

# Membangun Matematika Humanis Melalui Pembelajaran Pemodelan Matematika

oleh:  
Julan HERNADI

disampaikan pada:  
Kuliah tamu pada Program Magister Pendidikan Matematika Unmuh Malang,  
7 Oktober 2017

## 1. Latar Belakang

Sejatinya matematika memiliki kekuatan yang luar biasa karena ia memegang peran penting dalam inovasi sains, teknologi, dan keteknikan. Istilah tren sekarang STEM yaitu singkatan dari *science, technology, engineering and mathematics* menunjukkan bahwa keempat bidang ini tidak dapat dipisahkan satu sama lainnya. Beberapa istilah seperti penerapan matematika (*application of mathematics*), matematika terapan (*applied mathematics*), menerapkan matematika (*applying mathematics*), dan pemodelan matematika (*mathematical modeling*) menunjukkan peran matematika untuk menyelesaikan permasalahan dunia nyata luar matematika (*extra-mathematical world*). Pemodelan matematika secara sederhana dipahami sebagai keseluruhan proses menterjemahkan masalah dunia nyata agar dapat diselesaikan secara matematis dan hasilnya digunakan sebagai solusi untuk permasalahan dunia nyata sebelumnya.

Kehebatan matematika yang berkaitan dengan asas kegunaannya dalam menyelesaikan permasalahan di luar matematika belum sepenuhnya dirasakan oleh peserta didik yang sedang belajar matematika. Mereka belajar matematika sekedar mengikuti prosedur atau langkah-langkah tanpa memahami (bahkan mungkin tidak tertarik untuk memahami) bagaimana langkah-langkah tersebut dapat bekerja dan saling berkaitan. Target mereka adalah dapat menjawab soal ujian dengan benar. Mereka tidak tahu untuk apa mereka belajar matematika. Inilah barangkali keadaan yang jamak terjadi dalam dunia pendidikan matematika kita. Rutinitas belajar matematika yang dipenuhi hapalan rumus, langkah-langkah, dan manipulasi simbol tanpa makna pada akhirnya akan menimbulkan kejenuhan akut di kalangan siswa.

Diceritakan dalam sebuah majalah *American Scientist* terbitan May 2015, ketika pelajaran matematika akan dimulai seorang siswa berdiri dan berseru “ Mengapa kami harus belajar matematika selama 12 tahun sementara kami tidak akan pernah menggunakannya sama sekali?” Tentunya pernyataan ini sangat menjengkelkan sekaligus menyedihkan khususnya bagi pendidik matematika. Pernyataan semacam ini diyakini sangat banyak terjadi pada siswa-siswa kita. Hal ini tidak mengherankan karena mereka tidak dapat melihat hubungan antara

materi matematika yang dipelajari di sekolah dengan cita-cita mereka. Bahkan pekerjaan yang menuntut keterampilan komputasi teknis atau hitung-hitungan yang diperoleh dari hasil belajar matematika sudah tidak relevan lagi saat ini karena pekerjaan ini umumnya sudah tergantikan oleh alat siap pakai (*toolbox*) seperti mesin kasir, kalkulator saintifik dengan segala macam fiturnya, dan berbagai aplikasi komputer (Hernadi, 2016). Adanya mesin kasir yang dilengkapi dengan *scanner* dan *barcode* telah mengeliminasi tuntutan keterampilan komputasi teknis untuk profesi kasir.

Para ahli dan perencana pendidikan di Indonesia menyadari betul bahwa tujuan diberikannya pelajaran matematika tidak hanya sekedar terkait dengan cita-cita siswa tetapi bersifat komprehensif yaitu mencakup kemampuan (1) memahami konsep matematika untuk pemecahan masalah, (2) daya nalar, (3) pemecahan masalah melalui pemodelan matematika, (3) komunikasi gagasan secara matematis dan simbolis, dan (4) membentuk sikap positif terhadap kegunaan matematika dalam kehidupan (KTSP, Permendiknas 22, 2006). Pembelajaran matematika sekolah diarahkan untuk mencapai tujuan ini.

