

<b>Rumpun Ilmu</b>	<b>: MIPA</b>
<b>Bidang Keahlian</b>	<b>: Fisika</b>
<b>Jenis Riset</b>	<b>: RD</b>

## LAPORAN PENELITIAN MANDIRI

Skema:  
**PENELITIAN DASAR**



# **PENGGUNAAN PARAMETER BARU POTENSIAL WOODS-SAXON UNTUK PERHITUNGAN ARAS-ARAS TENAGA PARTIKEL-TUNGGAL KEADAAN DASAR INTI-INTI BOLA**

Disusun oleh:

**Dr. Raden Oktova**

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS AHMAD DAHLAN

Februari 2022

---

PENELITIAN DILAKSANAKAN ATAS BIAYA SENDIRI

**HALAMAN PENGESAHAN  
LAPORAN PENELITIAN MANDIRI  
TAHUN AKADEMIK 2021 / 2022**

---

1. a. Judul Penelitian : **PENGGUNAAN PARAMETER BARU  
POTENSIAL WOODS-SAXON UNTUK  
PERHITUNGAN ARAS-ARAS TENAGA  
PARTIKEL-TUNGGAL KEADAAN DASAR INTI-  
INTI BOLA**
- b. Bidang Ilmu : Fisika, spesialisasi Fisika Inti
- c. Jenis Penelitian : Penelitian Dasar
2. Ketua Peneliti
- a. Nama lengkap dan Gelar : **Dr. Raden Oktova**
- b. Jenis Kelamin : Laki-laki
- c. NIP : 19611015 199203 1001
- d. Pangkat dan Golongan : Pembina/ IVa
- e. Jabatan fungsional : Lektor Kepala
- f. Fakultas/Program Studi : FKIP / Pendidikan Fisika
- g. Email dan No HP : [r.oktova@pfis.uad.ac.id](mailto:r.oktova@pfis.uad.ac.id) / 0812 2628 8815
3. Jumlah Anggota Peneliti : 1 (satu) orang
4. Waktu Penelitian : September 2021 - Februari 2022
5. Lokasi Penelitian : Universitas Ahmad Dahlan
6. Biaya Penelitian : Rp 4.500.000,00 (empat juta lima ratus ribu rupiah)
7. Sumber Dana : Mandiri

Yogyakarta, 21 Februari 2022

Mengetahui,  
Ketua Program Studi



Eko Nursulistiyo, M.Pd.  
NIY. 60110633

Ketua Peneliti,



Dr. Raden Oktova  
NIP. 19611015 199203 1001

Menyetujui,  
Kepala Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat  
Universitas Ahmad Dahlan



Anton Yudhana, S.T., M.T., Ph.D.

NIY. 60010383

## **KATA PENGANTAR**

Ucapan syukur *alhamdulillah* kami panjatkan ke hadirat Allah *s.w.t.* atas selesainya penyusunan laporan penelitian ini. Di dalamnya kami laporkan hasil penelitian dasar dengan dana mandiri dalam bidang fisika inti teoretis yang kami laksanakan di Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta pada tahun 2021–2022.

Terima kasih kami sampaikan kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan untuk penelitian ini.

Akhirnya, semoga hasil penelitian ini bermanfaat.

Yogyakarta, 21 Februari 2022

Penyusun,

Raden Oktova

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR IDENTITAS DAN PENGESAHAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	x
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Identifikasi Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Manfaat Masalah	3
1.5 Perumusan Masalah	3
<b>BAB II DASAR TEORI</b>	<b>4</b>
2.1 Model Kulit Inti	4
2.2 Potensial Woods-Saxon	7
2.3 Metode Numerov	10
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	<b>11</b>
3.1. Subjek Penelitian	11
3.2. Populasi Penelitian	11
3.3. Sampel Penelitian	11
3.4. Prosedur Perhitungan	11
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>16</b>
4.1 Hasil Perhitungan Umum untuk Inti $^{16}\text{O}$ , $^{40}\text{Ca}$ dan $^{48}\text{Ca}$	16
4.2 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{16}\text{O}$	17
4.3 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{40}\text{Ca}$	18
4.4 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{48}\text{Ca}$	19
4.5 Deviasi Standard Selisih Tenaga Inti $^{16}\text{O}$ , $^{40}\text{Ca}$ dan $^{48}\text{Ca}$	21
4.6 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{208}\text{Pb}$	22
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>26</b>
5.1 Kesimpulan	26
5.2 Saran	26
DAFTAR PUSTAKA	27
LAMPIRAN-LAMPIRAN	29

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel I.</b>	Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ) .....	6
<b>Tabel II.</b>	Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi untuk nukleon sebagai masukan program WS Volya. ....	11
<b>Tabel III.</b>	Contoh data masukan dalam <i>file input.txt</i> untuk inti $O^{16}$ .....	13
<b>Tabel IV.</b>	Contoh keluaran dalam <i>file output.txt</i> untuk inti $O^{16}$ .....	14
<b>Tabel V.</b>	Hasil perhitungan tingkat-tingkat tenaga partikel-tunggal neutron inti $O^{16}$ , $Ca^{40}$ dan $Ca^{48}$ .....	16
<b>Tabel VI.</b>	Hasil perhitungan tingkat-tingkat tenaga partikel-tunggal proton inti $O^{16}$ , $Ca^{40}$ dan $Ca^{48}$ .....	16
<b>Tabel VII.</b>	Hasil perhitungan deviasi standard tenaga partikel-tunggal untuk inti $O^{16}$ , $Ca^{40}$ dan $Ca^{48}$ .....	21
<b>Tabel VIII.</b>	Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal neutron, dinyatakan dengan $-E$ dalam satuan MeV.....	22
<b>Tabel IX.</b>	Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal proton, dinyatakan dengan $-E$ dalam satuan MeV.....	24
<b>Tabel X.</b>	Deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan terhadap nilai eksperimental dalam satuan MeV.....	25
<b>Tabel XI.</b>	Listing Program WS Volya .....	31
<b>Tabel XII.</b>	Data masukan dalam <i>file input.txt</i> untuk inti $^{40}Ca$ .....	35
<b>Tabel XIII.</b>	Data keluaran dalam <i>file output.txt</i> untuk inti $^{40}Ca$ .....	36
<b>Tabel XIV.</b>	Data masukan program dalam <i>file input.txt</i> untuk inti $^{48}Ca$ .....	37
<b>Tabel XV.</b>	Data keluaran program dalam <i>file output.txt</i> untuk inti $^{48}Ca$ .....	38
<b>Tabel XVI.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{16}O$ untuk neutron .....	39
<b>Tabel XVII.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{16}O$ untuk proton .....	39
<b>Tabel XVIII.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{40}Ca$ untuk neutron .....	39
<b>Tabel XIX.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{40}Ca$ untuk proton .....	40
<b>Tabel XX.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{48}Ca$ untuk neutron .....	40
<b>Tabel XXI.</b>	Deviasi standard selisih tenaga inti $^{48}Ca$ untuk proton .....	40

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1.</b>	Tenaga keadaan eksitasi pertama untuk inti genap-genap ....	4
<b>Gambar 2.</b>	Bilangan ajaib sebagai fungsi dari (a) nomor atom, (b) cacah neutron .....	5
<b>Gambar 3.</b>	Aras tenaga proton dan neutron dalam model kulit inti .....	5
<b>Gambar 4.</b>	Grafik $\frac{V_{WS}}{V_0}$ terhadap jarak radial ( $r$ ), di mana $V_{WS}$ adalah bagian sentral potensial Woods-Saxon, dan $V_0$ adalah kedalaman potensial (pers. 2.2).....	8
<b>Gambar 5.</b>	Skema aras-aras tenaga partikel-tunggal inti $^{16}\text{O}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental .....	18
<b>Gambar 6.</b>	Skema aras-aras tenaga partikel-tunggal inti $^{40}\text{Ca}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental.....	18
<b>Gambar 7.</b>	Skema aras-aras tenaga partikel-tunggal inti $^{48}\text{Ca}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental .....	20
<b>Gambar 8.</b>	Spektrum tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal neutron dalam inti $^{208}\text{Pb}$ .....	23
<b>Gambar 9.</b>	Spektrum tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal proton dalam inti $^{208}\text{Pb}$ .....	24

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran A.</b>	Perhitungan Keadaan-keadaan Kuantum pada Tabel I .....	29
<b>Lampiran B.</b>	Listing Program .....	31
<b>Lampiran C.</b>	Masukan dan Keluaran Program untuk Inti $^{40}\text{Ca}$ dan $^{48}\text{Ca}$ .....	35
<b>Lampiran D.</b>	Contoh Perhitungan Deviasi Standar Selisih Tenaga Partikel-tunggal .....	39

# **PENGGUNAAN PARAMETER BARU POTENSIAL WOODS-SAXON UNTUK PERHITUNGAN ARAS-ARAS TENAGA PARTIKEL-TUNGGAL KEADAAN DASAR INTI-INTI BOLA**

**Raden Oktova**

## **ABSTRAK**

Telah dihitung aras-aras tenaga partikel-tunggal inti bola dalam ruang koordinat dengan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter baru (Schwierz, dkk., 2008) dengan memperhitungkan kopling spin-orbit dan potensial Coloumb.

Tingkat tenaga partikel-tunggal diperoleh dengan menyelesaikan bagian radial persamaan Schrödinger menggunakan metode Numerov. Untuk membantu perhitungan digunakan program komputasi yang sudah ada. Perhitungan pada empat inti bola dengan bilangan ajaib rangkap sebagai contoh, yaitu inti-inti ringan  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  dan inti berat  $^{208}\text{Pb}$ . Hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru dibandingkan dengan hasil perhitungan potensial Woods-Saxon parameter lama, dan data eksperimental. Selain itu, hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon dengan kedua parameter dibandingkan dengan hasil perhitungan metode yang lebih kompleks, yaitu dengan metode Hartree-Fock relativistik (Marcos dkk, 2004) untuk inti-inti ringan dan dengan metode swakonsisten (Fayans dkk, 1994) untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ . Besaran-besaran inti yang dibandingkan adalah urutan aras tenaga partikel-tunggal (juga lubang-tunggal khusus untuk  $^{208}\text{Pb}$ ) dan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal (juga lubang-tunggal khusus untuk  $^{208}\text{Pb}$ ).

Untuk semua inti ringan, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen.

Untuk inti-inti ringan, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang lebih baik dari hasil perhitungan dengan metode Hartree-Fock relativistik.

Untuk semua inti ringan, deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter lama, baik untuk neutron maupun untuk proton.

Dari hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga untuk inti ringan, metode Hartree-Fock relativistik lebih teliti dari potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama hanya untuk inti  $^{16}\text{O}$  untuk neutron dan proton, tetapi untuk kedua inti ringan yang lain metode Hartree-Fock relativistik tidak selalu lebih teliti dari potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama.

Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dalam hal struktur aras tenaga, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama sama-sama menunjukkan sejumlah kesalahan urutan aras tenaga dibandingkan dengan data eksperimen, dan ternyata parametrisasi baru potensial



Woods-Saxon justru menunjukkan lebih banyak kesalahan urutan aras daripada parametrisasi lama.

Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dalam urutan aras tenaga (partikel-tunggal dan lubang-tunggal) neutron dan proton serta deviasi standard selisih tenaga, baik parametrisasi lama maupun parametrisasi baru potensial Woods-Saxon masih jauh kalah teliti dibandingkan metode perhitungan swakonsisten oleh Fayans dkk.

Dari hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dibandingkan parametrisasi lama, parametrisasi baru potensial Woods-Saxon berhasil meningkatkan ketelitian untuk aras-aras tenaga partikel-tunggal saja, namun gagal untuk aras-aras tenaga lubang-tunggal.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan perhitungan yang lebih kompleks besaran-besaran inti seperti distribusi muatan, distribusi massa, dsb. dengan menggunakan parametrisasi baru potensial Woods-Saxon.

**Kata kunci:** aras tenaga partikel-tunggal, aras tenaga lubang-tunggal, inti bola, Woods-Saxon parameter baru, algoritma Numerov.

# **APPLICATION OF THE NEWLY PARAMATRIZED WOODS-SAXON POTENTIAL TO THE CALCULATION OF GROUND STATE SINGLE-PARTICLE ENERGY STATES IN SPHERICAL NUCLEI**

**Raden Oktova**

## **ABSTRACT**

Single-particle energy levels in spherical nuclei have been calculated in coordinate space using the newly parametrized Woods-Saxon potential, taking into account spin-orbit coupling and Coulomb interaction.

The calculation was performed using the Numerov algorithm on four doubly-magic spherical nuclei as testing ground, i.e. the light nuclei  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  and the heavy nucleus  $^{208}\text{Pb}$ , aided with an existing computational code. The results using the newly parametrized Woods-Saxon potential were compared to those using the previously parametrized Woods-Saxon potential and experimental data. Moreover the results using both forms of Woods-Saxon potential were compared to those obtained from more complicated methods, i.e. with the relativistic Hartree-Fock method (Marcos et al, 2004) for the light nuclei and with the self-consistent method (Fayans et al, 1994) for the heavy nucleus  $^{208}\text{Pb}$ . The nuclear quantities involved were the order of single-particle energy levels (and also single-hole energy levels for  $^{208}\text{Pb}$ ) and single-particle energy standard deviation (and also single-hole energy standard deviation for  $^{208}\text{Pb}$ ).

For all the light nuclei studied, the results using both forms of Woods-Saxon potential for neutrons and protons give the same orders of single-particle energy levels as the experimental data.

For all the light nuclei studied, the level orders using both forms of Woods-Saxon potential for neutrons and protons give better agreement to the experimental orders than those given by the relativistic Hartree-Fock method.

For all the light nuclei studied, the results using the newly parametrized Woods-Saxon potential for neutrons and protons give smaller single-particle energy standard deviation to the experimental data than those given by the previously parametrized Woods-Saxon potential.

In terms of energy standard deviation from the experimental data for the light nuclei studied, the relativistic Hartree-Fock method is superior over both forms of Woods-Saxon potential only for the light nucleus  $^{16}\text{O}$  for neutrons dan protons but is not always superior over both forms of Woods-Saxon potential the other two light nuclei.

For the heavy nucleus  $^{208}\text{Pb}$ , the results using both forms of Woods-Saxon potential for neutrons and protons give some incorrect orders of single-particle energy levels to the experimental data, but surprisingly the newly parametrized Woods-Saxon potential gives more incorrect orders of single-particle energy levels than the previously parametrized Woods-Saxon potential.

For the heavy nucleus  $^{208}\text{Pb}$ , both forms of Woods-Saxon potential for neutrons and protons are much less accurate than the self-consistent method in terms of both order of (single-particle and single-hole) energy levels and energy standard deviation.

In terms of energy standard deviation for the heavy nucleus  $^{208}\text{Pb}$ , the new parameter set of the Woods-Saxon potential for neutrons and protons can improve the accuracy of the previously parametrized Woods-Saxon potential.

For future studies it is suggested to perform more complicated calculations of other nuclear properties such as charge distribution, mass distribution, etc. using the newly parametrized Woods-Saxon potential.

