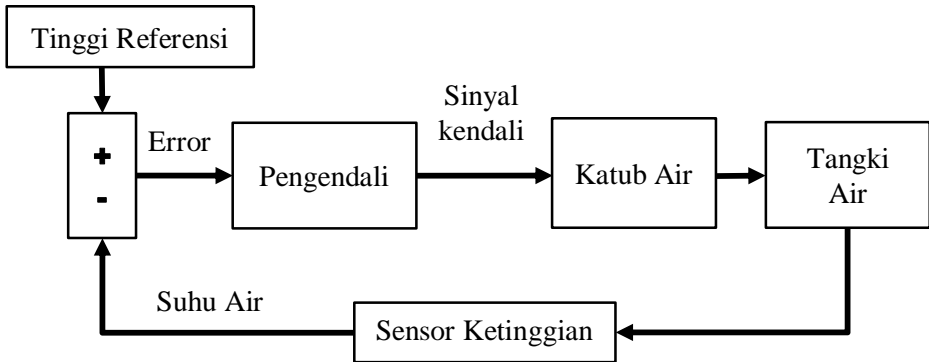
Gambar 1. 4. Sistem Kendali Ketinggian Cairan

**Sistem Kendali Ketinggian Cairan 2.** Sistem kendali ketinggian cairan ditunjukkan pada Gambar 1.5. Diagram blok sistem kendali ketinggian cairan ditunjukkan pada Gambar 1.6.



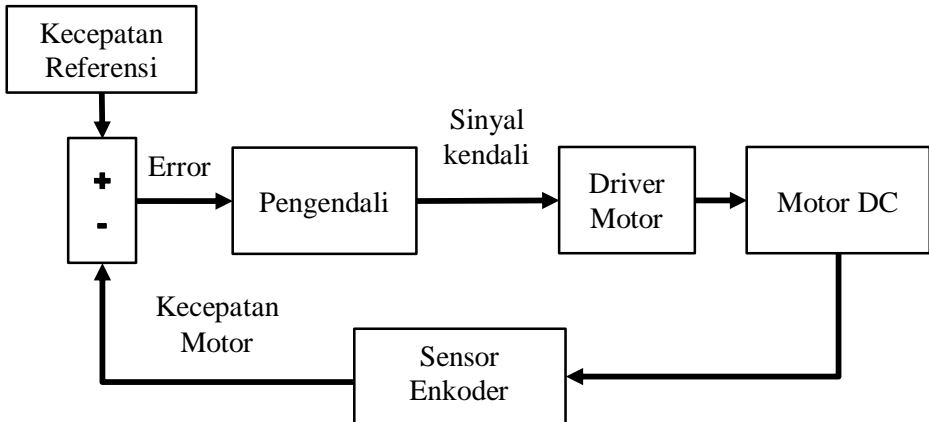


Gambar 1. 5. Diagram Blok Sistem Kendali Ketinggian Cairan

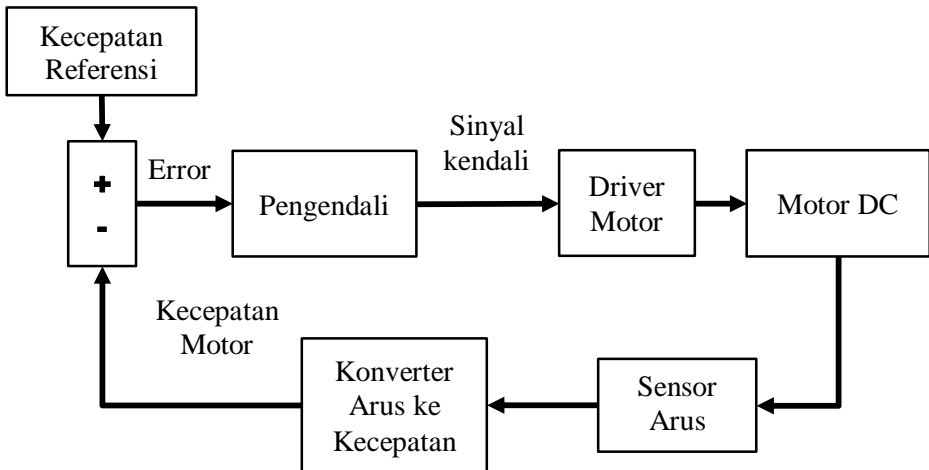


Gambar 1. 6. Diagram Blok Sistem Kendali Ketinggian Cairan

**Sistem Kendali Kecepatan Motor.** Diagram blok Sistem kendali kecepatan motor ditunjukkan pada Gambar 1.7, Gambar 1.8 dan Gambar 1.9. Sistem kendali pada Gambar 1.7 menggunakan sensor enkoder. Sistem kendali pada Gambar 1.8 menggunakan sensor arus dan konverter arus ke kecepatan untuk mengubah nilai arus ke kecepatan motor.