Permasalahan terbesar dalam pendidikan matematika adalah rendahnya minat peserta didik untuk belajar matematika secara lebih bermakna. Sebagian besar peserta didik masih menganggap matematika adalah pelajaran tidak menarik karena sulit, terlalu abstrak, menyita waktu dan pikiran, dan tidak jelas kegunaannya. Inilah salah satu faktor yang membuat kualitas pendidikan matematika masih rendah dibandingkan sebagian besar negara lainnya. Tiga faktor utama yang mempengaruhi rendahnya minat siswa ini adalah bahan kajian matematika, kompetensi guru matematika, dan cara mengajarkan matematika. Menampilkan keindahan bawaan matematika ketika mengajarkannya merupakan salah satu upaya yang diyakini dapat meningkatkan persepsi siswa terhadap matematika (Hernadi, 2016a). Tapi cara ini sulit ketika konsep dasar matematika tidak dikuasai dengan baik.

Selama ini bahan kajian matematika sekolah khususnya buku teks masih didominasi oleh manipulasi simbol abstrak tanpa makna namun masih kurang materi penerapan matematika dan pemodelan. Buku teks kurikulum 2013 yang sudah menggunakan pendekatan saintifik telah diawali tahap observasi melalui permasalahan kontekstual, namun belum terintegrasi dengan model dan metode pembelajaran yang diterapkan. Sebagian besar masalah kontekstual yang ditampilkan pada tahap observasi tidak begitu kuat kaitannya dengan konsep matematika yang sedang akan dipelajari atau permasalahan kontekstual yang ada sangat jauh dari kehidupan siswa saat ini maupun profesi yang mereka cita-citakan. Selain dari konten, tampilan buku teks matematika kita masih jauh “tertinggal” dari buku teks negara-negara maju. Padahal tampilan buku teks diyakini dapat meningkatkan minat siswa belajar matematika.

Pembelajaran matematika sebagian besar masih menggunakan pola ceramah tiga tahap, yaitu menjelaskan teori secukupnya, menerapkan pada contoh soal, dan latihan soal. Bahkan kadang-kadang pada tahap penjelasan teori tidak terjadi penanaman konsep misalnya langsung diberikan rumus jadi dan cara penggunaan tanpa dijelaskan latar belakang dan cara penemuan rumus tersebut. Pembelajaran dengan model *cooperative* selama ini tidak lebih dari mengerjakan lembar kerja siswa (LKS) secara berkelompok, diskusi dalam dan antar kelompok, dan perumusan kesimpulan. Cara ini tidak begitu efektif karena rendahnya partisipasi siswa dalam kegiatan pembelajaran. Umumnya hanya siswa papan atas saja yang mampu mengikuti pembelajaran dengan baik, sedangkan sebagai besar siswa lainnya hanya melewatkan pembelajaran tanpa mendapatkan hasil belajar yang bermakna. Selain masalah partisipasi, isi LKS umumnya hanya berisi soal-soal latihan yang harus diselesaikan siswa dengan cara mempelajari prosedurnya melalui buku teks. Ini artinya siswa hanya menerapkan pola belajar mekanistik, ini tidak cocok untuk mencapai kompetensi yang diharapkan.

Pembelajaran yang mengintegrasikan pemodelan (*mathematical modeling*) dan penerapan matematika (*application of mathematics*) diyakini dapat membangun sikap positif siswa terhadap kegunaan matematika dalam kehidupan. Ini berarti tujuan ke-4 pelajaran matematika berdasarkan KTSP tercapai secara otomatis. Sedangkan tujuan lain (1 s.d. 3) akan lebih mudah dicapai melalui model pembelajaran integrasi ini. Selain itu, integrasi pemodelan dan penerapan matematika ini dapat memberikan pengalaman belajar siswa memperoleh matematika siswa yang lebih bermakna (*meaningful learning*). Implikasi lebih lanjutnya adalah meningkatnya jumlah siswa lulusan sekolah menengah yang berminat menekuni secara serius bidang STEM (*science, technology, engineering and mathematics*) di perguruan tinggi. Bidang-bidang ini sangat urgen untuk mendukung kemajuan dan daya saing bangsa ini.

Tulisan ini mendeskripsikan signifikansi teoretis pemodelan dan penerapan matematika dalam pembelajaran matematika di sekolah. Selain itu artikel ini akan menjelaskan berbagai istilah dalam pembelajaran matematika yang berkaitan dengan kegunaan matematika dalam kehidupan nyata seperti soal cerita (*word problem*), pemecahan masalah matematika (*problem solving*), pemodelan matematika, dan penerapan matematika. Contoh dan latihan pemodelan diberikan pada bagian akhir tulisan ini.