**Keywords:** single-particle energy levels, single-hole energy levels, spherical nuclei, newly parametrized Woods-Saxon potential, Numerov algorithm.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam sejarah fisika inti, terdapat berbagai model matematis untuk mendeskripsikan struktur inti sebagai suatu sistem banyak-benda (*many-body system*). Secara garis besar, model-model tersebut dapat dibagi menjadi dua: model kulit inti (*nuclear shell model*) dan model kolektif inti. Model kulit inti mendasari semua penelitian struktur inti yang dilakukan hingga saat ini. Model kolektif inti pada dasarnya tidak berdiri sendiri, karena untuk menerapkan model kolektif yang berhubungan dengan sifat-sifat kolektif inti seperti rotasi dan vibrasi tetap diperlukan perhitungan dengan model kulit inti.

Dalam model kulit inti, setiap nukleon dalam inti dianggap berada dalam suatu potensial rata-rata partikel-tunggal dan bergerak dalam orbital partikel-tunggal dengan aras-aras tenaga (*energy eigenstates*) tertentu secara sendiri-sendiri, kecuali untuk nukleon-nukleon berdekatan yang berpasangan dengan spin berlawanan. Dalam model kulit untuk inti, dinamika sebuah nukleon ditentukan oleh medan rata-rata yang diakibatkan oleh semua nukleon lain dalam inti, dan pemilihan himpunan keadaan dasar partikel-tunggal yang tepat merupakan kunci ketelitian. Data inti seperti bilangan-bilangan ajaib inti, jari-jari inti, tenaga ikat inti, kelimpahan inti di alam dan berbagai besaran dalam reaksi inti memperkuat gambaran model medan rata-rata yang sangat sederhana ini (Ring dan Schuck, 2000: 36-50).

Bagian sentral potensial rata-rata dalam model kulit inti dapat dihampiri dengan bentuk fungsi Fermi yang dikenal sebagai potensial Woods-Saxon (Woods dan Saxon, 1954). Untuk dapat menjelaskan sifat-sifat inti dengan cukup teliti, potensial Woods-Saxon perlu dikoreksi dengan memperhitungkan kopling spin-orbit (L-S) dan, khusus untuk interaksi proton-proton, potensial Coulomb. Potensial Woods-Saxon merupakan potensial partikel-tunggal pertama yang berhasil menjelaskan keteraturan sifat inti-inti bola pada keadaan dasar, antara lain adanya bilangan-bilangan ajaib inti (Mayer, 1949). Sejak keberhasilan awal tersebut potensial Woods-Saxon telah diperumum untuk kasus inti terdeformasi, antara lain oleh Junker dan Hadermann (Junker dan Hadermann, 1977) dan dipakai misalnya untuk perhitungan *Random Phase Approximation* (RPA) guna menjelaskan gejala resonansi magnetik inti nonbola (Zawischa dan Speth, 1994).

Saat ini telah dikembangkan beberapa jenis potensial partikel-tunggal yang diperoleh secara swakonsisten, misalnya dengan menggunakan gaya efektif dua-benda Skyrme dan Fayans, namun dalam beberapa perhitungan swakonsisten seperti itupun potensial Woods-Saxon tetap digunakan sebagai tebakan potensial awal dalam perhitungan iterasi (misalnya [Ghielmetti dkk., 1996](#)). Oleh karena itu potensial Woods-Saxon dalam bentuk paling sederhana untuk inti bola tetap menarik untuk dikaji, setidaknya sebagai langkah awal untuk memperoleh suatu metode perhitungan swakonsisten dalam ruang koordinat. Motivasi ini diperkuat dengan adanya data-data eksperimental aras-aras tenaga partikel-tunggal inti bola (López-Quelle dkk., 2000, Bernardos dkk., 1993).

Dalam penelitian yang dilakukan penulis sebelumnya (Oktova, 2007, Oktova, 2010), dihitung aras-aras tenaga partikel-tunggal inti bola dalam ruang koordinat dengan menggunakan potensial Woods-Saxon parametrisasi lama ditambah koreksi kopling spin-orbit dan potensial Coulomb. Perhitungan dilakukan dengan metode Numerov pada empat

inti bola dengan bilangan ajaib rangkap sebagai contoh, yaitu  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  dan  $^{208}\text{Pb}$ . Hasil perhitungan menunjukkan bahwa secara umum, aras–aras tenaga partikel-tunggal inti bola ringan  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ , dan  $^{48}\text{Ca}$  yang diperoleh dari perhitungan dengan potensial Woods-Saxon, walaupun sudah diperbaiki dengan koreksi kopling spin-orbit dan potensial Coloumb, memberikan hasil yang menyimpang dari nilai eksperimental pada aras-aras tenaga rendah, namun pada aras-aras tenaga tinggi penyimpangan tsb. semakin kecil. Namun demikian sejauh menyangkut penentuan bilangan-bilangan ajaib inti, penggunaan potensial ini sudah cukup memadai. Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , secara umum aras–aras tenaga partikel-tunggal hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon juga memberikan hasil yang menyimpang dari nilai eksperimental. Namun demikian aras-aras tenaga yang diperoleh memberikan urutan yang sama dengan urutan aras pada data eksperimental.

Dalam perkembangannya, Schwierz, dkk. (2007) telah mendapatkan himpunan parameter baru untuk potensial Woods-Saxon yang diyakini merupakan himpunan parameter global, dan memenuhi prinsip-prinsip simetri kekekalan isospin dalam gaya inti serta kinematika dua-benda. Dalam parametrisasi baru ini digunakan himpunan aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal di sekitar inti-inti ajaib-rangkap  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Ni}$ ,  $^{100}\text{Sn}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  dan  $^{208}\text{Pb}$  sebagai data acuan eksperimental untuk melakukan pencocokan kuadrat terkecil.

Dalam penelitian ini dilakukan perhitungan tenaga partikel-tunggal inti bola  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  dan  $^{208}\text{Pb}$  pada keadaan dasar menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter baru (Schwierz, dkk., 2007). Hasil perhitungan ini dibandingkan dengan hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter lama (Oktova, 2007), nilai eksperimental dan hasil perhitungan dengan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos, dkk. (2004).

## 1.2 Identifikasi Masalah

Dengan latar belakang di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

- a. Belum diketahui apa saja perbedaan dan persamaan antara hasil perhitungan tenaga partikel-tunggal inti bola pada keadaan dasar menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter baru (Schwierz, dkk., 2007) dan hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter lama (Oktova, 2007, Oktova, 2010).
- b. Belum diketahui perbedaan ketelitian antara hasil perhitungan tenaga partikel-tunggal inti bola pada keadaan dasar menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter baru (Schwierz, dkk., 2007) dan hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter lama (Oktova, 2007, Oktova, 2010) dibandingkan dengan nilai eksperimental dan hasil perhitungan yang lebih teliti dengan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos, dkk. (2004).

## 1.3 Tujuan Penelitian

Dalam penelitian ini dilakukan upaya untuk menjelaskan aras-aras tenaga partikel-tunggal pada inti bola, khususnya untuk mengetahui:

- a. perbedaan dan persamaan urutan aras tenaga antara hasil perhitungan tenaga partikel-tunggal inti bola pada keadaan dasar menggunakan potensial Woods-Saxon dengan

parameter baru (Schwierz,dkk., 2007) dan hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter lama (Oktova, 2007, Oktova, 2010),

- b. perbedaan ketelitian (deviasi standard selisih tenaga) antara hasil perhitungan tenaga partikel-tunggal inti bola pada keadaan dasar menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter baru (Schwierz, dkk., 2007) dan hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon dengan parameter lama (Oktova, 2007, Oktova, 2010) dibandingkan dengan nilai eksperimental dan hasil perhitungan yang lebih teliti dengan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos, dkk. (2004).

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

- a. Dari aspek pengembangan lembaga, penelitian ini diharapkan dapat membantu pengembangan penelitian teoretis fisika inti di Universitas Ahmad Dahlan.
- b. Hasil penelitian ini dapat dijadikan salah satu sumber belajar tentang cara menjelaskan struktur aras tenaga partikel-tunggal inti bola pada keadaan dasar dengan model kulit inti.

#### **1.5 Perumusan Masalah**

Masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah

- a. Untuk inti-inti ringan, apakah parameter baru potensial Woods-Saxon dapat meningkatkan kesesuaian urutan aras tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) dibandingkan parameter lama?
- b. Untuk inti-inti ringan, bagaimana perbandingan kesesuaian urutan aras tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) antara potensial Woods-Saxon dengan parameter baru dan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos dkk?
- c. Untuk inti-inti ringan, apakah parameter baru potensial Woods-Saxon dapat meningkatkan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) dibandingkan parameter lama?
- d. Untuk inti-inti ringan, bagaimana perbandingan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) antara potensial Woods-Saxon dengan parameter baru dan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos dkk?
- e. Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , apakah parameter baru potensial Woods-Saxon dapat meningkatkan kesesuaian urutan aras tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) dibandingkan parameter lama?
- f. Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , apakah parameter baru potensial Woods-Saxon dapat meningkatkan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal (terhadap data eksperimen) dibandingkan metode perhitungan swakonsisten oleh Fayans dkk?
- g. Dari hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , apakah parameter baru potensial Woods-Saxon dapat meningkatkan ketelitian perhitungan (terhadap data eksperimen) dibandingkan parameter lama?

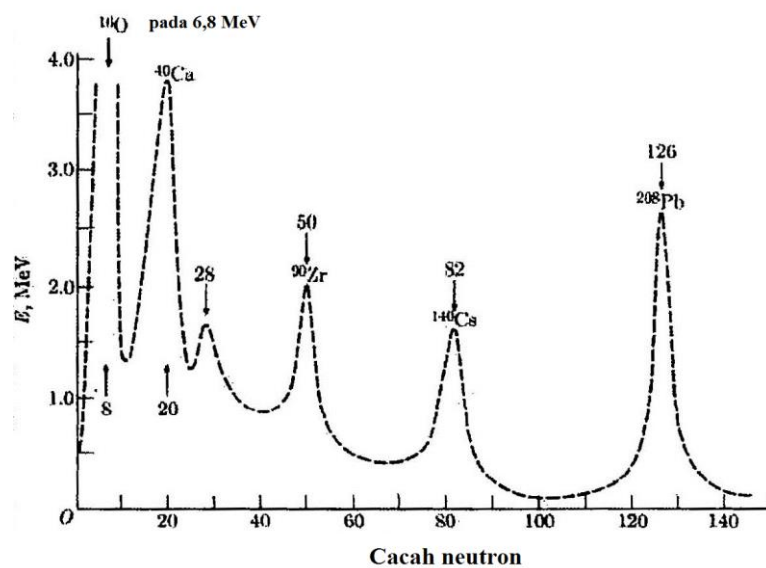
## BAB II DASAR TEORI

### 2.1 Model Kulit Inti

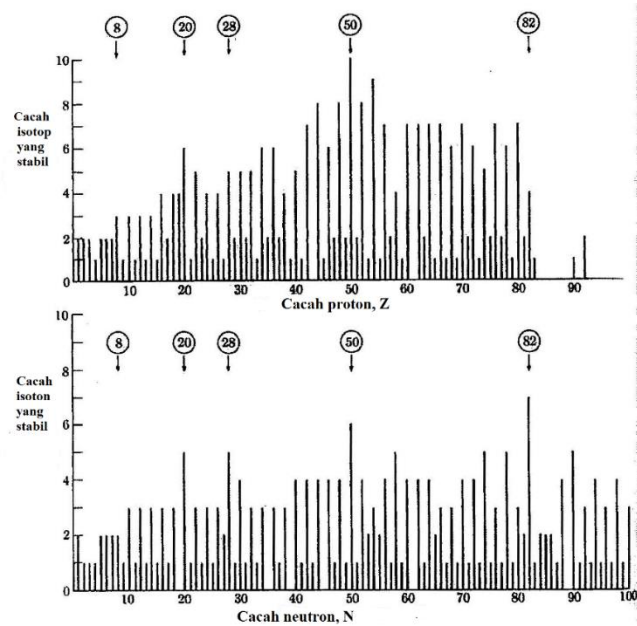
Dalam model kulit partikel-tunggal (*single-particle shell model*), masing-masing nukleon dianggap bergerak dalam orbit stasioner dan dapat berpasangan sedemikian rupa sehingga nilai berbagai parameter inti hanya ditentukan oleh sebuah nukleon valensi yang tidak berpasangan. Model kulit mula-mula dikembangkan dengan menggunakan model kulit atom. Di dalam fisika atom, sudah diketahui dengan baik bahwa elektron-elektron bergerak terutama di bawah pengaruh tarikan gaya Coulomb dengan inti atom, dan gerak ini diganggu oleh tolakan Coulomb antar elektron.

Dibandingkan model kulit atom, dalam model kulit inti digunakan pertimbangan-pertimbangan yang sedikit berbeda. Pertama, tidak ada medan sentral yang dihasilkan oleh sumber luar: yang ada hanyalah gaya kuat antarnukleon. Diandaikan bahwa gerak sebuah nukleon akibat tarikan semua nukleon lainnya adalah seperti gerak dalam medan sentral. Dengan menggunakan suatu medan sentral, dapat diperoleh spektrum tenaga nukleon tunggal itu, yang selanjutnya disebut tenaga partikel-tunggal. Medan sentral tersebut merupakan resultan gaya-gaya antarpartikel. Kedua, karena gaya-gaya inti berjangkau pendek, maka sumur potensial inti harus mempunyai batas-batas tajam yang sifatnya ditentukan oleh batas-batas distribusi massa inti.

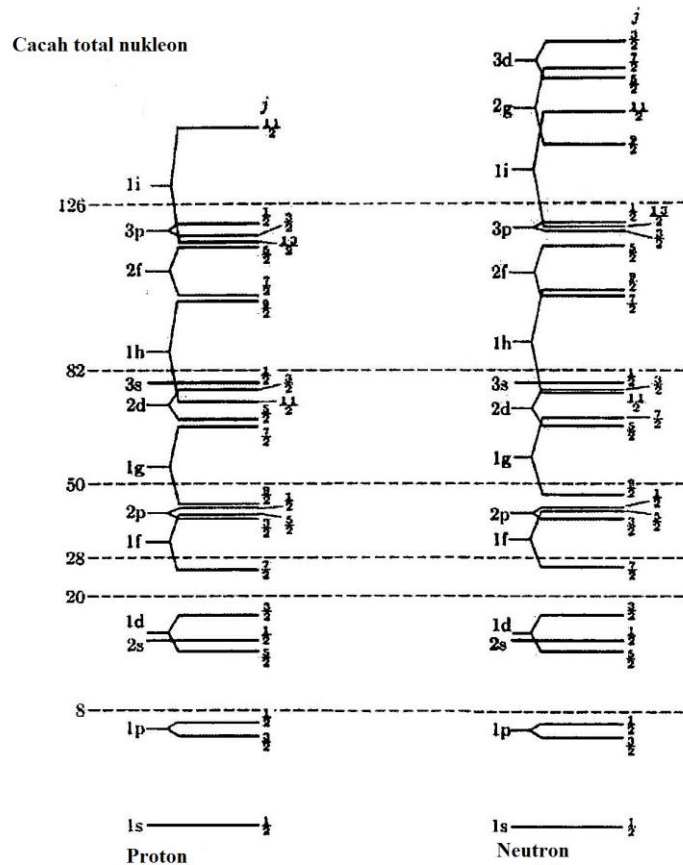
Model kulit inti cukup berhasil dalam menerangkan berbagai keteraturan sifat inti. Model kulit inti dengan potensial osilator simetrik bola (potensial isotrop) dapat menerangkan adanya bilangan-bilangan ajaib 2, 8, 20, 28, 50, 82, dan 126. Munculnya diskontinuitas sifat inti yang terkait dengan bilangan ajaib didukung beberapa bukti empiris, antara lain inti-inti dengan cacah neutron  $A-Z$  dan atau cacah proton  $Z$  sama dengan bilangan ajaib mempunyai tenaga ikat dan tenaga pemisahan nukleon besar, tenaga keadaan eksitasi pertama untuk inti genap-genap (Gambar 1), dan lebih banyak terdapat di alam (Gambar 2).