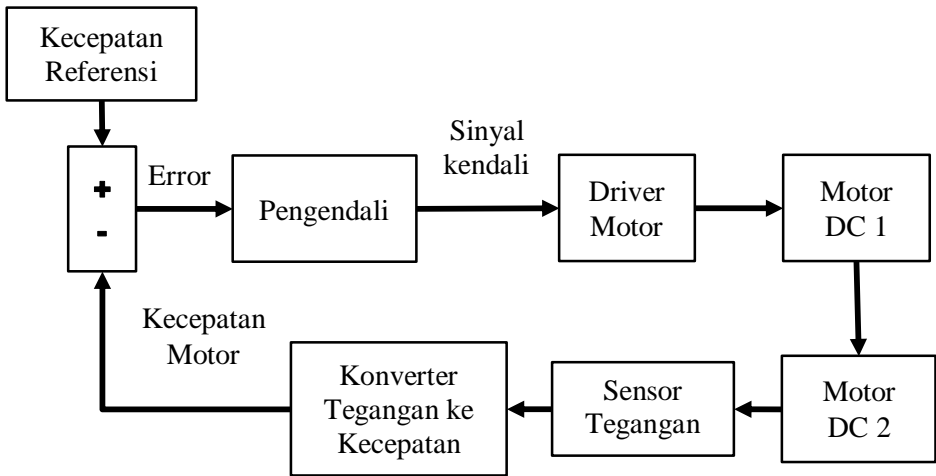


Gambar 1. 7. Diagram Blok Sistem Kendali Kecepatan Motor dengan Sensor Encoder



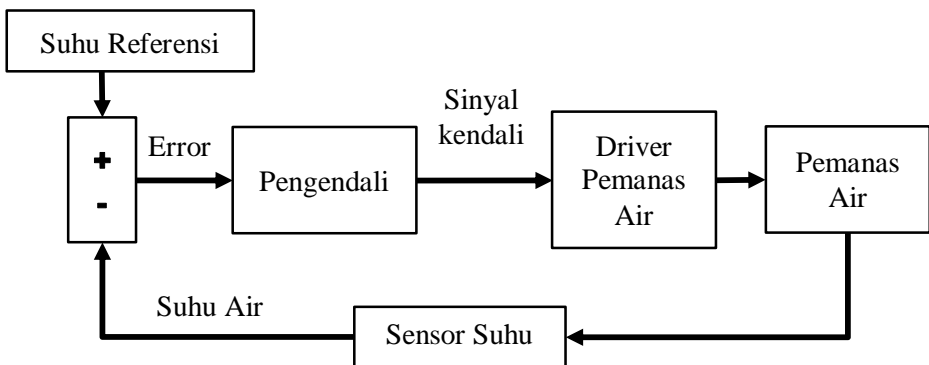
Gambar 1. 8. Diagram Blok Diagram Blok Sistem Kendali Kecepatan Motor dengan Sensor Arus

Sistem kendali pada Gambar 1.9 menggunakan dua motor DC dengan fungsi motor DC kedua adalah untuk mengukur kecepatan motor DC pertama berdasarkan pada tegangan yang dihasilkan. Jelaskan sistem kendali kecepatan motor pada ketiga sistem tersebut!



Gambar 1. 9. Diagram Blok Diagram Blok Sistem Kendali Kecepatan Motor dengan Sensor Tegangan

**Sistem Kendali Suhu Pemanas Air.** Diagram blok Sistem kendali suhu pemanas air ditunjukkan pada Gambar 1.10. Jelaskan sistem kendali kecepatan suhu pemanas air sistem tersebut.



Gambar 1. 10. Diagram Blok Sistem Kendali Suhu Pemanas Air

# BAB II PEMODELAN SISTEM KENDALI

Tahapan pertama dalam proses desain sistem kendali adalah mengembangkan model matematika sistem yang dikendalikan. Pada bagian ini representasi pemodelan yang diperkenalkan adalah model fungsi alih (*transfer function*) dan model ruang keadaan (*state space*).

## 2.1. PENDAHULUAN

Dalam mempelajari sistem kendali, pembaca harus dapat memodelkan dinamika sistem dalam ketentuan matematika dan menganalisis karakteristik dinamika. Model matematika sistem dinamik didefinisikan sebagai kumpulan persamaan yang merepresentasikan dinamika sistem secara akurat atau setidaknya cukup baik. Perlu dicatat bahwa model matematika tidak unik untuk sebuah sistem. Sebuah sistem dapat direpresentasikan dalam banyak cara dan, karenanya, mungkin memiliki banyak model matematika, tergantung pada perspektif seseorang.

Dinamika kebanyakan sistem, apakah itu sistem mekanik, elektrik, termal, ekonomi, biologi dan sebagainya, dapat dideskripsikan dalam persamaan diferensial. Persamaan diferensial tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan hukum fisika untuk sistem tertentu misalnya hukum newton untuk sistem mekanis dan hukum kirchoff untuk sistem listrik. Perlu diingat bahwa menurunkan model matematika yang masuk akal adalah bagian terpenting dari keseluruhan analisis sistem kendali.

Model Matematika. Model matematika dapat diasumsikan dalam berbagai bentuk. Tergantung sistem tertentu dan keadaan tertentu, satu model matematika mungkin lebih cocok daripada lainnya. Sebagai contoh untuk sistem kendali optimal, yang lebih menguntungkan menggunakan representasi state space. Pada bagian lain, untuk respons transien atau analisis respons frekuensi sistem satu input satu output, sistem linear, representasi fungsi alih lebih cocok daripada representasi lain. Sekali model matematika diperoleh, berbagai analisis dan komputer dapat digunakan untuk analisis dan tujuan sintesis (mendesain pengendali lebih lanjut).

**Sistem Linear.** Sebuah sistem dinamakan dengan sistem linear jika prinsip superposisi dapat diterapkan. Prinsip superposisi adalah respons

yang dihasilkan oleh dua fungsi yang berbeda sama dengan jumlah dua respons tersebut secara individu. Karenanya, untuk sistem linear, respons terhadap beberapa masukan dapat dihitung satu per satu dan menambahkan hasilnya kemudian. Prinsip tersebut yang digunakan untuk membangun solusi yang kompleks untuk persamaan diferensial linear dari solusi sederhana.

Sistem Linear tidak Berubah Waktu dan Sistem Linear Berubah Waktu. Contoh sistem berubah waktu adalah

## 2.2. TRANSFER FUNCTION

Misalkan diketahui suatu sistem linier sebagai

$$\begin{aligned} a_0\dot{y} + a_1y + \dots + a_{n-1}\dot{y} + a_ny \\ = b_0x + b_1\dot{x} + \dots + b_{m-1}\dot{x} + b_mx \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dengan  $y$  adalah keluaran dan  $x$  adalah masukan. Fungsi alih adalah rasio perbandingan antara keluaran dan masukan sistem dengan asumsi kondisi awal sama dengan nol, atau dapat dituliskan Fungsi Alih adalah

$$G(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} \quad (2.2)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0s^m + b_1s^{m-1} + \dots + b_{m-1}s + b_m}{a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1} + a_n} \quad (2.3)$$

Dengan menggunakan konsep fungsi alih, dimungkinkan untuk merepresentasikan dinamik sistem dengan persamaan aljabar dalam  $s$ . Jika pangkat tertinggi  $s$  pada bagian penyebut sama dengan  $n$  maka disebut sebagai sistem orde- $n$ .

Contoh sistem orde-1

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s} \quad (2.4)$$

Contoh sistem orde-2

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2} \quad (2.5)$$

Contoh sistem orde-3

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^3} \quad (2.6)$$

Penerapan konsep fungsi alih sebatas pada sistem linear, tidak berubah waktu dan sistem persamaan diferensial. Pendekatan fungsi alih, bagaimanapun, secara luas digunakan dalam analisis dan desain pada sistem ini. Berikut adalah beberapa hal penting tentang fungsi alih.