## **2. Matematika Humanis**

Sebagaimana diketahui bahwa akar istilah matematika berasal dari Bahasa Yunani (Greek) sekitar tahun 600SM – 300SM. Namun jauh sebelumnya sekitar tiga atau empat ribu tahun lalu, pada masyarakat Mesir Kuno dan Babilonia telah ditemukan bentuk pengetahuan

yang dapat dikategorikan sebagai matematika. Dalam perkembangan sejarah, ternyata matematika telah terpecah menjadi dua aliran yaitu matematika murni dan matematika terapan. Matematika terapan berakar dari Babilonia dan Mesir kuno di mana matematika telah dikembangkan sebagai alat untuk aplikasi praktis dan langsung diterapkan pada permasalahan yang dihadapi pada saat itu. Selanjutnya, di Yunani (Greece) matematika dijadikan sebuah disiplin ilmu dengan mentransformasi sekumpulan aturan empiris menjadi sebuah kesatuan yang sistematis dan terurut. Orang-orang Yunani memulai upaya pengembangan matematika yang lebih mendalam, lebih abstrak dalam arti lebih jauh dari penggunaan kehidupan sehari-hari, dan lebih rasional daripada sebelumnya. Inilah cikal bakal matematika murni. Kilasan sejarah ini disarikan dari buku yang ditulis oleh David Burton yang berjudul *The History of Mathematics, Seventh Edition* (Burton, 2011).

Dari tinjauan filsafat, Rubens Hers di dalam bukunya *What Is Mathematics, Really* menyatakan bahwa matematika bersifat humanis dalam arti matematika musti dipahami sebagai aktivitas manusia, fenomena sosial, bagian dari budaya manusia, evolusi sejarah, dan dapat dimengerti hanya dalam sebuah konteks sosial (Hersh, 1997). Pendapat ini dapat dipahami karena sesungguhnya matematika berasal dari permasalahan praktis yang muncul di dalam masyarakat. Metode matematika yang berupa “konjektur dan bukti” yang melahirkan jaringan konsep dan fakta, sifat dan koneksi yang disebut matematika teoretis merupakan hasil dari evolusi sejarah (Hersh, 1997). Sistem aksiomatik yang biasanya ditulis pada buku-buku matematika teoretis tidak lain adalah hasil dari sistematisasi dan organisasi fakta-fakta matematika yang berserakan dan sudah digunakan di dalam kehidupan masyarakat ataupun terjadi secara natural.

Dengan pertimbangan inilah maka pengenalan awal matematika sebaiknya melalui kebutuhan untuk menyelesaikan persoalan dunia nyata yang berkaitan dengan aktivitas manusia, baik hubungan antara manusia dan manusia, maupun antara manusia dan alam. Satu satunya cara mengenalkan matematika yang relevan dengan pendekatan ini adalah melalui pemodelan matematika (*mathematical modeling*).

### **3. Pemecahan Masalah Matematika, Pemodelan dan Penerapan Matematika**

Terdapat banyak definisi pemodelan matematika yang diberikan oleh para penulis, misalnya Clements (1982), Blum (1991, 2009), Pollak (2011) dalam (Cirillo et al, 2016) dan lain sebagainya. Pada salah satu artikelnya, Blum (1993) menjelaskan secara singkat bahwa pemodelan matematika berarti proses menghubungkan dunia nyata dengan matematika.

“the term with mathematical *modelling* may mean the process of model building,

leading from a real situation to a mathematical model, or the whole applied problem-solving process, or again any manner of connecting the real world with mathematics” (Blum, 1993)

Niss, Blum and Galbraith (2007) menyatakan bahwa sebuah model matematika yang dihasilkan dari pemodelan memuat domain luar matematika (*extra-mathematical domain*) D. Objek, relasi, fenomena, asumsi, pertanyaan, dan lain sebagainya yang teridentifikasi dalam domain D dipetakan atau diterjemahkan ke dalam objek, relasi, fenomena, asumsi, pertanyaan yang berkaitan dengan domain M. Pada domain M dilakukan deliberasi dan manipulasi matematika, kemudian diambil kesimpulan. Kesimpulan pada domain M ini ditransformasi balik ke domain D dan diinterpretasikan sebagai kesimpulan untuk domain D. Tahapan-tahapan ini biasanya disebut siklus pemodelan. Pada prakteknya, terdapat berbagai variasi siklus pemodelan seperti diberikan oleh NGA Center and CCSSO (2010), Dossey dkk (2002), Blum (2011), dan Bliss dkk (2014) sebagai dikutip dalam (Cirillo at al, 2016). Dari berbagai variasi ini terdapat kesamaan dalam input dan outputnya. Inputnya berupa permasalahan nyata dalam kehidupan nyata dan outputnya berupa model matematika yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.