**Gambar 1.** Tenaga keadaan eksitasi pertama untuk inti genap-genap. (Alonso dan Finn, 1968: 3)



**Gambar 2.** Cacah inti yang stabil sebagai fungsi dari (a) cacah atom, (b) cacah neutron (Alonso dan Finn, 1968: 314).



**Gambar 3.** Aras tenaga proton dan neutron dalam model kulit inti (Alonso dan Finn, 1968: 314).

Untuk menjelaskan Gambar 3 dan kemunculan bilangan-bilangan ajaib inti (2, 8, 20, 28, 50, 82, dan 126), Tabel I menyajikan keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ), di mana eigennilai tenaga osilator adalah  $E_N = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega$ , sedangkan  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , dengan  $h$  adalah konstanta Planck dan  $\omega$  adalah



frekuensi sudut (Alonso dan Finn, 1968: 313-314). Untuk inti bola dapat digunakan sistem koordinat bola  $(r, \theta, \phi)$ , di mana  $N = 2n + \ell$ , sedangkan  $\ell$  adalah bilangan kuantum orbital dan  $n$  adalah bilangan kuantum radial yang menunjukkan cacah simpul dalam grafik eigenfungsi terhadap  $r$  (Oktova, 2010). Penjabaran keadaan-keadaan kuantum pada Tabel I disajikan pada Lampiran A.

Pada kolom ketiga terdapat himpunan bilangan kuantum  $N$ ,  $\ell$  dan  $n$ . Pada kolom kelima digunakan notasi sbb.: bilangan bulat di depan huruf adalah indeks yang menunjukkan urutan aras tenaga osilator, jadi bukan bilangan kuantum utama seperti pada model kulit atom, diikuti oleh huruf menunjukkan nama orbital (s untuk  $\ell = 0$ , p untuk  $\ell = 1$ , d untuk  $\ell = 2$ , f untuk  $\ell = 3$ , dst.), diikuti oleh bilangan tengahan yang menunjukkan bilangan kuantum momentum sudut total ( $j$ ), misal untuk keadaan kuantum  $1s_{1/2}$  berarti  $\ell = 0$ ,  $j = 1/2$ , dan bilangan bulat 1 didepan menunjukkan orbital s yang pertama. Berdasarkan keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi pada Tabel I dapat dihitung keadaan-keadaan kuantum partikel-tunggal nukleon dalam inti bola dengan potensial Woods-Saxon dengan urutan aras tenaga:  $1s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$ ,  $1p_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$ ,  $2s_{1/2}$ ,  $1d_{3/2}$ ,  $1f_{7/2}$ ,  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ,  $1g_{9/2}$ ,  $1g_{7/2}$  dan muncul bilangan-bilangan ajaib inti yang sesuai dengan data eksperimental pada Gambar 3 (Oktova, 2007, Oktova, 2010).

**Tabel I.** Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ).

$N$	$E_N$	$N \ell n$	Notasi	Keadaan kuantum	Isian Nukleon ( $g_j = 2j+1$ )
0	$\frac{3}{2} \hbar \omega$	0 0 0	1s	$1s_{1/2}$	2
1	$\frac{5}{2} \hbar \omega$	1 1 0	1p	$1p_{3/2}$	4
				$1p_{1/2}$	2
2	$\frac{7}{2} \hbar \omega$	2 0 1	2s	$2s_{1/2}$	2
		2 2 0	1d	$1d_{5/2}$ $1d_{3/2}$	6 4
3	$\frac{9}{2} \hbar \omega$	3 1 1	2p	$2p_{3/2}$ $2p_{1/2}$	4 2
		3 3 0	1f	$1f_{7/2}$ $1f_{5/2}$	8 6
4	$\frac{11}{2} \hbar \omega$	4 0 2	3s	$3s_{1/2}$	2
		4 2 1	2d	$2d_{5/2}$ $2d_{3/2}$	6 4
		4 4 0	1g	$1g_{9/2}$ $1g_{7/2}$	10 8
5	$\frac{13}{2} \hbar \omega$	5 1 2	3p	$3p_{3/2}$ $3p_{1/2}$	4 2
		5 3 1	2f	$2f_{7/2}$ $2f_{5/2}$	8 6
		5 5 0	1h	$1h_{11/2}$ $1h_{9/2}$	12 10

**Tabel I (Lanjutan).** Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ).

$N$	$E_N$	$N \ell n$	Notasi	Keadaan kuantum	Isian Nukleon ( $g_j = 2j+1$ )
6	$\frac{15}{2} \hbar \omega$	6 0 3	4s	$4s_{1/2}$	2
		6 2 2	3d	$3d_{5/2}$ $3d_{3/2}$	6 4
		6 4 1	2g	$2g_{9/2}$ $2g_{7/2}$	10 8
		6 6 0	1 i	$1i_{13/2}$ $1i_{11/2}$	14 12
7	$\frac{17}{2} \hbar \omega$	7 1 3	4p	$4p_{3/2}$ $4p_{1/2}$	4 2
		7 3 2	3f	$3f_{7/2}$ $3f_{5/2}$	8 6
		7 5 1	2h	$2h_{11/2}$ $2h_{9/2}$	12 10
		7 7 0	1j	$1j_{15/2}$ $1j_{13/2}$	16 14

## 2.2 Potensial Woods-Saxon

Potensial Woods-Saxon merupakan sebuah potensial medan rata-rata untuk nukleon (proton dan neutron) didalam inti atom yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan gaya pada nukleon dalam model kulit inti. Misalnya untuk menghitung tenaga partikel-tunggal (Woods dan Saxon, 1954). Schlomo dan Bertsch (1975) melakukan parametrisasi terhadap potensial Woods-Saxon untuk perhitungan pada inti-inti bola  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ , dan  $^{208}\text{Pb}$  (parametrisasi Schlomo dan Bertsch tersebut untuk selanjutnya akan disebut parametrisasi lama).

Oktova (2007) telah menghitung aras-aras tenaga partikel-tunggal inti bola untuk inti-inti bola dalam ruang koordinat dengan menggunakan potensial Woods-Saxon ditambah koreksi kopling spin-orbit dan potensial Coloumb, dengan menggunakan parametrisasi lama (Shlomo dan Bertsch, 1975). Perhitungan dilakukan dengan metode Numerov pada tiga inti bola dengan bilangan ajaib rangkap sebagai sampel, yaitu  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ , dan  $^{48}\text{Ca}$ . Nilai tenaga yang diperoleh menyimpang dari nilai eksperimental untuk aras-aras tenaga rendah, dan semakin mendekati nilai eksperimental untuk aras-aras tenaga tinggi, sedangkan urutan aras tenaga yang dihasilkan sesuai dengan data eksperimental. Selanjutnya Oktova (2010) mengulangi perhitungan dengan metode yang sama pada inti bola  $^{208}\text{Pb}$ , dan hasil perhitungan aras tenaga sedikit menyimpang dari nilai eksperimental, namun urutan aras tenaga sama dengan data eksperimental.

Schwierz, dkk. (2007) melakukan parametrisasi ulang terhadap potensial Woods-Saxon. Oktova (2010) menghitung aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal untuk inti  $^{208}\text{Pb}$  menggunakan potensial Woods-Saxon berbasis parametrisasi baru tersebut dengan algoritma Numerov. Dibandingkan parametrisasi lama, parametrisasi baru potensial Woods-Saxon berhasil meningkatkan ketelitian tenaga terhitung terhadap nilai eksperimental untuk keadaan partikel-tunggal, namun tidak begitu berhasil untuk keadaan lubang-tunggal.

Potensial partikel-tunggal Woods-Saxon secara lengkap dapat disajikan dalam tiga suku, yakni potensial sentral berupa fungsi Fermi ( $V_{WS}$ ) dengan koreksi kopling spin-orbit ( $V_s$ ) dan potensial Coulomb ( $V_C$ ),

$$V = V_{WS} + V_s + V_C, \quad (2.1)$$

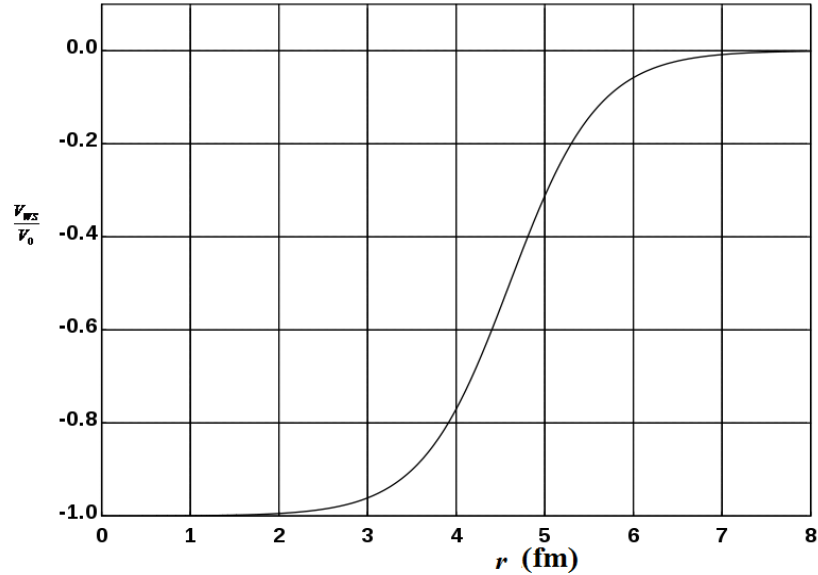
dengan

$$V_{WS} = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}, \quad (2.2)$$

(lihat Gambar 4),

$$V_s = f_\ell V_{so} \frac{e^{(r-R_s)/a_s}}{a_s R_s (1 + e^{(r-R_s)/a_s})^2}, \quad (2.3)$$

$$V_C = V_C(r) - \frac{2V_T(A-2Z-1)}{A(1 + e^{\frac{r-R}{a}})}.$$



(2.4)

**Gambar 4.** Grafik  $\frac{V_{WS}}{V_0}$  terhadap jarak radial ( $r$ ), di mana  $V_{WS}$  adalah bagian sentral potensial Woods-Saxon, dan  $V_0$  adalah kedalaman potensial (pers. 2.2).

Perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal nukleon inti dalam potensial Woods-Saxon dengan menggunakan persamaan Schrödinger tidak dapat dilakukan dengan analitis. dan  $k$  konstanta gaya statik Coulomb. Dalam suku spin-orbit Pers. (2.4),

$$f_\ell = \begin{cases} \ell & \text{bila } 2\ell < j \\ -(\ell + 1) & \text{bila } 2\ell \geq j \end{cases} \quad (2.5)$$

dengan  $\ell$  bilangan kuantum momentum sudut orbital dan  $j$  bilangan kuantum momentum sudut total.

Dalam potensial Coulomb pers. (2.4),

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Zke^2}{R_c} \left[ 1,5 - 0,5 \left( \frac{r}{R_c} \right)^2 \right], & r < R, \\ \frac{Zke^2}{r}, & r \geq R, \end{cases} \quad (2.6)$$

di mana  $k$  = konstanta Coulomb, dan  $e$  = muatan elementer. Dalam sistem satuan yang digunakan dalam penelitian ini di mana tenaga dinyatakan dalam satuan MeV dan jarak dinyatakan dalam fm (fermi), nilai  $ke^2$  dalam pers. (2.6) adalah 1,44 MeV.fm.

Berdasarkan parametrisasi lama oleh Shlomo dan Bertsch (Shlomo dan Bertsch, 1975, Oktova, 2007, Oktova, 2010), nilai-nilai parameter dalam pers. (2.2), (2.3), (2.4) dan (2.6) adalah

$$\begin{aligned} V_0 &= 53 + V_T \left( \frac{A-2Z-1}{A} \right) \text{ MeV}, \\ R &= R_s = R_c = 1,25(A-1)^{1/3} \text{ fm}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

dengan  $a = a_s = 0,65 \text{ fm}$ ,  $V_T = 20 \text{ MeV}$ , dan  $V_{so} = -15,5 \text{ MeV}$ . Jadi jari-jari inti dan parameter kekaburan (*diffuseness*) sumur tidak dibedakan,  $R = R_s = R_c$  dan  $a = a_s$ .

Dalam parametrisasi baru oleh Schwierz, dkk. (2007), nilai-nilai parameter potensial sentral adalah

$$\begin{aligned} V_0 &= 52,06 + V_T \left( \frac{A-2Z-1}{A} \right) \text{ MeV}, \\ R &= 1,26A^{1/3} \text{ fm}, \quad a = 0,662 \text{ fm}, \\ V_T &= 20 \text{ MeV}, \end{aligned}$$

dan nilai-nilai parameter potensial kopling spin-orbit dalam pers. (2.3) adalah

$$R_s = 1,16A^{1/3} \text{ fm}, \quad V_{so} = -24,1 \text{ fm}, \quad a_s = a = 0,662 \text{ fm},$$

nilai-nilai parameter potensial Coulomb dalam pers. (2.4) dan (2.6) adalah

$$\begin{aligned} R_c &= R = R_0A^{1/3} = 1,26A^{1/3} \text{ fm}, \\ a &= 0,65 \text{ fm}, \\ V_T &= 20 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Persamaan Schrödinger untuk potensial Woods-Saxon (2.1) dapat ditulis

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi(r, \theta, \phi) = E\Psi(r, \theta, \phi). \quad (2.8)$$

Aras-aras tenaga partikel-tunggal nukleon adalah eigennilai tenaga,  $E$  pada pers. (2.10).

Dengan metode pemisahan variabel, dimisalkan

$$\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi), \quad (2.9)$$

dan dengan substitusi  $U = Rr$ , maka persamaan bagian radial menjadi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2U}{dr^2} + \left( V + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \right) U = EU \quad (2.10)$$

atau

$$\frac{d^2U}{dr^2} = F(r, U), \quad (2.11)$$

dengan

$$F(r, U) = \left( \frac{2m}{\hbar^2} (V - E) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right) U, \quad (2.12)$$

artinya diferensial kedua  $U$  terhadap  $r$  hanya bergantung pada sehingga persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan algoritma Numerov (lihat misalnya tinjauan oleh Thijssen, 1999).