1. Fungsi alih suatu sistem adalah model matematis yang merupakan metode operasional untuk mengekspresikan persamaan diferensial yang menghubungkan variabel output ke variabel input.
2. Fungsi alih termasuk unit yang diperlukan untuk menghubungkan input ke output. Namun, tidak memberikan informasi mengenai struktur fisik sistem.
3. Jika fungsi alih sistem diketahui, maka output atau respons sistem dapat dipelajari untuk berbagai bentuk input dengan maksud untuk memahami sifat sistem tersebut.
4. Jika fungsi alih sistem tidak diketahui, itu dapat dicari dengan pendekatan eksperimental dengan menggunakan input yang diketahui dan mempelajari output sistem. Setelah fungsi alih diketahui, fungsi alih dapat memberikan deskripsi lengkap tentang karakteristik dinamik sistem, berbeda dari deskripsi fisik.

Contoh. Dapatkan Fungsi Alih yang direpresentasikan sebagai

$$\frac{dc(t)}{dt} + 2c(t) = r(t) \quad (2.7)$$

Jawab. Dengan menggunakan transformasi laplace pada kedua sisi persamaan dan mengasumsikan kondisi awal sama dengan nol, diperoleh

$$sC(s) + 2C(s) = R(s) \quad (2. 8)$$

Dengan menentukan  $C(s)$  sebagai output dan  $R(s)$  sebagai input lalu menggunakan pindah silang, dapat diperoleh model Fungsi alih sebagai

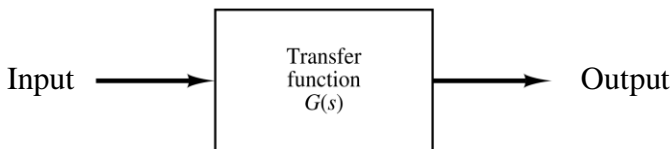
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s + 2} \quad (2. 9)$$

## 2.3. SISTEM KENDALI AUTOMATIK

**Diagram Blok.** Sebuah diagram blok adalah sistem yang merepresentasikan kinerja setiap komponen dalam bentuk aliran sinyal. Diagram blok seperti itu menggambarkan keterkaitan yang ada di antara komponen. Perbedaan dengan representasi matematis adalah diagram blok memiliki keuntungan lebih realistis menunjukkan aliran sinyal sebenarnya.

Pada diagram blok semua variabel sistem saling dihubungkan dengan blok fungsional. Blok fungsional atau blok adalah simbol untuk operasi matematika pada sinyal masukan (input) ke blok yang menghasilkan keluaran (output). Fungsi alih komponen biasanya dimasukkan dalam blok yang sesuai, yang dihubungkan dengan panah untuk menunjukkan arah aliran sinyal. Catatan bahwa sinyal hanya dapat melewati arah panah. Jadi diagram blok sistem kendali secara eksplisit menunjukkan properti uniteral.

Gambar 2.1 menunjukkan elemen diagram blok. Arah dengan panah masuk ke dalam blok disebut dengan masukan (input), dan arah dengan panah keluar dari blok adalah keluaran (output). Panah seperti disebut sebagai sinyal. Catatan bahwa dimensi sinyal keluaran dari blok adalah dimensi sinyal masukan dikali dengan dimensi fungsi alih blok.



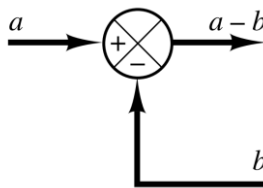
## Gambar 2. 1. Diagram blok

Keuntungan menggunakan representasi diagram blok sistem adalah mudahnya membentuk diagram blok keseluruhan sistem dengan hanya menghubungkan blok komponen sesuai dengan aliran sinyal dan memungkinkan untuk mengevaluasi kontribusi masing-masing komponen untuk keseluruhan kinerja sistem.

Umumnya, operasi fungsional sistem dapat divisualisasi lebih mudah dengan memeriksa diagram blok daripada dengan memeriksa sistem fisik. Diagram blok berisi informasi tentang karakteristik dinamis, tetapi tidak termasuk informasi tentang konstruksi fisik sistem. Akibatnya, banyak sistem yang berbeda dan tidak terkait dapat diwakili oleh diagram blok yang sama.

Perlu diketahui bahwa pada diagram blok sumber energi tidak secara eksplisit ditunjukkan dan diagram blok sistem yang diberikan tidak unik. Jumlah diagram blok yang berbeda dapat digambar untuk sebuah sistem, tergantung dari sudut pandang analisis.

**Titik Penjumlahan (*Summing Point*).** Mengacu pada Gambar 2.2, sebuah lingkaran dengan tanda silang adalah simbol yang menunjukkan operasi penjumlahan. Tanda plus dan minus pada setiap panah menunjukkan apakah sinyal itu akan ditambah atau dikurangi. Penting diketahui bahwa jumlah yang ditambahkan atau dikurangi harus memiliki dimensi dan satuan yang sama.



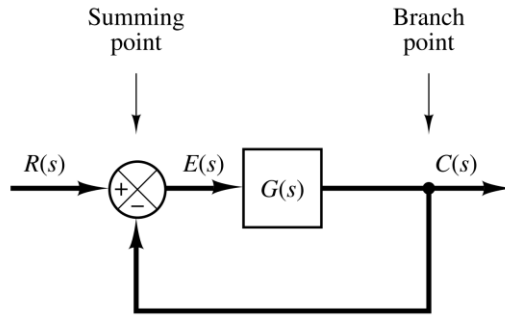
Gambar 2. 2. Penjumlahan

**Titik Percabangan (*Branch Point*).** Perhatikan Gambar 2.3, titik percabangan adalah titik dari mana sinyal dari blok berjalan bersamaan ke blok lain atau ke titik penjumlahan.