### 2.3 Metode Numerov

Penyelesaian secara numerik Pers. (2.12) dengan algoritma Numerov dapat dilakukan dengan hampiran

$$U_{l+1} \approx \left\{ 2 + \frac{m\Delta r^2}{\hbar^2} \left( V - E + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \right) \right\} U_l - U_{l-1}, \quad (2.13)$$

dengan  $\Delta r$  adalah lebar langkah antara dua titik kisi berurutan. Jika dianggap  $r$  sangat kecil dibandingkan seluruh jangkauan  $r$ , maka berlaku hampiran

$$U(r) = r^{l+1}, \quad (2.14)$$

Dengan demikian untuk lebar langkah  $\Delta r = 0,1$  misalnya, nilai  $U$  pada dua titik pertama dapat dihampiri dengan

$$U_1 \approx 0, 1^{l+1}, \quad U_2 \approx 0, 2^{l+1}. \quad (2.15)$$

Selanjutnya aras-aras tenaga partikel-tunggal,  $E$  dapat dihitung dengan langkah-langkah sebagaimana diuraikan dengan langkah-langkah berikut:

1. Dibaca nilai bilangan kuantum  $l$  untuk aras partikel-tunggal tertentu. Urutan aras-aras kulit nukleon dapat dihitung berdasarkan urutan pada osilator isotrop seperti ditunjukkan pada Tabel I, dengan  $N = 2n + \ell$  bilangan kuantum utama osilator (0,1,2,3,...), dan  $n$  bilangan kuantum radial osilator adalah cacah simpul eigenfungsi  $U$  dan dibaca dari data masukan.
2. Dengan nilai tebakan awal  $E = (E_{\min} + E_{\max})/2$ , dihitung nilai eigenfungsi  $U$  pada semua titik kisi dengan menggunakan pers. (2.12).
3. Diperiksa apakah cacah simpul eigenfungsi  $U$  sesuai dengan  $n$  yang diperoleh dari pembacaan data masukan pada langkah pertama. Jika cacah simpul eigenfungsi  $U$  lebih besar dari  $n$ , maka ditetapkan batas baru  $E_{\max} = E$ , dan kembali ke langkah 2. Jika cacah simpul eigenfungsi  $U$  lebih kecil dari atau sama dengan  $n$ , maka ditetapkan batas baru  $E_{\min} = E$ , dan kembali ke langkah 2. *Loop* langkah 2 dan 3 dilakukan hingga 25 kali.
4. Mengulangi langkah 1 dan seterusnya sampai semua aras masukan terbaca dan diproses (Oktova, 2010).

## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1 Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah keadaan dasar inti atom.

### 3.2 Populasi Penelitian

Populasi penelitian adalah semua inti bola dengan bilangan ajaib rangkap.

### 3.3 Sampel Penelitian

Perhitungan keadaan dasar menggunakan empat inti bola, yaitu  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  dan  $^{208}\text{Pb}$ .

### 3.4 Prosedur Perhitungan

#### 3.4.1 Program WS Volya

Untuk membantu perhitungan numerik, tersedia sebuah program perhitungan yang sebelumnya dikembangkan oleh penulis dalam bahasa Windows Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.5.0 yang diberi nama Woods-Saxon (WS) Volya untuk perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan eigenfungsi untuk potensial Woods-Saxon (Oktova, 2010). Program dikembangkan berdasarkan subrutin STATIC, yaitu subrutin perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan eigenfungsi dari potensial Woods-Saxon dalam program RPA3 yang dikembangkan oleh Shlomo (Shlomo dan Bertsch, 1975) dan dimodifikasi oleh Bertsch (1991). Masukan program antara lain nomor atom dan nomor massa inti, serta keadaan-keadaan kuantum dan partikel-tunggal osilator harmonik isotrop berdasarkan urutan seperti pada Tabel II. Parameter-parameter kisi yang digunakan sama seperti pada penelitian sebelumnya (Oktova, 2007, Oktova, 2010), yaitu cacah titik kisi sama dengan 50, dan lebar langkah  $\Delta r = 0,25$  fm. Untuk tebakan awal eigennilai tenaga digunakan batas atas nol dan batas bawah  $-50$  MeV. Listing program WS Volya disajikan pada Lampiran B.

**Tabel II.** Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi untuk nukleon sebagai masukan program WS Volya.

$N$	Keadaan kuantum	$\ell, j, n$	$\ell, 2j, Q, n$	Nukleon	Isian Nukleon ( $g_j = 2j+1$ )
0	$1s_{1/2}$	0, 1/2, 0	0, 1, 0, 0	Neutron	2
			0, 1, 1, 0	Proton	2
1	$1p_{3/2}$	1, 3/2, 0	1, 3, 0, 0	Neutron	4
			1, 3, 1, 0	Proton	4
	$1p_{1/2}$	1, 1/2, 0	1, 1, 0, 0	Neutron	2
			1, 1, 1, 0	Proton	2
2	$2s_{1/2}$	0, 1/2, 1	0, 1, 0, 1	Neutron	2
			0, 1, 1, 1	Proton	2
	$1d_{5/2}$	2, 5/2, 0	2, 5, 0, 0	Neutron	6
			2, 5, 1, 0	Proton	6

**Tabel II (Lanjutan).** Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ).

$N$	Keadaan kuantum	$\ell, j, n$	$\ell, 2j, Q, n$	Nukleon	Isian Nukleon ( $g_j = 2j+1$ )
2	1d <sub>3/2</sub>	2, 3/2, 0	2, 3, 0, 0	Neutron	4
			2, 3, 1, 0	Proton	4
3	2p <sub>3/2</sub>	1, 3/2, 1	1, 3, 0, 1	Neutron	4
	2p <sub>1/2</sub>	1, 1/2, 1	1, 3, 1, 1	Proton	4
			1, 1, 0, 1	Neutron	2
	1f <sub>7/2</sub>	3, 7/2, 0	1, 1, 1, 1	Proton	2
3, 7, 0, 0			Neutron	8	
1f <sub>5/2</sub>	3, 5/2, 0	3, 7, 1, 0	Proton	8	
		3, 5, 0, 0	Neutron	6	
			3, 5, 1, 0	Proton	6
4	3s <sub>1/2</sub>	0, 1/2, 2	0, 1, 0, 2	Neutron	2
	2d <sub>5/2</sub>	2, 5/2, 1	0, 1, 1, 2	Proton	2
			2, 5, 0, 1	Neutron	6
	2d <sub>3/2</sub>	2, 3/2, 1	2, 5, 1, 1	Proton	6
			2, 3, 0, 1	Neutron	4
1g <sub>9/2</sub>	4, 9/2, 0	2, 3, 1, 1	Proton	4	
		4, 9, 0, 0	Neutron	10	
1g <sub>7/2</sub>	4, 7/2, 0	4, 9, 1, 0	Proton	10	
		4, 7, 0, 0	Neutron	8	
			4, 7, 1, 0	Proton	8
5	3p <sub>3/2</sub>	1, 3/2, 2	1, 3, 0, 2	Neutron	4
	3p <sub>1/2</sub>	1, 1/2, 2	1, 3, 1, 2	Proton	4
			1, 1, 0, 2	Neutron	2
	2f <sub>7/2</sub>	3, 7/2, 1	1, 1, 1, 2	Proton	2
			3, 7, 0, 1	Neutron	8
	2f <sub>5/2</sub>	3, 5/2, 1	3, 7, 1, 1	Proton	8
3, 5, 0, 1			Neutron	6	
1h <sub>11/2</sub>	5, 11/2, 0	3, 5, 1, 1	Proton	6	
		5, 11, 0, 0	Neutron	12	
1h <sub>9/2</sub>	5, 9/2, 0	5, 11, 1, 0	Proton	12	
		5, 9, 0, 0	Neutron	10	
			5, 9, 1, 0	Proton	10
6	4s <sub>1/2</sub>	0, 1/2, 3	0, 1, 0, 3	Neutron	2
	3d <sub>5/2</sub>	2, 5/2, 2	0, 1, 1, 3	Proton	2
			2, 5, 0, 2	Neutron	6
	3d <sub>3/2</sub>	2, 3/2, 2	2, 5, 1, 2	Proton	6
			2, 3, 0, 2	Neutron	4
	2g <sub>9/2</sub>	4, 9/2, 1	2, 3, 1, 2	Proton	4
			4, 9, 0, 1	Neutron	10
2g <sub>7/2</sub>	4, 7/2, 1	4, 9, 1, 1	Proton	10	
		4, 7, 0, 1	Neutron	8	
1i <sub>13/2</sub>	6, 13/2, 0	4, 7, 1, 1	Proton	8	
		6, 13, 0, 0	Neutron	14	
1i <sub>11/2</sub>	6, 11/2, 0	6, 13, 1, 0	Proton	14	
		6, 11, 0, 0	Neutron	12	
			6, 11, 1, 0	Proton	12

**Tabel II (Lanjutan).** Keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi sesuai urutan bilangan kuantum total ( $N$ ).

$N$	Keadaan kuantum	$\ell, j, n$	$\ell, 2j, Q, n$	Nukleon	Isian Nukleon ( $g_j = 2j+1$ )
7	$4p_{3/2}$	1, 3/2, 3	1, 3, 0, 3	Neutron	4
			1, 3, 1, 3	Proton	4
	$4p_{1/2}$	1, 1/2, 3	1, 2, 0, 3	Neutron	2
			1, 2, 1, 3	Proton	2
	$3f_{7/2}$	3, 7/2, 2	3, 7, 0, 2	Neutron	8
			3, 7, 1, 2	Proton	8
	$3f_{5/2}$	3, 5/2, 2	3, 5, 0, 2	Neutron	6
			3, 5, 1, 2	Proton	6
$2h_{11/2}$	5, 11/2, 1	5, 11, 0, 1	Neutron	12	
		5, 11, 1, 1	Proton	12	
$2h_{9/2}$	5, 9/2, 1	5, 9, 0, 1	Neutron	10	
		5, 9, 1, 1	Proton	10	
$1j_{15/2}$	7, 15/2, 0	7, 15, 0, 0	Neutron	16	
		7, 15, 1, 0	Proton	16	
$1j_{13/2}$	7, 13/2, 0	7, 13, 0, 0	Neutron	14	
		7, 13, 1, 0	Proton	14	

### 3.4.2 Prosedur Penggunaan Program

Terdapat dua jenis *file* yang digunakan:

- (i) *File* data **input.txt**,
- (ii) *File* aplikasi **ws-volya.exe**.

*File* masukan **input.txt** dibuka, kemudian dimasukkan data sebagai berikut: nama inti (boleh kosong), nomor massa ( $A$ ), nomor atom ( $Z$ ), lebar kisi atau lebar langkah ( $\Delta r$ ), cacah titik kisi, dan keadaan-keadaan kuantum inti. Tabel III menunjukkan contoh data masukan dalam *file* **input.txt** untuk inti  $^{16}\text{O}$ .

Pada Tabel III, mulai baris ke-3 dan seterusnya sampai dengan baris ke-54 diberikan bilangan-bilangan  $l, 2j, Q$  (muatan listrik, yaitu 0 untuk neutron dan 1 untuk proton), cacah simpul ( $n$ ) untuk masing-masing keadaan kuantum partikel-tunggal.

**Tabel III.** Contoh data masukan dalam *file* **input.txt** untuk inti  $^{16}\text{O}$

Baris	Data Masukan	Keterangan
1.	16 8	$A, Z$
2.	0.25 50	lebar kisi ( $\Delta r$ ), cacah titik kisi
3.	0 1 0 0	$1s_{1/2}$ neutron
4.	0 1 1 0	$1s_{1/2}$ proton
5.	1 3 0 0	$1p_{3/2}$ neutron
6.	1 3 1 0	$1p_{3/2}$ proton
7.	1 1 0 0	$1p_{1/2}$ neutron
8.	1 1 1 0	$1p_{1/2}$ proton
9.	0 1 0 1	$2s_{1/2}$ neutron
10.	0 1 1 1	$2s_{1/2}$ proton
11.	2 5 0 0	$1d_{5/2}$ neutron



**Tabel III (Lanjutan).** Contoh data masukan dalam *file input.txt* untuk inti  $^{16}\text{O}$

Baris	Data Masukan	Keterangan
12.	2 5 1 0	1d <sub>5/2</sub> proton
13.	2 3 0 0	1d <sub>3/2</sub> neutron
14.	2 3 1 0	1d <sub>3/2</sub> proton
15.	1 3 0 1	2p <sub>3/2</sub> neutron
16.	1 3 1 1	2p <sub>3/2</sub> neutron
17.	1 1 0 1	2p <sub>1/2</sub> neutron
18.	1 1 1 1	2p <sub>1/2</sub> proton
19.	3 7 0 0	1f <sub>7/2</sub> neutron
20.	3 7 1 0	1f <sub>7/2</sub> proton
21.	3 5 0 0	1f <sub>5/2</sub> neutron
22.	3 5 1 0	1f <sub>5/2</sub> proton
23.	-1,0,0,0	Batas program membaca

Program dijalankan dengan meng-klik *file ws-volya.exe*, dan dihasilkan *file* keluaran **output.txt**. Dalam Tabel IV ditunjukkan contoh keluaran program untuk inti  $^{16}\text{O}$  dalam *file output.txt*.

Masukan program dalam *file input.txt* untuk inti  $^{40}\text{Ca}$  dan  $^{48}\text{Ca}$  beserta keluaran program dalam *file output.txt* disajikan pada Lampiran C.

**Tabel IV.** Contoh keluaran dalam *file output.txt* untuk inti  $^{16}\text{O}$

```

PROGRAM WOODS-SAXON: parametrisasi baru Volya (2007)
Lebar langkah: DEL = 0.2500000
Cacah titik kisi: NGRID = 50
MAX. R (fm)= 12.50000
A= 16 Z= 8
Potential parameters:
Main -> V0,R0,a0= -52.06000    1.260000    0.6620000
LS -> Vso,R0so,a0= -24.10000    1.160000    0.6620000

-----
No. L 2J Q Node E
-----
1 0 1 0 0 -36.87
2 0 1 1 0 -32.98
3 1 3 0 0 -23.90
4 1 3 1 0 -20.89
5 1 1 0 0 -17.31
6 1 1 1 0 -14.24
7 0 1 0 1 -6.61
8 0 1 1 1 -4.76
9 2 5 0 0 -11.09
10 2 5 1 0 -8.92
11 2 3 0 0 -0.05
12 2 3 1 0 0.00
13 1 3 0 1 0.00
14 1 3 1 1 0.00
    
```

**Tabel IV(Lanjutan).** Contoh keluaran dalam *file output.txt* untuk inti  $^{16}\text{O}$

No.	L	2J	Q	Node	E
15	1	1	0	1	0.00
16	1	1	1	1	0.00
17	3	7	0	0	0.00
18	3	7	1	0	0.00
19	3	5	0	0	0.00
20	3	5	1	0	0.00

Aras-aras tenaga dalam *file output.txt* diurutkan sesuai urutan naik, dan diambil keadaan-keadaan kuantum partikel-tunggal sebanyak yang diperlukan untuk menampung semua nukleon dalam inti. Misalnya untuk inti  $^{16}\text{O}$ , terdapat 8 proton dan 8 neutron, sehingga dalam Tabel IV diambil keadaan kuantum  $1s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$ ,  $1p_{1/2}$  untuk menampung 8 nukleon. Proton dan neutron dianalisis secara terpisah.