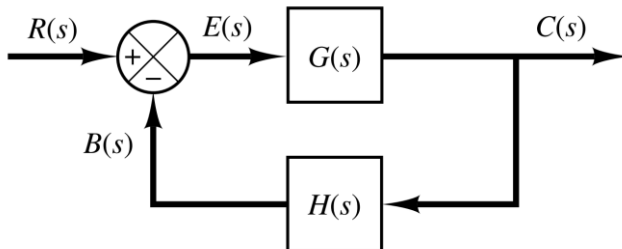
**Diagram blok sistem kalang tertutup.** Contoh diagram blok sistem kalang tertutup ditunjukkan pada Gambar 2.4. Keluaran  $C(s)$  adalah



umpan balik ke titik penjumlahan, yang membandingkan dengan masukan referensi  $R(s)$ . Sistem kalang tertutup secara jelas dapat diindikasi pada Gambar tersebut (umpan balik). Blok keluaran  $C(s)$ , pada kasus ini, diperoleh dengan perkalian fungsi alih dengan blok masukan,  $E(s)$ . Sistem kendali linear dapat direpresentasikan dengan diagram blok yang terdiri atas titik penjumlahan dan titik percabangan.



Gambar 2. 3. Titik Percabangan dan Titik Penjumlahan

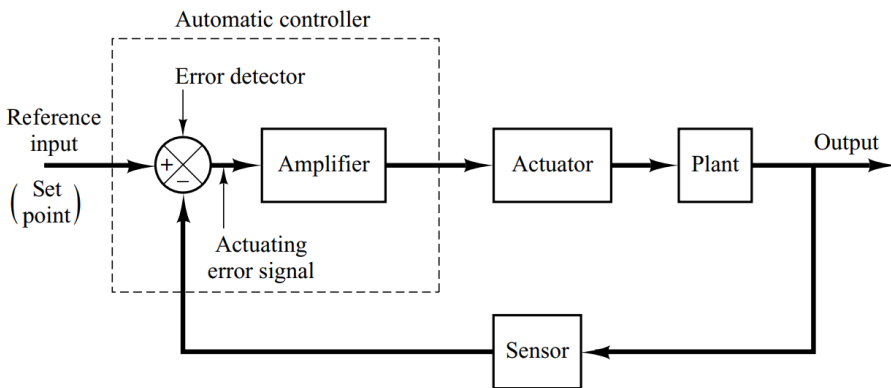


Gambar 2. 4. Diagram blok sistem kalang tertutup

Ketika keluaran diumpan balikkan ke titik penjumlahan untuk dibandingkan dengan masukan, dibutuhkan untuk mengonversi bentuk sinyal keluaran ke bentuk sinyal masukan (jenis data harus sama). Sebagai contoh sinyal kendali suhu, sinyal keluaran biasanya suhu yang dikendalikan. Sinyal keluaran, yang memiliki dimensi suhu, harus dikonversi ke gaya atau posisi atau tegangan sebelum dibandingkan dengan sinyal masukan. Konversi tersebut dilakukan dengan elemen umpan balik dengan fungsi alih  $H(s)$  seperti ditunjukkan pada Gambar. Peran elemen umpan balik adalah memodifikasi keluaran sebelum

dibandingkan dengan masukan. Dalam banyak kasus elemen umpan balik adalah sensor yang mengukur keluaran sistem. Keluaran sensor dibandingkan dengan masukan sistem dan sinyal error dapat diperoleh.

**Kendali Automatik.** Diagram blok sistem pengendali automatic ditunjukkan pada Gambar 2.5. Pengendali otomatis membandingkan nilai umpan balik sistem (nilai aktual keluaran sistem) dengan nilai referensi (nilai yang diinginkan), menghitung nilai error (nilai perbedaan) dan menghasilkan sinyal kendali untuk mengurangi nilai error sampai nol atau nilai yang kecil. Cara pengendali otomatis menghasilkan sinyal kendali dinamakan dengan aksi kendali.



Gambar 2. 5. Diagram blok sistem kendali industri yang terdiri dari kendali otomatis, aktuator, alat, dan sensor (elemen pengukur)

Gambar 2.5 dinamakan dengan diagram blok sistem kendali industri yang terdiri atas pengendali otomatis, aktuator, mesin, dan sensor (elemen pengukur). Pengendali mendeteksi sinyal error yang biasanya memiliki tingkat daya sangat kecil, dan dikuatkan oleh penguat agar cukup untuk daya tingkat tinggi. Keluaran dari pengendali otomatis diumpankan ke aktuator seperti motor listrik, motor hidrolis atau motor pneumatis atau katub. Aktuator adalah perangkat daya yang memproduksi masukan ke mesin sesuai dengan sinyal kendali sehingga sinyal keluaran akan mendekati sinyal masukan referensi.

Sensor atau elemen pengukur adalah perangkat yang mengubah variabel keluaran menjadi variabel lain yang sesuai, seperti posisi, tekanan, tegangan dan lainnya yang dapat digunakan membandingkan

antara nilai keluaran dengan nilai referensi. Elemen ini berada pada bagian umpan balik dari sistem lup tertutup. Nilai sinyal referensi pengendali harus dikonversi menjadi masukan referensi dengan satuan yang sama dengan nilai umpan balik dari sensor atau elemen pengukur.

Klasifikasi Pengendali dalam Industri. Pengendali yang paling banyak digunakan di industri dapat diklasifikasi berdasarkan aksi kendalinya sebagai:

1. Pengendali Dua Posisi atau Pengendali On-Off
2. Pengendali Proporsional
3. Pengendali Integral
4. Pengendali Proporsional Integral
5. Pengendali Proporsional Derivatif
6. Pengendali Proporsional Integral Derivatif

Pengendali dua posisi atau On Off. Pada Pengendali dua posisi, elemen aktuator hanya memiliki dua posisi tetap pada banyak kasus hanya on dan off. Pengendali dua posisi atau pengendali on-off sangat sederhana dan tidak mahal dan karena alasan tersebut sangat luas digunakan di industri dan sistem kendali domestik.

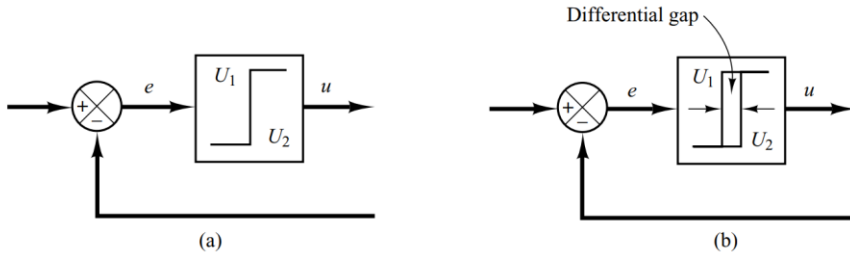
Misalkan sinyal keluaran dari pengendali adalah  $u(t)$  dan sinyal error adalah  $e(t)$ . Pada pengendali dua posisi, sinyal  $u(t)$  tetap pada nilai maksimum atau nilai minimum, tergantung pada apakah sinyal error bernilai positif atau bernilai negatif, sehingga diperoleh

$$u(t) = \begin{cases} U_1 & \text{for } e(t) > 0 \\ U_2 & \text{for } e(t) < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Dengan  $U_1$  dan  $U_2$  adalah konstanta. Nilai minimum  $U_2$  biasanya bernilai nol atau  $-U_1$ . Pengendali dua posisi umumnya dijumpai pada perangkat elektronik, dan sebuah katub solenoid elektrik digunakan secara luas sebagai pengendali. Pengendali proporsional pneumatik dengan penguatan yang besar bekerja sebagai pengendali dua posisi dan terkadang dinamakan dengan pengendali dua posisi pneumatik.

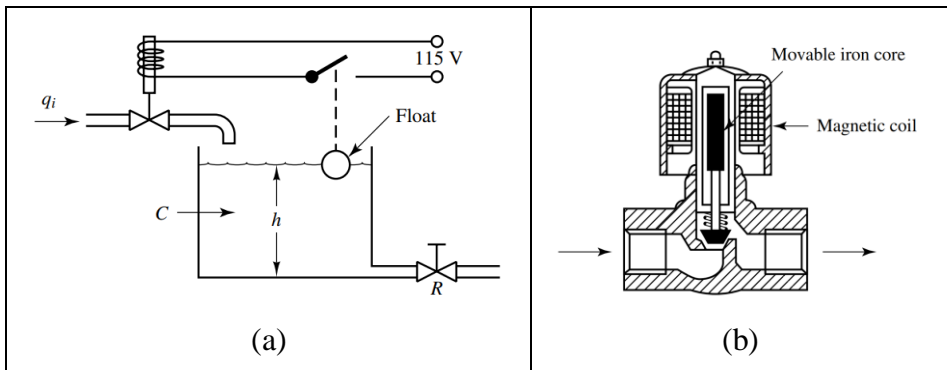
Gambar 2.6 menunjukkan diagram blok pengendali dua posisi atau pengendali on-off. Rentang sinyal error penggerak ketika bergerak sebelum perpindahan terjadi dinamakan dengan gap diferensial. Dalam

beberapa kasus gap diferensial adalah hasil gesekan yang tidak disengaja dan gerakan yang hilang. Namun seringkali ini sengaja disediakan untuk mencegah pengoperasian mekanisme on-off yang terlalu sering.

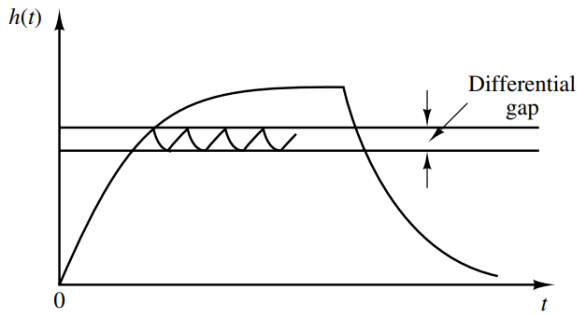


Gambar 2. 6. Pengendali dua posisi atau Pengendali on Off

Perhatikan sistem kendali ketinggian cairan yang ditunjukkan pada Gambar 2.7(a) dengan katub elektromagnetik yang ditunjukkan pada Gambar 2.7(b) yang digunakan untuk mengendalikan laju aliran masuk. Katub tersebut dapat berada pada posisi terbuka maupun tertutup. Dengan kendali dua posisi, laju aliran cairan dapat bernilai positif atau nol seperti ditunjukkan pada Gambar 2.8. Sinyal keluaran terus bergerak di antara dua batas yang diperlukan untuk menyebabkan elemen penggerak berpindah dari posisi tetap ke posisi lainnya. Perhatikan bahwa kurva keluaran mengikuti salah satu dari dua kurva eksponensial, yang satu berhubungan dengan kurva pengisian dan yang lainnya untuk kurva pengosongan. Osilasi keluaran antara dua batas adalah karakteristik respons khas sistem di bawah kendali dua posisi.



Gambar 2. 7. (a) Sistem Kendali Ketinggian Cairan (b) Katub Elektromagnetik



Gambar 2. 8. Grafik perbandingan ketinggian  $h(t)$  terhadap waktu  $t$  untuk sistem pada Gambar 2.7.(a).

**Aksi Pengendali Proporsional.** Untuk pengendali dengan aksi kendali proporsional, hubungan antara keluaran pengendali  $u(t)$  dan sinyal error  $e(t)$  adalah

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2. 11)$$

Atau dalam transformasi laplace

$$U(s) = K_p E(s) \quad (2. 12)$$

Dengan  $K_p$  adalah penguatan proporsional.

Apapun mekanisme aktualnya dan apa pun bentuk daya pengoperasiannya, kendali proporsional pada dasarnya adalah penguat dengan penguatan yang dapat disesuaikan. Jenis pengendali ini menguatkan nilai masukannya sehingga jika nilai error bernilai positif maka nilai kendalinya akan semakin positif nilainya. Sementara jika nilai error bernilai negatif maka nilai kendalinya juga akan semakin negatif.

**Aksi Pengendali Integral.** Pada aksi pengendali integral, nilai keluaran pengendali  $u(t)$  diubah pada tingkat yang sebanding dengan sinyal error  $e(t)$  yang digerakkan. Yaitu,

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad (2.13)$$

Atau

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.14)$$

Dengan  $K_i$  adalah penguatan integral. Kendali integral dalam bentuk fungsi alih adalah

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_i s \quad (2.15)$$

**Aksi Pengendali Proporsional dan Integral.** Aksi kendali proporsional dan integral didefinisikan sebagai

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (2.16)$$

Atau dalam bentuk fungsi alih adalah

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (2.17)$$

Dengan  $T_i$  adalah waktu integral.

**Aksi Pengendali Proporsional dan Derivatif.** Aksi pengendali proporsional dan derivatif didefinisikan sebagai

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.18)$$

Dalam bentuk fungsi alih adalah

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s) \quad (2.19)$$

Dengan  $T_d$  adalah waktu derivatif.