### 3.4.3 Ketelitian Hasil Perhitungan

Ketelitian hasil perhitungan untuk setiap inti dapat didefinisikan sebagai deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal hasil perhitungan terhadap nilai eksperimental

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{\sum_i (2j_i + 1) (E_{hitung}(i) - E_{eksp}(i))^2}{\sum_i (2j_i + 1)}} \quad (3.1)$$

di mana  $j_i$  adalah bilangan kuantum momentum sudut total untuk aras tenaga ke- $i$ , sedangkan  $(2j_i + 1)$  adalah tingkat degenerasi aras tenaga ke- $i$ , dan indeks  $i$  meliputi seluruh aras tenaga yang di hitung. Aras-aras yang dihitung untuk  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  hanya berupa aras-aras partikel-tunggal (yang terisi nukleon), sedangkan aras-aras yang dihitung untuk  $^{208}\text{Pb}$  tidak hanya berupa aras-aras partikel-tunggal (yang terisi nukleon), melainkan juga aras-aras lubang-tunggal (yang kosong atau tidak terisi nukleon).

Nilai eksperimental aras-aras tenaga partikel-tunggal  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  diambil dari data López-Quelle dkk. (2000), Bernardos dkk. (1993) sebagaimana dikutip oleh Marcos dkk. (2004). Nilai eksperimental aras-aras tenaga partikel-tunggal dan aras-aras tenaga lubang-tunggal  $^{208}\text{Pb}$  mengacu pada Martin (1991) dan Schmorak (1984) sebagaimana dikutip oleh Fayans dkk. (1994). Penyajian dan pembahasan hasil perhitungan untuk  $^{208}\text{Pb}$  dipisahkan dari inti-inti yang lain karena  $^{208}\text{Pb}$  merupakan inti berat, sedangkan inti-inti yang lain merupakan inti-inti yang ringan dan bermassa sedang. Selain itu, untuk  $^{208}\text{Pb}$  juga dihitung aras-aras tenaga lubang-tunggal karena datanya tersedia, sedangkan untuk inti-inti yang lain hanya dihitung aras-aras tenaga partikel-tunggal saja.

## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1 Hasil Perhitungan Umum untuk Inti $^{16}\text{O}$ , $^{40}\text{Ca}$ dan $^{48}\text{Ca}$

Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  dan  $^{48}\text{Ca}$  dengan potensial Woods-Saxon parameter baru disajikan pada Tabel V (neutron) dan Tabel VI (proton). Untuk mudahnya hanya disajikan nilai mutlak tenaga (yang sebenarnya bernilai negatif). Sebagai perbandingan, disajikan hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru, nilai eksperimental dan hasil perhitungan dengan metode Hartree-Fock relativistik dengan medan skalar berjangkauan nol (Marcos, dkk., 2004).

**Tabel V.** Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal neutron inti  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  dan  $^{48}\text{Ca}$

Inti	Keadaan	$-E$ (MeV)			
		Marcos dkk.	Woods-Saxon		Eksp.
			Parameter Lama	Parameter Baru	
$^{16}\text{O}$	$1s_{1/2}$	43,89	30,73	36,87	47
	$1p_{3/2}$	23,36	17,64	23,90	21,8
	$1p_{1/2}$	16,95	12,92	17,31	15,7
$^{40}\text{Ca}$	$1s_{1/2}$	57,22	39,83	41,96	-
	$1p_{3/2}$	41,53	30,07	32,68	-
	$1p_{1/2}$	37,47	27,73	29,15	-
	$1d_{5/2}$	24,98	19,54	22,87	21,9
	$2s_{1/2}$	16,26	15,63	17,77	18,2
	$1d_{3/2}$	17,71	14,75	15,43	15,6
$^{48}\text{Ca}$	$1s_{1/2}$	59,01	38,16	36,48	-
	$1p_{3/2}$	43,08	29,37	28,42	-
	$1p_{1/2}$	41,24	27,37	25,23	-
	$1d_{5/2}$	26,20	19,79	19,85	16
	$2s_{1/2}$	18,42	16,02	15,12	12,4
	$1d_{3/2}$	21,74	15,59	13,09	12,4
	$1f_{7/2}$	9,98	9,76	10,89	9,9

**Tabel VI.** Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal proton inti  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  dan  $^{48}\text{Ca}$

Inti	Keadaan	$-E$ (MeV)			
		Marcos dkk.	Woods-Saxon		Eksp.
			Parameter Lama	Parameter Baru	
$^{16}\text{O}$	$1s_{1/2}$	39,51	28,56	32,98	$40 \pm 8$
	$1p_{3/2}$	19,28	15,55	20,89	18,4
	$1p_{1/2}$	12,98	10,83	14,24	12,1
$^{40}\text{Ca}$	$1s_{1/2}$	48,71	32,13	33,81	$50 \pm 11$
	$1p_{3/2}$	33,39	22,85	25,68	$34 \pm 6$

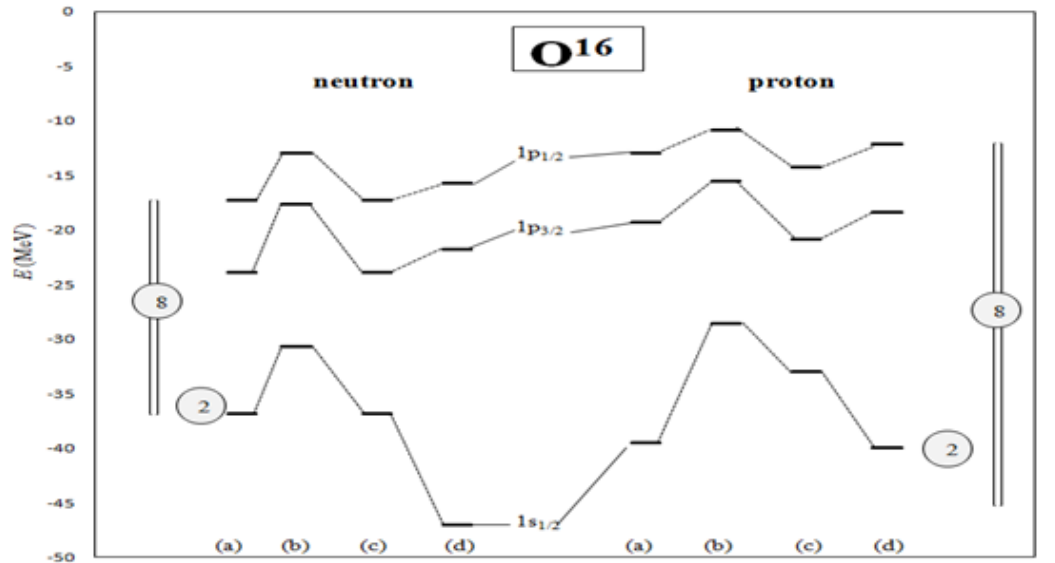
**Tabel VI (Lanjutan).** Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal proton inti  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  dan  $^{48}\text{Ca}$

Inti	Keadaan	-E (MeV)			
		Marcos dkk.	Woods-Saxon		Eksp.
			Parameter Lama	Parameter Baru	
$^{40}\text{Ca}$	$1p_{1/2}$	29,43	20,44	21,89	$34 \pm 6$
	$1d_{5/2}$	17,22	12,76	17,01	14,3-16
	$2s_{1/2}$	8,64	8,78	11,97	10,9
	$1d_{3/2}$	10,10	7,91	9,33	8,3
$^{48}\text{Ca}$	$1s_{1/2}$	54,22	36,95	39,44	$55 \pm 9$
	$1p_{3/2}$	39,33	28,12	31,45	$35 \pm 7$
	$1p_{1/2}$	38,24	26,14	28,34	$35 \pm 7$
	$1d_{5/2}$	23,04	18,34	22,97	20,5
	$2s_{1/2}$	15,30	14,25	17,83	15,8
	$1d_{3/2}$	20,45	14,19	16,20	15,5

#### 4.2 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{16}\text{O}$

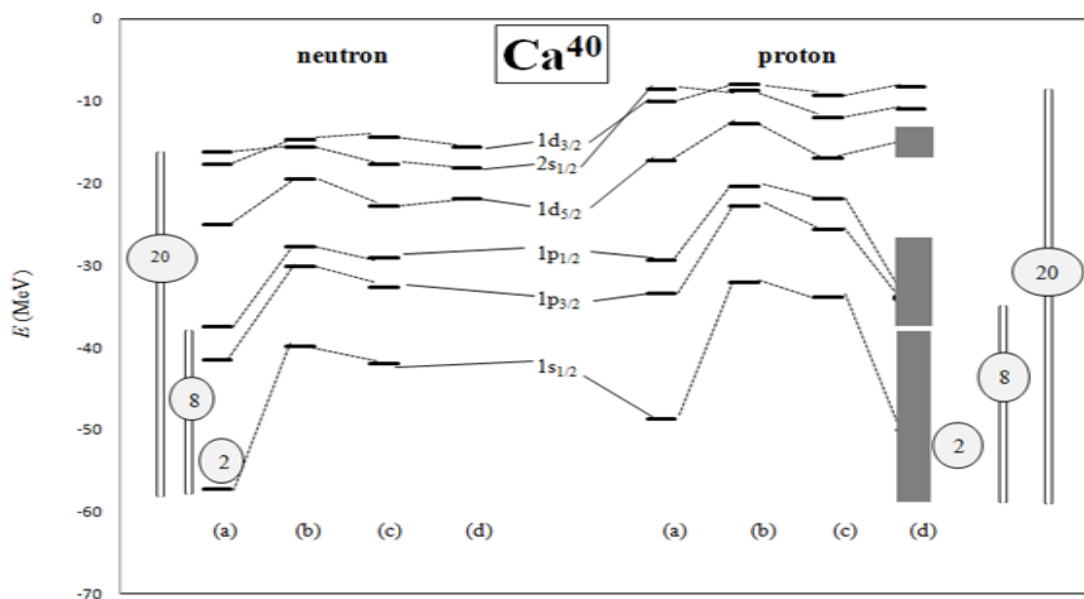
Untuk inti  $^{16}\text{O}$ , ditunjukkan tiga aras tenaga terendah pada Gambar 5. Untuk aras tenaga terendah ( $1s_{1/2}$ ) terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih tinggi dengan nilai eksperimental, baik untuk proton maupun untuk neutron, dengan selisih sekitar 10 MeV untuk neutron dan  $(7 \pm 8)\text{MeV}$  untuk proton (tidak signifikan karena ralat lebih besar dari hasilnya). Perbedaan antara proton dan neutron diakibatkan oleh pengaruh potensial Coulomb, sebesar 3,89 MeV. Sebaliknya hasil perhitungan Marcos dkk. jauh lebih teliti, dengan selisih hanya sekitar 3 MeV untuk neutron sedangkan untuk proton selisihnya hanya 1 dan praktis nol (dalam batas-batas ralat) untuk proton terhadap nilai eksperimental. Untuk aras-aras di atasnya ( $1p_{3/2}$  dan  $1p_{1/2}$ ) terdapat kesesuaian yang lebih baik antara hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dengan nilai eksperimental, yaitu berselisih sekitar 2 MeV untuk neutron dan 2 MeV untuk proton. Selain itu hasil potensial Woods-Saxon baru dengan potensial Woods-Saxon lama yaitu selisihnya 6,14 MeV untuk neutron dan 4 MeV.

Hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama dan hasil perhitungan Marcos dkk. menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen.



**Gambar 5.** Skema aras-aras tenaga partikel-tunggal inti  $^{16}\text{O}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental.

#### 4.3 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{40}\text{Ca}$



**Gambar 6.** Skema aras-aras tenaga partikel-tunggal inti  $^{40}\text{Ca}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental.

Untuk inti  $^{40}\text{Ca}$ , ditunjukkan enam aras tenaga terendah pada Gambar 6. Untuk aras tenaga  $1s_{1/2}$  pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih tinggi dari pada nilai eksperimental, dengan selisih  $(16 \pm 11)$  MeV. Untuk aras tenaga  $1p_{3/2}$  pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih tinggi dari pada nilai eksperimental,

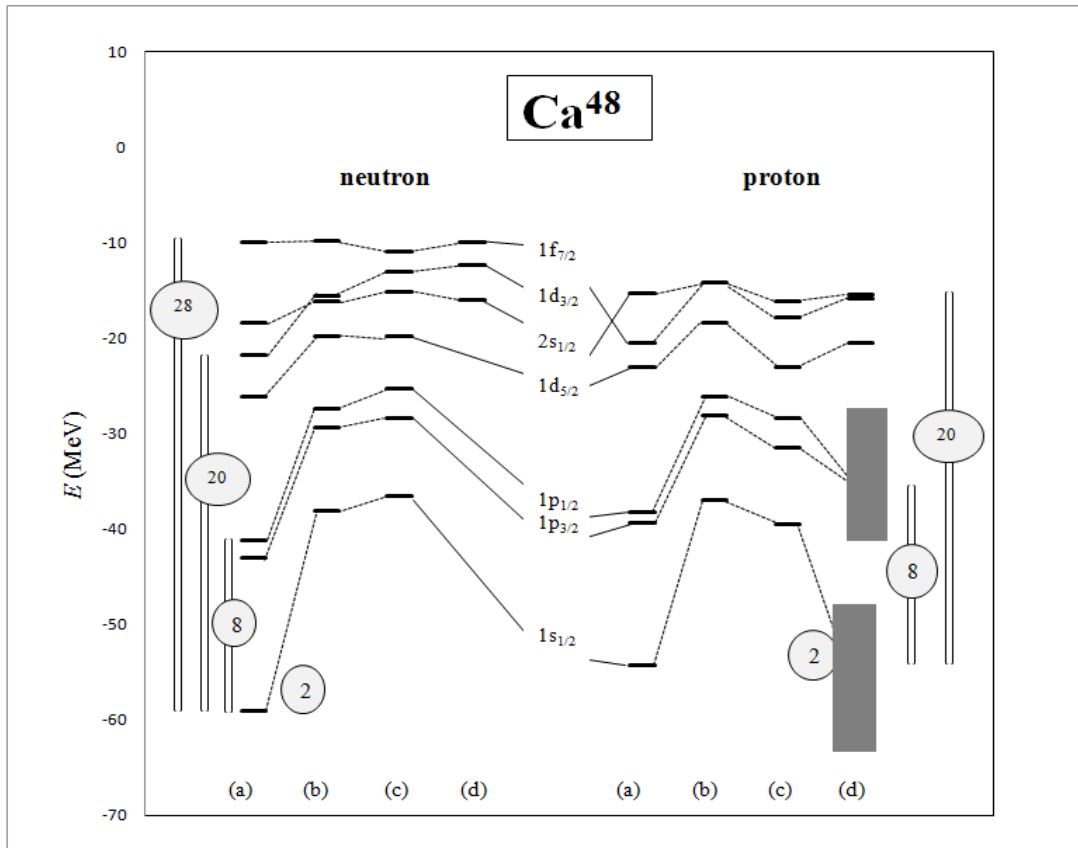
dengan selisih sekitar  $(8 \pm 6)$  MeV. Untuk aras tenaga  $1p_{1/2}$  pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih tinggi dari pada nilai eksperimental, dengan selisih sekitar  $(12 \pm 6)$  MeV. Untuk aras tenaga  $1d_{5/2}$  terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental, baik untuk proton maupun untuk neutron, dengan selisih sekitar 1 MeV untuk neutron dan sekitar 16 MeV untuk proton. Untuk aras tenaga  $2s_{1/2}$  terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih tinggi dari pada nilai eksperimental untuk neutron, dan lebih rendah dari pada nilai eksperimental untuk proton dengan selisih sekitar 0,4 MeV untuk neutron dan 1,07 MeV untuk proton. Untuk aras tenaga  $1d_{3/2}$  terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru praktis sama dengan nilai eksperimental untuk neutron, dan lebih rendah dari pada nilai eksperimental untuk proton dengan selisih sekitar 0,17 MeV untuk neutron dan 1,03 MeV untuk proton. Sebaliknya hasil perhitungan Marcos dkk. jauh lebih teliti, dengan selisih maksimum sekitar 2 MeV untuk neutron sedangkan untuk proton selisih maksimum sekitar 2,3 MeV terhadap nilai eksperimental.

Hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen. Sedangkan pada hasil perhitungan Marcos dkk. terdapat kesalahan urutan pada aras tenaga  $2s_{1/2}$  dan  $1d_{3/2}$  baik untuk proton maupun neutron.

Dapat disimpulkan bahwa hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen, jadi lebih baik dari hasil perhitungan Marcos dkk. dalam hal urutan.

#### **4.4 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{48}\text{Ca}$**

Untuk inti  $^{48}\text{Ca}$ , ditunjukkan tujuh aras tenaga terendah pada Gambar 7.



**Gambar 7.** Skema aras-arasa tenaga partikel-tunggal inti  $^{48}\text{Ca}$ , sebelah kiri untuk neutron dan sebelah kanan untuk proton (a) Marcos dkk., (b) Woods-Saxon menggunakan parameter lama, (c) Woods-Saxon menggunakan parameter baru dan (d) data eksperimental.

Untuk aras tenaga  $1s_{1/2}$  (lihat pada grafik keadaan paling bawah) pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental, dengan selisih  $(15 \pm 9)$  MeV. Untuk aras tenaga  $1p_{3/2}$  (lihat pada grafik keadaan nomer dua dari bawah) pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru praktis sama dengan nilai eksperimental, karena selisihnya 3 MeV kecil dari ralat sebesar 7 MeV. Untuk aras tenaga  $1p_{1/2}$  (lihat pada grafik nomer tiga dari bawah) pada proton terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru praktis sama dengan nilai eksperimental, karena selisihnya 6,6 MeV lebih kecil dari ralat sebesar 7 MeV. Untuk aras tenaga  $1d_{5/2}$  (lihat pada grafik keadaan empat dari bawah) terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental, baik untuk proton maupun untuk neutron, dengan selisih sekitar 3,85 MeV untuk neutron dan 2,47 MeV untuk proton. Untuk aras tenaga  $2s_{1/2}$  (lihat pada grafik keadaan nomer lima dari bawah) terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental, baik untuk neutron maupun proton dengan selisih sekitar 2,72 MeV untuk neutron dan 2,03 MeV untuk proton. Untuk aras tenaga  $1d_{3/2}$  (lihat pada grafik keadaan nomor enam dari bawah) terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental, baik untuk neutron maupun proton dengan selisih sekitar 0,69

MeV untuk neutron dan 0,7 MeV untuk proton. Untuk aras tenaga  $1f_{7/2}$  (lihat pada grafik keadaan nomer tujuh dari bawah) terlihat bahwa aras tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih rendah dari pada nilai eksperimental untuk neutron dengan selisih sekitar 0,99 MeV. Sebaliknya hasil perhitungan Marcos dkk. jauh lebih teliti, dengan selisih maksimum sekitar 9,5 MeV untuk neutron sedangkan untuk proton selisih maksimum sekitar 2,5 MeV terhadap nilai eksperimental.

Hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen. Sedangkan pada hasil perhitungan Marcos dkk. terdapat kesalahan urutan pada aras tenaga  $2s_{1/2}$  dan  $1d_{3/2}$  untuk neutron.

Seperti pada inti  $Ca^{40}$ , hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen, jadi lebih baik dari hasil perhitungan Marcos dkk. dalam hal urutan.

#### 4.5 Deviasi Standard Selisih Tenaga inti $^{16}O$ , $^{40}Ca$ dan $^{48}Ca$

Dalam Tabel VII disajikan hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal neutron inti  $^{16}O$ ,  $^{40}Ca$  dan  $^{48}Ca$ . Contoh perhitungan lengkap deviasi standard selisih tenaga dengan Excel disajikan pada Lampiran D.

**Tabel VII.** Hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal untuk inti  $^{16}O$ ,  $^{40}Ca$  dan  $^{48}Ca$

Inti	Neutron			Proton		
	Marcos dkk	Woods-Saxon		Marcos dkk	Woods-Saxon	
		Parameter Lama	Parameter Baru		Parameter Lama	Parameter Baru
$^{16}O$	2,01	8,76	5,34	1,00	6,47	4,42
$^{40}Ca$	2,62	2,03	0,86	2,37	9,06	7,74
$^{48}Ca$	7,23	2,77	1,53	3,23	7,65	6,20

Untuk semua inti, deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter lama, baik untuk neutron maupun untuk proton.

Khusus untuk inti  $^{16}O$ , deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan Marcos dkk. lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama, baik untuk neutron maupun untuk proton.

Untuk inti  $^{40}Ca$ , deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan Marcos dkk. lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama untuk proton saja, tetapi sebaliknya untuk neutron.

Untuk inti  $^{48}Ca$ , deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan Marcos dkk. lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama untuk neutron saja, tetapi sebaliknya untuk proton.



#### 4.6 Hasil Perhitungan untuk Inti $^{208}\text{Pb}$

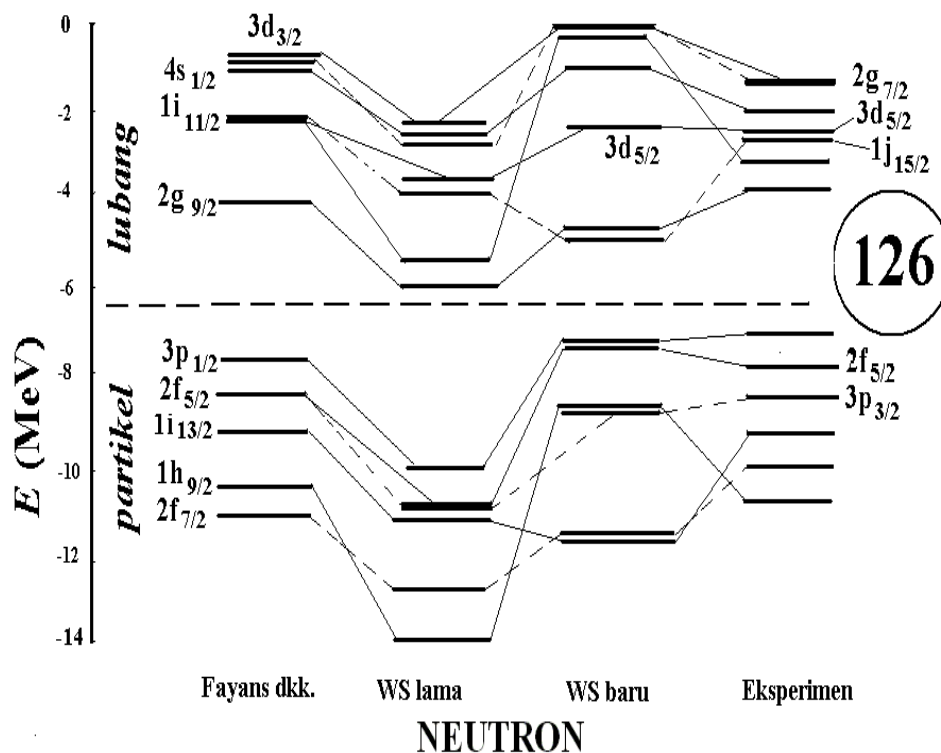
Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal dalam inti  $^{208}\text{Pb}$  dengan potensial Woods-Saxon disajikan pada Tabel VIII untuk neutron dan Tabel IX untuk proton, dan untuk mudahnya hanya disajikan nilai mutlak tenaga (yang sebenarnya bernilai negatif). Skema aras-aras tenaga disajikan dalam Gambar 8 dan 9. Aras-aras lubang-tunggal disajikan dengan huruf tebal dan data eksperimental disajikan dengan tanda bintang. Pada Gambar 8 dan 9 batas antara aras-aras partikel-tunggal dan lubang-tunggal ditunjukkan oleh bilangan ajaib 126 untuk neutron dan 82 untuk proton. Nilai eksperimental diambil dari [13] untuk partikel-tunggal, dan dari [14] untuk lubang-tunggal. Sebagai perbandingan digunakan hasil perhitungan swakonsisten Fayans dkk. [17] yang sejauh ini tampaknya merupakan perhitungan paling teliti untuk spektrum tenaga inti  $^{208}\text{Pb}$ , dengan deviasi standard selisih tenaga terhitung terhadap nilai eksperimental sebesar 0,580 MeV untuk neutron dan 0,286 MeV untuk proton. Hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parametrisasi lama memberikan tenaga yang umumnya lebih tinggi dari nilai eksperimental, sedangkan hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parametrisasi baru memberikan tenaga yang tersebar di sekitar nilai eksperimental.

**Tabel VIII.** Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal neutron, dinyatakan dengan  $-E$  dalam satuan MeV.

Aras	Fayans dkk.	Woods-Saxon		Eksp.
		Lama	Baru	
$1h_{9/2}$	10,304	13,95	8,83	10,85
$2f_{7/2}$	10,959	13,13	11,56	9,72
$1i_{13/2}$	9,178	11,18	11,77	9,01
$2f_{5/2}$	8,540	10,79	7,56	7,95
$3p_{3/2}$	8,540	10,85	8,90	8,28
$3p_{1/2}$	7,679	9,91	7,49	7,38
$2g_{9/2}$	4,162	6,00	4,84	3,93*
$1i_{11/2}$	2,083	5,68	0,33	3,15*
$1j_{15/2}$	1,965	4,04	5,27	2,52*
$3d_{5/2}$	2,014	3,69	2,25	2,37*
$4s_{1/2}$	1,452	2,57	1,07	1,89*
$2g_{7/2}$	1,279	2,80	0,04	1,43*
$3d_{3/2}$	0,980	2,20	0,35	1,39*

Dalam hal struktur aras tenaga, hasil perhitungan dengan ketiga metode menunjukkan kesalahan-kesalahan urutan aras tenaga. Untuk neutron, perhitungan Fayans dkk. menunjukkan tiga kesalahan urutan ( $1h_{9/2}$  dengan  $2f_{7/2}$  terbalik,  $2f_{5/2}$  dengan  $3p_{3/2}$  berimpit,  $1j_{15/2}$  dengan  $3d_{5/2}$  terbalik), sedangkan perhitungan dengan potensial Woods-Saxon

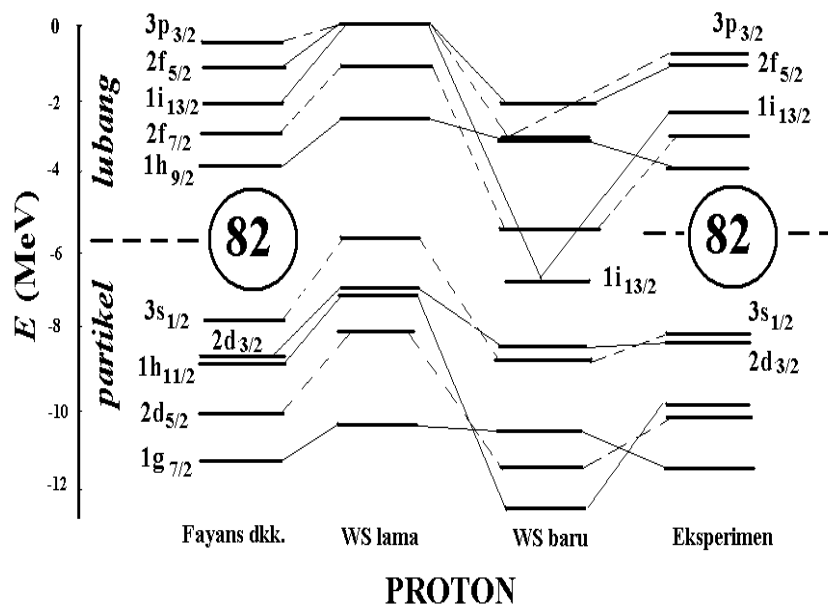
parametrisasi baru lebih banyak menunjukkan kesalahan urutan bahkan jika dibandingkan dengan potensial Woods-Saxon parametrisasi lama. Perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parametrisasi baru untuk neutron memberikan empat kesalahan urutan ( $1h_{9/2}$  dengan  $2f_{7/2}$ ,  $2f_{7/2}$  dengan  $1i_{13/2}$ ,  $1i_{11/2}$  dengan  $1j_{15/2}$ ,  $2g_{7/2}$  dengan  $3d_{3/2}$ , semua terbalik), padahal dengan parametrisasi lama hanya dijumpai satu kesalahan urutan ( $4s_{1/2}$  terbalik dengan  $2g_{7/2}$ ). Keadaannya lebih parah lagi untuk proton: perhitungan Fayans dkk. sama sekali tidak memberikan urutan kesalahan, potensial Woods-Saxon parametrisasi lama hanya memberikan satu kesalahan urutan ( $2f_{5/2}$  terbalik dengan  $3p_{3/2}$ ), namun potensial Woods-Saxon parametrisasi baru justru menunjukkan enam kesalahan urutan (terbalik) yang melibatkan semua aras tenaga yang dikaji (baik partikel maupun lubang). Walaupun demikian ternyata potensial Woods-Saxon parametrisasi baru lebih unggul dalam mendeskripsikan daerah kontinu (lubang) dibandingkan parametrisasi lama, sebagaimana terlihat dari adanya dua aras lubang-tunggal proton yang mempunyai tenaga sama dengan nol (ini bisa berarti tenaganya positif jika digunakan batas atas positif untuk tebakan awal eigennilai tenaga). Dapat disimpulkan bahwa dalam hal struktur aras tenaga ketelitian perhitungan Fayans dkk. lebih baik daripada hasil perhitungan dengan metode Woods-Saxon, terutama dengan parametrisasi baru. Tabel X menyajikan deviasi standard selisih tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal hasil perhitungan terhadap nilai eksperimental, dan terlihat jelas bahwa hasil perhitungan Fayans dkk. jauh lebih teliti dari hasil perhitungan menggunakan potensial Woods-Saxon, baik dengan parametrisasi lama maupun baru. Hal ini berlaku untuk semua aras tenaga yang ditinjau (partikel neutron, lubang neutron, partikel proton, lubang proton, dan gabungan aras partikel/lubang).



Gambar 8. Spektrum tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal neutron dalam inti  $^{208}\text{Pb}$ .