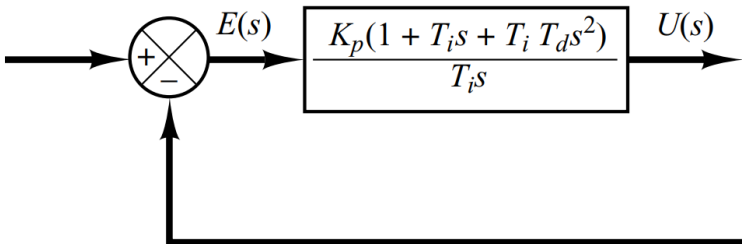
**Aksi Pengendali Proporsional – Integral – Derivatif.** Kombinasi aksi pengendali proporsional, aksi pengendali integral dan aksi pengendali derivatif disebut sebagai pengendali proporsional-integral-derivatif. Pengendali tersebut memiliki kelebihan pada setiap pengendali. Persamaan pengendali dengan kombinasi tersebut dapat diberikan sebagai

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2. 20)$$

Atau dalam bentuk fungsi alih adalah

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2. 21)$$

Dengan  $K_p$  adalah penguatan proporsional  $T_i$  adalah waktu integral,  $T_d$  adalah waktu derivatif. Diagram blok pengendali proporsional integral derivatif ditunjukkan pada Gambar.



Gambar 2. 9. Diagram blok Pengendali PID

Persamaan Pengendali PID dapat dituliskan dalam bentuk lain sebagai

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2. 22)$$

Dengan

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad K_d = K_p T_d \quad (2.23)$$

Atau dalam bentuk fungsi alih adalah

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.24)$$

$$= \frac{K_p s + K_i + K_d s^2}{s} \quad (2.25)$$

## 2.4. PEMODELAN RUANG KEADAAN (STATE SPACE)

Pada bagian ini akan diperkenalkan materi sistem tentang tentang analisis ruang keadaan (State Space).

**Teori kendali modern.** Tren dalam bidang Teknik adalah menuju ke sistem yang lebih kompleks dan memiliki akurasi yang baik. Sistem kompleks memiliki banyak masukan banyak keluaran dan berubah terhadap waktu. Dikarenakan kebutuhan sistem yang kinerja kendali yang lebih baik, peningkatan sistem yang kompleks, akses yang mudah untuk komputer yang berukuran besar, teori kendali modern yang merupakan pendekatan dan analisis baru dalam desain sistem kendali kompleks, telah dikembangkan sejak tahun 1960. Konsep kendali modern menggunakan konsep keadaan atau state. Walaupun dikatakan sebagai kendali modern, bukan berarti merupakan baru karena telah digunakan dalam waktu yang lama di berbagai bidang.

**Teori kendali modern dengan teori kendali klasik.** Teori kendali modern berbeda dengan teori sistem kendali klasik. Teori kendali modern memiliki sistem dengan banyak masukan dan banyak keluaran yang dapat digunakan dalam kendali linear maupun non linear, berubah waktu atau tak berubah waktu. Namun nanti hanya diterapkan pada sistem linear dengan satu masukan dan satu keluaran. Perbedaan yang mendasar adalah teori kendali modern menggunakan domain waktu dan pendekatan domain frekuensi. Sementara teori kendali klasik menggunakan pendekatan



domain frekuensi yang kompleks. Teori kendali klasik menggunakan pemodelan fungsi alih sementara teori kendali modern menggunakan pemodelan state space.

**State.** Variabel state atau keadaan sistem dinamik adalah sekumpulan variabel terkecil yang menyimpan informasi variabel ketika  $t = t_0$ , beserta informasi masukan untuk  $t \geq t_0$ , secara lengkap dengan perilaku sistem saat  $t \geq t_0$ .

Diasumsikan sistem dengan banyak input dan banyak output. Diasumsikan pula ada masukan referensi. Lalu sistem tersebut dapat dituliskan sebagai

$$\dot{x}(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2) \quad (2.26)$$

$$x(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2) \quad (2.27)$$

Persamaan (2.1) dan persamaan (2.3) dapat dituliskan

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad (2.28)$$

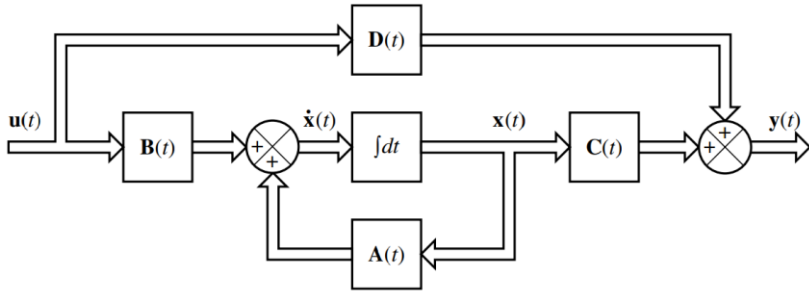
$$x(t) = g(x, u, t) \quad (2.29)$$

Jika persamaan (2.3) dan persamaan (2.4) dilinearisasi pada titik ekuilibrium, diperoleh persamaan linearisasi sebagai

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2.30)$$

$$y = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (2.31)$$

Dengan  $A$  adalah matriks keadaan,  $B$  adalah matriks masukan,  $C$  adalah matriks keluaran dan  $D$  adalah matriks transmisi. Diagram blok representasi ruang keadaan dapat dilihat pada Gambar 2.8.



Gambar 2. 10. Diagram blok sistem kendali linier waktu kontinu direpresentasikan dalam state space