**Tabel IX.** Hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal proton, dinyatakan dengan  $-E$  dalam satuan MeV.

Aras	Fayans dkk.	Woods-Saxon		Eksp.
		Lama	Baru	
$1g_{7/2}$	11,280	10,17	10,35	11,52
$2d_{5/2}$	9,842	7,89	11,27	9,71
$1h_{11/2}$	8,787	6,75	12,65	9,38
$2d_{3/2}$	8,472	6,44	8,62	8,39
$3s_{1/2}$	7,691	5,68	8,83	8,03
$1h_{9/2}$	3,799	2,65	3,10	3,77*
$2f_{7/2}$	3,144	1,01	5,58	2,86*
$1i_{13/2}$	2,005	0,02	7,18	2,16*
$2f_{5/2}$	1,225	0,00	2,08	0,96*
$3p_{3/2}$	0,350	0,00	2,99	0,66*



**Gambar 9.** Spektrum tenaga partikel-tunggal dan lubang-tunggal proton dalam inti  $^{208}\text{Pb}$ .

Tabel X menunjukkan bahwa dibandingkan parametrisasi lama, parametrisasi baru potensial Woods-Saxon berhasil meningkatkan ketelitian untuk aras-aras partikel baik untuk neutron maupun proton, namun yang sebaliknya justru terjadi untuk aras-aras lubang (parametrisasi lama lebih teliti daripada parametrisasi baru). Jika gabungan semua aras partikel dan lubang dikaji, diperoleh kesimpulan yang membingungkan tentang mana yang lebih teliti, karena parametrisasi baru lebih teliti daripada parametrisasi lama untuk neutron namun sebaliknya untuk proton, parametrisasi lama justru lebih teliti daripada parametrisasi baru. Sebuah faktor yang boleh jadi perlu diperhatikan adalah koreksi pusat massa Pers. (2.9), yang dalam

penelitian ini diabaikan.

**Tabel X.** Deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan terhadap nilai eksperimental dalam satuan MeV.

Aras	Fayans dkk.	Woods-Saxon	
		Lama	Baru
n partikel	0,427	1,902	1,097
p partikel	0,234	1,462	1,232
n lubang	0,393	1,168	1,242
p lubang	0,165	1,030	1,993
n (partikel +lubang)	0,580	2,232	1,657
p (partikel +lubang)	0,286	1,789	2,343

## **BAB V**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **5.1 Kesimpulan**

- a. Untuk semua inti ringan, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang sama dengan data eksperimen.
- b. Untuk inti-inti ringan, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama menunjukkan urutan aras tenaga yang lebih baik dari hasil perhitungan dengan metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos dkk.
- c. Untuk semua inti ringan, deviasi standard selisih tenaga hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter baru lebih kecil dari hasil perhitungan dengan potensial Woods-Saxon parameter lama, baik untuk neutron maupun untuk proton.
- d. Dari hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga untuk inti ringan, metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos dkk. lebih teliti dari potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama hanya untuk inti  $^{16}\text{O}$  untuk neutron dan proton, tetapi untuk kedua inti ringan yang lain metode Hartree-Fock relativistik oleh Marcos dkk. tidak selalu lebih teliti dari potensial Woods-Saxon baik dengan parameter baru maupun lama.
- e. Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dalam hal struktur aras tenaga, hasil perhitungan aras-aras tenaga partikel-tunggal dengan potensial Woods-Saxon untuk neutron dan proton dengan parameter baru maupun parameter lama sama-sama menunjukkan sejumlah kesalahan urutan aras tenaga dibandingkan dengan data eksperimen, dan ternyata parametrisasi baru potensial Woods-Saxon justru menunjukkan lebih banyak kesalahan urutan aras daripada parametrisasi lama.
- f. Untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dalam urutan aras tenaga dan deviasi standard selisih tenaga, baik parametrisasi lama maupun parametrisasi baru potensial Woods-Saxon masih jauh kalah teliti dibandingkan metode perhitungan swakonsisten oleh Fayans dkk.
- g. Dari hasil perhitungan deviasi standard selisih tenaga untuk inti berat  $^{208}\text{Pb}$ , dibandingkan parametrisasi lama, parametrisasi baru potensial Woods-Saxon berhasil meningkatkan ketelitian untuk aras-aras tenaga partikel-tunggal saja, namun gagal untuk aras-aras tenaga lubang-tunggal.

#### **5.2 Saran**

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan perhitungan besaran-besaran inti yang lebih kompleks seperti distribusi muatan inti, distribusi massa inti, dsb.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bernardos, P., Fomenko, V. N., Van Giai, N., López-Quelle, M., Marcos, S., Niembro, R., Savushkin, L. N., 1993, *Phys. Rev.* **C48**, 2665.
- Bertsch, G., 1991, "The Random Phase Approximation for collective excitations", dalam Langanke K., Maruhn J.A., Koonin S.E. (editors) "Computational Nuclear Physics 1: Nuclear Structure", Chapter 4, New York: Springer-Verlag, 75-87.
- Ghielmetti, F., Colò, G., Vigezzi, E., Bortignon, P.F., Broglia, R.A., 1996, "The Spectral Line Shape of Exotic Nuclei", *Phys. Rev.* **C54**, 2143-2145.
- Fayans, S. A., Trykov, E. L., Zawischa, D., 1994, "Influence of effective spin-orbit interaction on the collective states of nuclei", *Nucl Phys.* **A568**, 523 -543.
- Junker, K., Hadernann, J., 1977, *Z. Phys.* **A282**, 391.
- López-Quelle, M., Van Giai, N., Marcos, S., Savushkin, L., 2000, *Phys. Rev.* **C61**, 064321.
- Mayer, M.G., 1949, *Phys. Rev.* **75**, 1969.
- Marcos, S., Savushkin, L.N., Fomenko, V. N., López-Quelle, M., Neimbro, R., 2004, "Description of Nuclear Systems within The Relativistic Hartree-Fock Method with Zero-Range Self-Interactions of The Scalar Field", *J.Phys.G: Nucl. Part. Phys.* **30**, 703 – 721.
- Martin, M.J., 1991, "Nuclear Data Sheets for A=209", *Nucl. Data Sheets* **63**, 723.
- Maruhn, D. J., Greiner, D. W., 1996, "Nuclear Models", Berlin: Springer.
- Oktova, R., 1996, "Perhitungan Momen Kelembaman Inti Genap-Genap dengan Model Superfluida", *Tesis S2*, Program Pascasarjana UGM Yogyakarta.
- Oktova, R. 2007, "Perhitungan Aras-aras Tenaga Partikel-Tunggal Inti Bola dalam Ruang Koordinat", *Forum MIPA*, **5**(1), 1-5.
- Oktova, R., 2010, "Perhitungan Aras-Aras Tenaga Partikel-Tunggal Inti Pb<sup>208</sup> dengan Potensial Saxon-Woods", *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains*, **1**(1), 304.
- Ring, P., Schuck, P., 2000, "The Nuclear Many-Body Problem", Berlin: Springer, 36-50.
- Schmorak, M.R., 1984, "Nuclear Data Sheets for A=207," *Nucl. Data Sheets* **43**, 383.
- Schwierz, N, Wiedenhöver, I., Volya, A., 2007, "Parametrization of the Woods-Saxon Potential for Shell-Model Calculations", arXiv:0709.3525 [nucl-th] 21 Sept. 2007.
- Shlomo, S., Bertsch, G., 1975, "Nuclear Response in the Continuum". *Nucl. Phys.* **A243**, 507-518.
- Thijssen, J.M, 1999, "Computational Physics", Cambridge University Press.
- Woods, R.D., Saxon, D.S., 1954, "Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering", *Phys. Rev.* **95**, 577-578.

Zawischa, D., Speth, J., 1994, "Orbital and Spin-Flip Magnetic Dipole Resonances in Heavy Nonspherical Nuclei", *Nucl. Phys.* **A569**, 343c-352c.

## LAMPIRAN A

### Perhitungan Keadaan-keadaan Kuantum pada Tabel I

Pada lampiran ini disajikan perhitungan keadaan-keadaan kuantum osilator harmonik tiga dimensi dalam sistem koordinat bola pada Tabel I.

$$N = 2n + l \rightarrow n = \frac{N-l}{2}$$
$$N = 0 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{0-0}{2} = 0 \rightarrow l, n = 0, 0 \rightarrow 1s_{1/2}$$
$$N = 1 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{1-0}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$l = 1 \rightarrow n = \frac{1-1}{2} = 0 \rightarrow l, n = 1, 0 \rightarrow 1p_{3/2}, 1p_{1/2}$$
$$N = 2 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{2-0}{2} = 1 \rightarrow l, n = 0, 1 \rightarrow 2s_{1/2}$$
$$l = 1 \rightarrow n = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$l = 2 \rightarrow n = \frac{2-2}{2} = 0 \rightarrow l, n = 2, 0 \rightarrow 1d_{5/2}, 1d_{3/2}$$
$$N = 3 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{3-0}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$l = 1 \rightarrow n = \frac{3-1}{2} = 1 \rightarrow l, n = 1, 1 \rightarrow 2p_{3/2}, 2p_{1/2}$$
$$l = 2 \rightarrow n = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$l = 3 \rightarrow n = \frac{3-3}{2} = 0 \rightarrow l, n = 3, 0 \rightarrow 1f_{7/2}, 1f_{5/2}$$
$$N = 4 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{4-0}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow l, n = 0, 2 \rightarrow 3s_{1/2}$$
$$\rightarrow l = 1 \rightarrow n = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$\rightarrow l = 2 \rightarrow n = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow l, n = 2, 1 \rightarrow 2d_{5/2}, 2d_{3/2}$$
$$\rightarrow l = 3 \rightarrow n = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{tidak dipakai karena } n \text{ tidak bulat}$$
$$\rightarrow l = 4 \rightarrow n = \frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow l, n = 4, 0 \rightarrow 1g_{9/2}, 1g_{7/2}$$
$$N = 5 \rightarrow l = 1 \rightarrow n = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow l, n = 1, 2 \rightarrow 3p_{3/2}, 3p_{1/2}$$
$$\rightarrow l = 3 \rightarrow n = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow l, n = 3, 1 \rightarrow 2f_{7/2}, 2f_{5/2}$$
$$\rightarrow l = 5 \rightarrow n = \frac{5-5}{2} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow l, n = 5, 0 \rightarrow 1h_{11/2}, 1h_{9/2}$$
$$N = 6 \rightarrow l = 0 \rightarrow n = \frac{6-0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow l, n = 0, 3 \rightarrow 4s_{1/2}$$



$$\begin{aligned}
&\rightarrow l=2 \rightarrow n = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow l, n = 2, 2 \rightarrow 3d_{5/2}, 3d_{3/2} \\
&\rightarrow l=4 \rightarrow n = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow l, n = 4, 1 \rightarrow 2g_{9/2}, 2g_{7/2} \\
&\rightarrow l=6 \rightarrow n = \frac{6-6}{2} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow l, n = 6, 0 \rightarrow 1i_{13/2}, 1i_{11/2} \\
N=7 &\rightarrow l=1 \rightarrow n = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow l, n = 1, 3 \rightarrow 4p_{3/2}, 4p_{1/2} \\
&\rightarrow l=3 \rightarrow n = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow l, n = 3, 2 \rightarrow 3f_{7/2}, 3f_{5/2} \\
&\rightarrow l=5 \rightarrow n = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow l, n = 5, 1 \rightarrow 2h_{11/2}, 2h_{9/2} \\
&\rightarrow l=7 \rightarrow n = \frac{7-7}{2} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow l, n = 7, 0 \rightarrow 1j_{15/2}, 1j_{13}
\end{aligned}$$

## LAMPIRAN B

### Listing Program

Dalam Tabel XI disajikan listing program WS Volya.

**Tabel XI.** Listing program WS Volya

```
PROGRAM Woods Saxon Volya
ccc Volya new parameters (2007)
ccc input: A,Z
C A static potential and occupied single particle levels
C are created here, using a Woods-Saxon potential. The user
C should replace this routine with corresponding Hartree-Fock
C quantities. Input: DEL, NH, A, Z, and quantum numbers of
C occupied orbits. Output: wavefunctions UH and energies E.
c revised 13 Aug 2010 to include also DENSITIES

integer a,z
PARAMETER (NRMAX=50,NHMAX=50)
DIMENSION U(NRMAX)
COMMON/DENSITY/RHOP(NRMAX),RHON(NRMAX)
COMMON/PARAM/DEL,DEL2,N,NX,N2
COMMON/WFN/LH(NHMAX),JH(NHMAX),EH(NHMAX),
& NQ(NHMAX),UH(NHMAX,NRMAX),NH
COMMON/POTEN/V(NRMAX),VS(NRMAX),VC(NRMAX),EL,NGRID,H
ccc replaced Volya DATA VR,VT,VSO,A0,R0/-53.0,20.0,-15.5,0.65,1.25/
DATA VR,VT,A0,R0,r0so/-52.06,20.0,0.662,1.26,1.16/
DATA skappa/0.639/ ! Volya isospin factor of V
DATA slambda/-24.1/ ! Volya ratio Vso/VR

open(5, file='input.txt', form='formatted' )
open(6, file='output.txt', form='formatted' )
open(7, file='rhop.txt', form='formatted' )
open(8, file='rhon.txt', form='formatted' )
open(9, file='rho-total.txt', form='formatted' )

c WRITE(6,*)'PROGRAM SAXON-WOODS: ARAS TENAGA DAN DENSITAS INTI'
WRITE(6,*)'PROGRAM WOODS-SAXON: parametrisasi baru Volya (2007) '
READ(5,*) a,z
ccc Volya isospin correction for VR (V), eq. 13,14 preprint
if((a-z).eq.z) then
factoriso=1.+3.*skappa/real(a)
factorisop=factoriso
factorison=factoriso
endif
if((a-z).gt.z) then
c factorisop=1.+skappa*float(a-2*z+3)/float(a)
```

**Tabel XI (Lanjutan).** Program WS Volya

```

factorisop=1.+skappa*real(a-2*z+3)/real(a)
write(0,*) ' factoriso: p,n=',factorisop,factorison
write(6,*) ' factoriso: p,n=',factorisop,factorison ! 18May 2019

endif
if((a-z).lt.z) then
    factorisop=1.+skappa*real(a-2*z+1)/real(a)
    factorison=1.-skappa*real(a-2*z-3)/real(a)
endif
cccc

READ(5,*) DEL,NGRID
PRINT*,'DEL=',DEL,'NGRID=',NGRID,' MAX. R (fm)=' ,DEL*ngrid
WRITE(6,*)'Lebar langkah: DEL =' ,DEL
WRITE(6,*)'Cacah titik kisi: NGRID =' ,NGRID
WRITE(6,*) ' MAX. R (fm)=' ,DEL*ngrid
PRINT*,'A=',A,' Z=',Z
WRITE(6,*)'A=',A,' Z=',Z
write(0,*) ' Potential parameters:'
write(0,*) ' Main -> V0,R0,a0=',Vr,R0,a0
write(6,*) ' Potential parameters:'
write(6,*) ' Main -> V0,R0,a0=',Vr,R0,a0
cccc Now VSO in Volya's version is calculated:
corrected, assumed Volya's eq. (16) in error vso=lambda*vr
vso=slambda
write(0,*) ' LS -> Vso,R0so,a0=',Vso,R0so,a0
write(6,*) ' LS -> Vso,R0so,a0=',Vso,R0so,a0
WRITE(6,*)'-----'
WRITE(6,*)' No. L 2J Q Node E '
WRITE(6,*)'-----'
C Mass and charge of nucleus
ccc replaced RR=(A-1)**(0.3333)*R0
RR=A**(0.3333)*R0 !central nuclear radius = orig.
RRso=A**(0.3333)*R0so !spin-orbit nuclear radius = Volya
H=20.75
DD=DEL**2/H
IF(Z.GT.0) Z=Z-1
C Set up the Woods-Saxon Potential with central,spin-orbit, and
C Coulomb
DO 6 I = 1, NGRID
R=DEL*I
TEMP=(R-RR)/A0 !rr=central nuclear radius=orig.
TEMPso=(R-RRso)/A0 !rrso=spin-orbit nuclear radius=Volya
c if(temp.ge.20)
c write(0,*) ' a0,rr,i,r,temp=',a0,rr,i,r,temp