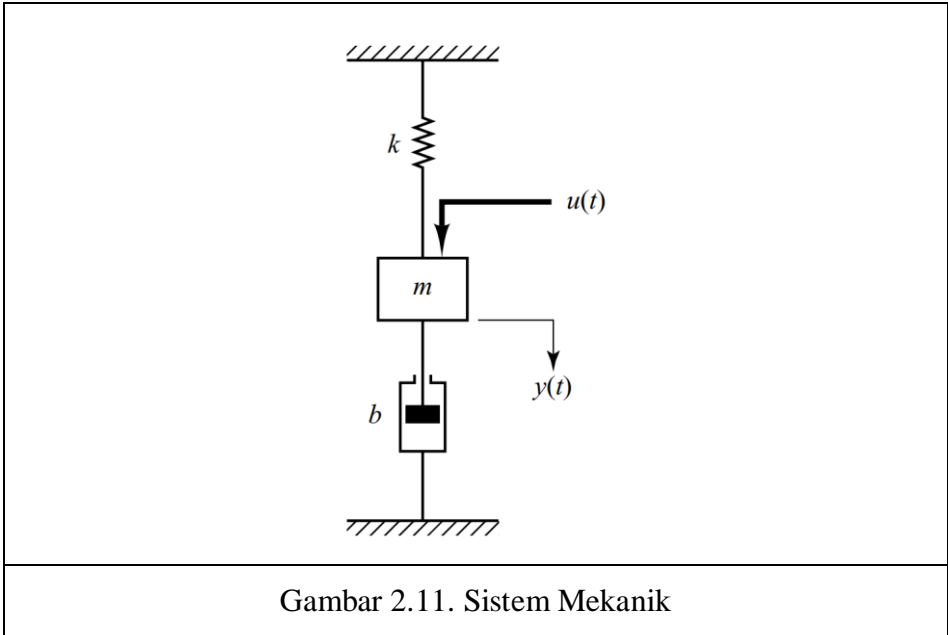
Jika fungsi vektor  $f$  dan  $g$  tidak melibatkan waktu secara eksplisit, maka sistem tersebut dinamakan dengan sistem tidak berubah waktu. Pada kasus tersebut, persamaan dapat disederhanakan sebagai

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2. 32)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2. 33)$$

Persamaan (2.5) adalah persamaan keadaan linear, sistem tidak berubah waktu dan persamaan (2.6) adalah persamaan keluaran dengan sistem yang sama.

**Model Sistem Pegas dan Suspensi.** Contoh penurunan persamaan keadaan dan persamaan keluaran representasi ruang keadaan. Misalkan sistem mekanik pada Gambar 2.9 diasumsikan linier.



Berdasarkan pada diagram pada Gambar 2.9 dengan analisis Hukum Newton II, diperoleh persamaan sebagai

$$\sum F = m\ddot{y} \tag{2.34}$$

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u \tag{2.35}$$

Persamaan tersebut dapat dituliskan ulang sebagai

$$\ddot{y} = \frac{1}{m}u - \frac{b}{m}\dot{y} - \frac{k}{m}y \tag{2.36}$$

Dengan  $m$  adalah massa,  $b$  adalah konstanta bampet,  $k$  adalah konstanta pegas,  $y$  adalah perpindahan,  $\dot{y}$  adalah kecepatan dan  $\ddot{y}$  adalah percepatan. Sistem tersebut merupakan sistem orde dua dengan tanda titik dua buah di atas variabel  $y$  yang berarti turunan dua kali. Hal tersebut berarti sistem memiliki dua integrator. Dengan memisalkan variabel keadaan (state)  $x_1$  dan  $x_2$  sebagai

$$x_1 = y \quad (2.37)$$

$$x_2 = \dot{y} \quad (2.38)$$

Lalu, mencari turunan dari variabel keadaan,  $\dot{x}_1$  dan  $\dot{x}_2$  berdasarkan persamaan (2.36) dapat diperoleh

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.39)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}(-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m}u \quad (2.40)$$

Dengan menggunakan variabel keadaan pada persamaan (2.36) dan (2.37) dapat diperoleh

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.41)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}u \quad (2.42)$$

Persamaan keluaran adalah

$$y = x_1 \quad (2.43)$$

Dalam bentuk matriks, persamaan masukan dan keluaran dapat dituliskan sebagai

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u \quad (2.44)$$

Persamaan keluaran, dapat dituliskan sebagai

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Kedua persamaan tersebut adalah persamaan keadaan dan persamaan keluaran sistem. Persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk standar sebagai

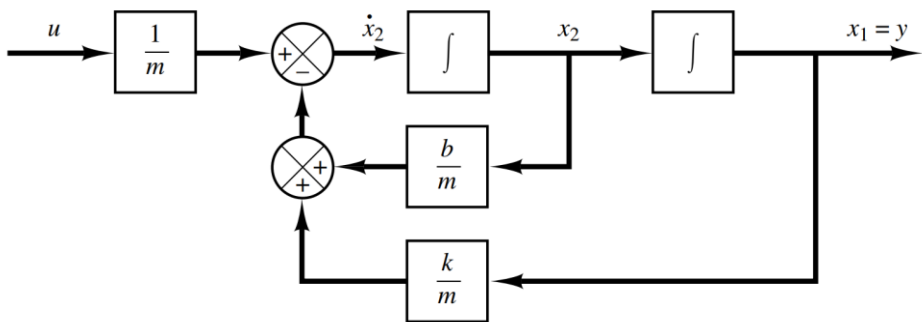
$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.46)$$

$$y = Cx + Du \quad (2.47)$$

Dengan

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0] \quad D = 0 \quad (2.48)$$

Diagram blok pada Gambar 2.10 adalah diagram blok sistem tersebut. Perhatikan bahwa keluaran integrator adalah variabel keadaan.



Gambar 2.12. Diagram blok sistem mekanik

**Pemodelan fungsi alih.** Pada sistem pegas dan suspensi dapat dicari pemodelan fungsi alihnya sebagai berikut. Dengan analisis menggunakan hukum newton II, dapat diperoleh persamaan sebagai

$$\sum F = m\ddot{y} \quad (2.49)$$

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u \quad (2.50)$$

Dengan  $m$  adalah massa,  $b$  adalah konstanta bamper,  $k$  adalah konstanta pegas,  $y$  adalah perpindahan,  $\dot{y}$  adalah kecepatan dan  $\ddot{y}$  adalah percepatan.

Dengan menggunakan transformasi laplace dapat diperoleh

$$ms^2Y(s) + bsY(s) + kY(s) = U(s) \quad (2. 51)$$

Atau

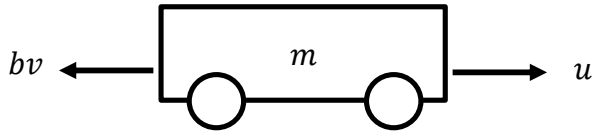
$$(ms^2 + bs + k)Y(s) = U(s) \quad (2. 52)$$

Fungsi alih menyatakan hubungan antara masukan dan keluaran setelah persamaan ditransformasi laplace. Dengan mendefinisikan masukan sebagai  $U(s)$  dan keluaran sebagai  $Y(s)$ , fungsi alih dapat diperoleh sebagai

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(ms^2 + bs + k)} \quad (2. 53)$$

**Pemodelan Kecepatan Kendaraan.** Kendali kecepatan kendaraan otomatis merupakan contoh yang bagus untuk sistem kendali umpan balik yang dapat ditemukan di kendaraan modern. Tujuan dari kendali kecepatan kendaraan adalah mempertahankan kecepatan mobil meskipun ada gangguan eksternal. Dengan kata lain kendali tersebut membuat mobil dapat stabil di kecepatan tertentu walaupun ada gangguan seperti hambatan angin, gesekan roda dengan jalan ataupun tanjakan. Hal tersebut dilakukan dengan mengukur kecepatan kendaraan, membandingkannya dengan kecepatan yang diinginkan (kecepatan referensi) dan secara otomatis menyesuaikan sinyal kendali sesuai dengan persamaan kendali.