```

**Tabel XI (Lanjutan).** Program WS Volya

```

IF(TEMP.GT.30) TEMP=30
EX=EXP(TEMP)
IF(TEMPso.GT.30) TEMPso=30
EXso=EXP(TEMPso)
ccc orig: V(I)=(VR+VT*(A-2*Z-1)/A)/(1+EX)

V(I)=VR/(1+EX) !Volya's version

VS(I)=VSO*EXso/((1.+EXso)**2*RRso*A0)!a0,so = a0, RR corrected 18May

VC(I)=1.44*Z/R
c orig IF(R.LT.RR) VC(I)=1.44*Z/RR*(1.5-0.5*(R/RR)**2)
IF(R.le.RR) VC(I)=1.44*Z/RR*(1.5-0.5*(R/RR)**2)
c orig: VC(I)=VC(I)-2*VT*(A-2*Z-1)/A/(1+EX)

VC(I)=VC(I)/(1+EX) ! Volya's version
6 CONTINUE
C Determine occupied wave functions
A=0. ! 18May
Z=0.
NH=1
c DO 3 I=1,NGRID
c RHOP(I)=0.0
c 3 RHON(I)=0.0
1 READ(5,*) LH(NH),JH(NH),NQ(NH),NODE
IF (LH(NH).LT.0) THEN
NH=NH-1
goto 11 ! corrected 13 Aug 2010
c RETURN
END IF
ccc Volya isospin correction for VR (V), eq. 13,14 preprint
c if((a-z-1).eq.(z+1)) then
c faktoriso = 1.0
c goto 19
c endif
c if((a-z).eq.z) GOTO 19
if(NQ(NH).eq.1) faktoriso=factorisop
if(NQ(NH).eq.0) faktoriso=factorison
c write(6,*) ' faktoriso=',faktoriso
c19 WRITE(6,*)' cek LH(NH),JH(NH),NQ(NH),NODE,faktoriso='
c c LH(NH),JH(NH),NQ(NH),NODE,faktoriso
cc end of faktoriso
ALL = LH(NH)*(LH(NH)+1)*H
IF (2*LH(NH).LT.JH(NH)) THEN
FL=LH(NH)

```

**Tabel XI (Lanjutan).** Program WS Volya

```

ELSE
  FL=-(LH(NH)+1)
  END IF
C Energy of state is found by bisection
EMIN=-50.0
EMAX=0.0
DO 7 K = 1,25 ! orig=25 new value=50 gives no diff
C Integrate schroedinger equation
  ETRIAL=(EMIN+EMAX)/2.0
c   write(6,*) ' e('k,')=',etrial ! 18May
  U(1)=(0.1)**(lh(nh)+1)
U(2)=(0.2)**(lh(nh)+1)
  ND=0
  DO 8 I =2,NGRID-1

R=DEL*I
cc orig. VV=V(I)+NQ(NH)*VC(I)+FL*VS(I)+ALL/R**2 !Volya isospin :
VV=factoriso*(V(I)+NQ(NH)*VC(I))+FL*VS(I)+ALL/R**2
c   if(i.lt.5) write(6,*) ' factoriso,vv=',factoriso,vv
  SX=DD*(VV-ETRIAL)
  U(I+1)=(2+SX)*U(I)-U(I-1)
  IF(U(I+1)*U(I).LT.0)ND=ND+1
c   write(6,*) 'i,nd =',i,nd
8 CONTINUE
  IF(ND.GT.NODE) THEN
EMAX=ETRIAL
  ELSE
  EMIN=ETRIAL
  END IF
7 CONTINUE
  EH(NH)=ETRIAL
  WRITE(6,15) NH,LH(NH),JH(NH),NQ(NH),NODE,EH(NH)
15  FORMAT(5I4,F9.2)
  A=A+JH(NH)+1
  IF(NQ(NH).EQ.1)Z=Z+JH(NH)+1
  WRITE(*,(' L,2J,Q,NODE,E=",4I3,F10.5'))
& LH(NH),JH(NH),NQ(NH),NODE,ETRIAL
  NH=NH+1
  GOTO 1

11 write(6,*) '-----'
12 format(f7.4,f10.5)
13 format(5(f9.6,1x))
END

```

## LAMPIRAN C

### Masukan dan Keluaran Program untuk Inti $^{40}\text{Ca}$

Dalam Tabel XII disajikan data masukan inti  $^{40}\text{Ca}$  dan dalam Tabel IX disajikan data keluaran inti  $^{40}\text{Ca}$ .

**Tabel XII.** Data Masukan dalam *file input.txt* inti  $^{40}\text{Ca}$

16 8
0.25 50
0 1 0 0
0 1 1 0
1 3 0 0
1 3 1 0
1 1 0 0
1 1 1 0
0 1 0 1
0 1 1 1
2 5 0 0
2 5 1 0
2 3 0 0
2 3 1 0
1 3 0 1
1 3 1 1
1 1 0 1
1 1 1 1
3 7 0 0
3 7 1 0
3 5 0 0
3 5 1 0
-1,0,0,0

**Tabel XIII.** Data Keluaran dalam *file output.txt* WS Inti  $^{40}\text{Ca}$

PROGRAM WOODS-SAXON: parametrisasi baru Volya (2007)

Lebar langkah: DEL = 0.2500000

Cacah titik kisi: NGRID = 50

MAX. R (fm)= 12.50000

A= 40 Z= 20

Potential parameters:

Main -> V0,R0,a0= -52.06000 1.260000 0.6620000

LS -> Vso,R0so,a0= -24.10000 1.160000 0.6620000

-----  
No. L 2J Q Node E  
-----

1 0 1 0 0 -41.96

2 0 1 1 0 -33.81

3 1 3 0 0 -32.68

4 1 3 1 0 -25.68

5 1 1 0 0 -29.15

6 1 1 1 0 -21.89

7 0 1 0 1 -17.77

8 0 1 1 1 -11.95

9 2 5 0 0 -22.87

10 2 5 1 0 -17.01

11 2 3 0 0 -15.43

12 2 3 1 0 -9.33

13 1 3 0 1 -7.61

14 1 3 1 1 -3.36

15 1 1 0 1 -4.32

16 1 1 1 1 -0.75

17 3 7 0 0 -12.65

18 3 7 1 0 -7.89

19 3 5 0 0 -1.29

20 3 5 1 0 0.00  
-----

## LAMPIRAN C

### Masukan dan Keluaran Program untuk Inti $^{48}\text{Ca}$

Dalam Tabel XIV disajikan data masukan inti  $^{48}\text{Ca}$  dan dalam Tabel XV disajikan data keluaran inti  $^{48}\text{Ca}$ .

**Tabel XIV.** Data masukan dalam *file input.txt* inti  $^{48}\text{Ca}$

48 20
0.25 50
0 1 0 0
0 1 1 0
1 3 0 0
1 3 1 0
1 1 0 0
1 1 1 0
0 1 0 1
0 1 1 1
2 5 0 0
2 5 1 0
2 3 0 0
2 3 1 0
1 3 0 1
1 3 1 1
1 1 0 1
1 1 1 1
3 7 0 0
3 7 1 0
3 5 0 0
3 5 1 0
-1,0,0,0



**Tabel XV.** Data keluaran dalam *file output.txt* Inti  $^{48}\text{Ca}$

PROGRAM WOODS-SAXON: parametrisasi baru Volya (2007)

Lebar langkah: DEL = 0.2500000

Cacah titik kisi: NGRID = 50

MAX. R (fm)= 12.50000

A= 48 Z= 20

Potential parameters:

Main -> V0,R0,a0= -52.06000 1.260000 0.6620000

LS -> Vso,R0so,a0= -24.10000 1.160000 0.6620000

-----  
No. L 2J Q Node E

-----  
1 0 1 0 0 -36.48  
2 0 1 1 0 -39.44  
3 1 3 0 0 -28.42  
4 1 3 1 0 -31.54  
5 1 1 0 0 -25.23  
6 1 1 1 0 -28.34  
7 0 1 0 1 -15.12  
8 0 1 1 1 -17.83  
9 2 5 0 0 -19.85  
10 2 5 1 0 -22.97  
11 2 3 0 0 -13.09  
12 2 3 1 0 -16.20  
13 1 3 0 1 -6.07  
14 1 3 1 1 -8.36  
15 1 1 0 1 -3.14  
16 1 1 1 1 -5.29  
17 3 7 0 0 -10.89  
18 3 7 1 0 -13.84  
19 3 5 0 0 -0.50  
20 3 5 1 0 -3.30  
-----

## LAMPIRAN D

### Contoh Perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal

Dalam Tabel XVI ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{16}\text{O}$  untuk neutron

**Tabel XVI.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{16}\text{O}$  untuk neutron

								WS baru	WS lama	Marcos
I	Keadaan	J	Marcos,dkk.	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	pembilang	pembilang	pembilang
1	$1s_{1/2}$	0.5	43.89	30.73	36.87	47	2	205.2338	529.4258	19.3442
2	$1p_{3/2}$	1.5	23.36	17.64	23.9	21.8	4	17.64	69.2224	9.7344
3	$1p_{1/2}$	0.5	16.95	12.92	17.31	15.7	2	5.1842	15.4568	3.125
							8	228.058	614.105	32.2036
							sigma=	5.339218108	8.7614568	2.0063524

Dalam Tabel XVII ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{16}\text{O}$  untuk proton.

**Tabel XVII.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{16}\text{O}$  untuk proton

								WS baru	WS lama	Marcos
I	Keadaan	J	Marcos,dkk	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	pembilang	pembilang	pembilang
1	$1s_{1/2}$	0.5	39.51	28.56	32.98	40.8	2	122.3048	299.64	3.3282
2	$1p_{3/2}$	1.5	19.28	15.55	20.89	18.4	4	24.8004	32.49	3.0976
3	$1p_{1/2}$	0.5	12.98	10.83	14.24	12.1	2	9.1592	3.2258	1.5488
							8	156.2644	335.35	7.9746
							sigma=	19.53305	41.918875	0.996825

Dalam Tabel XVIII ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{40}\text{Ca}$  untuk neutron.

**Tabel XVIII.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{40}\text{Ca}$  untuk neutron

								WS baru	WS lama	Marcos
I	Keadaan	J	Marcos,dkk.	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	pembilang	pembilang	Pembilang
1	$1d_{5/2}$	2.5	24.98	19.54	22.87	21.9	6	5.6454	33.4176	56.9184
2	$2s_{1/2}$	0.5	16.26	15.63	17.77	18.2	2	0.3698	13.2098	7.5272
3	$1d_{3/2}$	1.5	17.71	14.75	15.43	15.6	4	2.89	2.89	17.8084
							12	8.9052	49.5174	82.254
							sigma=	0.861452262	2.0313665	2.61811

Dalam Tabel XIX ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{40}\text{Ca}$  untuk proton.

**Tabel XIX.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{40}\text{Ca}$  untuk proton

								WS baru	WS lama	Marcos	
I	Keadaan	J	Marcos,dkk	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	Pembilang	pembilang	Pembilang	
1	1s <sub>1/2</sub>	0.5	48.71	32.13	33.81	50.1	2	530.7282	645.8418	3.8642	
2	1p <sub>3/2</sub>	1.5	33.39	22.85	25.68	34.6	4	318.2656	552.25	5.8564	
3	1p <sub>1/2</sub>	0.5	29.43	20.44	21.89	34.6	2	323.0882	401.0112	53.4578	
4	1d <sub>5/2</sub>	2.5	17.22	12.76	17.01	15.15	6	20.7576	34.2726	25.7094	
5	2s <sub>1/2</sub>	0.5	8.64	8.78	11.97	10.9	2	2.2898	8.9888	10.2152	
6	1d <sub>3/2</sub>	1.5	10.1	7.91	9.33	8.3	4	4.2436	0.6084	12.96	
								20	1199.373	1642.9728	112.063
								sigma=	7.74394279	9.0635887	2.367097

Dalam Tabel XX ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{48}\text{Ca}$  untuk neutron.

**Tabel XX.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{48}\text{Ca}$  untuk neutron

I	Keadaan	J	Marcos,dkk.	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	pembilang	pembilang	pembilang	
1	1d <sub>5/2</sub>	2.5	26.2	19.79	19.85	16	6	88.935	86.1846	624.24	
2	2s <sub>1/2</sub>	0.5	18.42	16.02	15.12	12.4	2	14.7968	26.2088	72.4808	
3	1d <sub>3/2</sub>	1.5	21.74	15.59	13.09	12.4	4	1.9044	40.7044	348.942	
4	1f <sub>7/2</sub>	3.5	9.98	9.76	10.89	9.9	8	7.8408	0.1568	0.1568	
								20	113.477	153.2546	1045.82
								sigma=	5.67385	7.66273	52.291

Dalam Tabel XXI ini disajikan perhitungan Deviasi standard selisih Tenaga Partikel-Tunggal inti bola pada inti  $^{48}\text{Ca}$  untuk proton.

**Tabel XXI.** Deviasi standard selisih tenaga inti  $^{48}\text{Ca}$  untuk proton

								WS baru	WS lama	Marcos	
I	Keadaan	J	Marcos,dkk.	WS lama	WS baru	ekps.	2j+1	pembilang	pembilang	pembilang	
1	1s <sub>1/2</sub>	0.5	54.22	36.95	39.44	55.9	2	541.8632	718.205	5.6448	
2	1p <sub>3/2</sub>	1.5	39.33	28.12	31.45	35.7	4	72.25	229.8256	52.7076	
3	1p <sub>1/2</sub>	0.5	38.24	26.14	28.34	35.7	2	108.3392	182.7872	12.9032	
4	1d <sub>5/2</sub>	2.5	23.04	18.34	22.97	20.5	6	36.6054	27.9936	38.7096	
5	2s <sub>1/2</sub>	0.5	15.3	14.25	17.83	15.8	2	8.2418	4.805	0.5	
6	1d <sub>3/2</sub>	1.5	20.45	14.19	16.2	15.5	4	1.96	6.8644	98.01	
								20	769.2596	1170.481	208.475
								sigma=	38.46298	58.52404	10.4238