Model sistem kendaraan ditunjukkan pada Gambar 2.11. Variabel  $u$  adalah gaya dorong mobil,  $m$  adalah massa mobil dan  $bv$  adalah gaya gesek roda dengan jalan. Pada model tersebut, diasumsikan hambatan angin sama dengan nol sehingga tidak perlu dituliskan.



Gambar 2.13. Diagram blok sistem mekanik

**Model Ruang Keadaan (State Space).** Dengan analisis menggunakan hukum Newton II, persamaan sistem dapat dituliskan sebagai

$$\sum F = m\dot{v} \quad (2.54)$$

$$m\dot{v} + bv = u \quad (2.55)$$

Persamaan tersebut dinamakan dengan persamaan masukan. Selanjutnya adalah menentukan persamaan keluaran. Persamaan keluaran adalah variabel yang ingin diketahui nilainya. Dikarenakan sistem kendali ingin mengendalikan kecepatan sehingga ditentukan persamaan keluaran sebagai

$$y = v \quad (2.56)$$

Diasumsikan parameter sistem adalah sebagai berikut, massa kendaraan  $m = 1000kg$ , koefisien pengurangan  $b = 50Ns/m$ .

Persamaan dapat dituliskan sebagai

$$\dot{v} = -\frac{b}{m}v + \frac{1}{m}u \quad (2.57)$$

Dengan menuliskan variabel keadaan sebagai

$$x_1 = v \quad (2.58)$$

Diperoleh persamaan dalam bentuk ruang keadaan sebagai

$$\dot{x}_1 = \dot{v} = -\frac{b}{m}x_1 + \frac{1}{m}u \quad (2.59)$$

$$y = [1][x_1] \quad (2.60)$$

**Model Fungsi Alih.** Untuk membuat model fungsi alih, perlu didefinisikan terlebih dahulu variabel input dan output. Variabel input adalah gaya dorong  $u$  dan variabel output adalah kecepatan  $v$ . Oleh karena itu dapat dituliskan sebagai

$$P(s) = \frac{V(s)}{U(s)} \quad (2.61)$$

Persamaan sistem mobil berdasarkan hukum newton dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} \sum F &= m\dot{v} \\ m\dot{v} + bv &= u \end{aligned} \quad (2.62)$$

Persamaan tersebut ditransformasikan ke dalam bentuk domain frekuensi (s) dengan transformasi laplace sebagai

$$mvs + bV = U \quad (2.63)$$

Persamaan tersebut dapat dituliskan ulang sebagai

$$V(ms + b) = U \quad (2.64)$$

Oleh karena itu dapat diperoleh persamaan sesuai dengan variabel input dan output yang telah ditentukan.

$$\frac{V}{U} = \frac{1}{(ms + b)} \quad (2.65)$$



Membuat model ruang keadaan (state space) sistem dengan Matlab.

Program Matlab
<pre>m = 1000; b = 50;  A = -b/m; B = 1/m; C = 1; D = 0;  cruise_ss = ss(A,B,C,D);</pre>

Membuat model sistem dengan Matlab dalam bentuk fungsi alih.

Program Matlab
<pre>s = tf('s'); P_cruise = 1/(m*s+b);</pre>

### Hubungan Antara Fungsi Alih dan Persamaan Ruang Keadaan.

Untuk mendapatkan fungsi alih sistem satu masukan dan satu keluaran dari persamaan ruang keadaan dapat dicari dengan menggunakan prosedur sebagai berikut. Perhatikan sistem dalam bentuk fungsi alih sebagai

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) \quad (2. 66)$$

Sistem tersebut dapat direpresentasikan dengan persamaan ruang keadaan sebagai

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2. 67)$$

$$y = Cx + Du \quad (2. 68)$$

Dengan  $x$  adalah vektor keadaan,  $u$  adalah masukan dan  $y$  adalah keluaran. Transformasi laplace dari persamaan tersebut adalah

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s) \quad (2.69)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (2.70)$$

Fungsi alih adalah rasio atau hubungan transformasi laplace masukan dan transformasi laplace keluaran ketika kondisi awal bernilai nol, oleh karena itu  $x(0)$  bernilai nol. Lalu diperoleh

$$sX(s) - AX(s) = BU(s) \quad (2.71)$$

Atau

$$(sI - A)X(s) = BU(s) \quad (2.72)$$

Dengan mengalikan  $(sI - A)^{-1}$  pada kedua sisi pada persamaan terakhir, dapat diperoleh

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (2.73)$$

Dengan menyubstitusi persamaan (2.15) ke persamaan (2.14) diperoleh

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s) \quad (2.74)$$

Atau

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D] U(s) \quad (2.75)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = [C(sI - A)^{-1}B + D] \quad (2.76)$$

Dengan membandingkan dengan persamaan (2.12) dapat diperoleh

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.77)$$

**Contoh.** Diketahui model dalam bentuk ruang keadaan sebagai

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0] \quad D = 0 \quad (2.78)$$

Dengan menyubstitusi ke persamaan (2.16) dapat diperoleh

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.79)$$

$$= [1 \quad 0] \left\{ \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} + 0 \quad (2.80)$$

$$= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Perhatikan invers dari  $\begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}$  adalah

$$\begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & s \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Oleh karena itu dapat diperoleh

$$G(s) = [1 \quad 0] \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

$$= [1 \quad 0] \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{m} \\ s \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{1}{m(s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m})} \\ s(s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}) \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$= \frac{1}{m(s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m})} \quad (2.86)$$

Atau

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (2.87)$$

Persamaan tersebut adalah model fungsi alih sistem. Persamaan fungsi alih tersebut juga dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan pendekatan hukum newton.