Istilah lain yang sering kita dengar terkait dengan peran nyata matematika dalam kehidupan nyata adalah menerapkan matematika (*applying mathematics*), penerapan matematika (*application of mathematics*) dan pemecahan masalah matematika (*problem solving of mathematics*). Menurut Niss, dkk (2007), penerapan matematika terjadi setiap kali matematika digunakan pada permasalahan di luar matematika, seperti untuk mendapatkan pemahaman lebih baik, investigasi, menjelaskan fenomena, mendasari keputusan, dan lain sebagainya untuk permasalahan di luar matematika. Sebagai contoh penggunaan integral dan diferensial dalam mekanika atau fisika, penggunaan sistem persamaan dalam manajemen produksi, penggunaan probabilitas dalam ilmu politik adalah beberapa contoh penerapan matematika. Sedangkan penggunaan matematika untuk menyelesaikan masalah nyata sering disebut menerapkan matematika. Dalam pemodelan terdapat penerapan matematika.

Sedangkan pemecahan masalah matematika menurut Pollak (2012) memiliki spektrum lebih luas karena permasalahan yang dibahas tidak harus berasal dari dunia nyata secara langsung. Banyak permasalahan dalam matematika yang berhasil diselesaikan hanya digunakan untuk mengembangkan teori matematika yang telah ada. Banyak teori yang ketika ditemukan belum diketahui kegunaannya, namun kegunaan ini baru ada setelah puluhan atau ratusan tahun kemudian. Inilah ciri khas penelitian dalam matematika sebagai ilmu murni. Pemecahan masalah matematika yang tidak terkait langsung dengan masalah nyata tentunya

kurang pas digunakan untuk pengenalan awal matematika khususnya dalam pembelajaran matematika berbasis pemecahan masalah (*problem based learning*).

Pemecahan masalah dalam konteks pemodelan matematika sangat penting dimasukkan dalam pembelajaran matematika sekolah karena berbagai alasan. Menurut Blum (1991) ada 4 alasan utama mengapa pemodelan perlu diajarkan tidak hanya bekerja dengan model jadi, alasan pragmatis, formatif, kultural, dan psikologi. Alasan **pragmatis** didasarkan pada maksud pengajaran matematika adalah untuk membantu siswa memahami dan mengatasi situasi dan masalah dunia nyata. Alasan **formatif** adalah karena matematika sebagai salah satu media untuk mempersiapkan kualifikasi umum yang harus dimiliki siswa, misalnya kemampuan menyelesaikan masalah dan sikap terbuka terhadap situasi atau hal-hal baru. Dari aspek **kultural**, matematika sebagai sumber refleksi untuk membangun pemahaman komprehensif dan seimbang terhadap matematika baik sebagai sebuah sains maupun sebagai bagian dari budaya dan sejarah manusia. Pemodelan merupakan fitur esensial dari intelektual manusia juga sejarah dan praktek sesungguhnya. Dari aspek **psikologi**, konten matematika melalui contoh pemodelan dapat menjadi motivasi menuju pemahaman lebih dalam (*deeper understanding*) dan memperpanjang ingatan (*retention*) terhadap topik-topik matematika, juga dapat meningkatkan sikap siswa terhadap matematika. Keuntungan lain yang akan diperoleh melalui pemodelan matematika adalah membentuk kemampuan berpikir matematis siswa:

“I believe that immersing students in situations which can be related to their own direct experience and are more consistent with a sense-making disposition, allows them to deepen and broaden their understanding of the scope and usefulness of mathematics as well as learning ways of thinking mathematically that are supported by mathematising situations” (Bahmaei, 2011)

Menurut Blum (1993) dan Kaiser (2016), sebagian negara-negara di seluruh dunia sudah menunjukkan tren memasukkan lebih banyak pemodelan ke dalam kurikulum namun sebagian besar negara lainnya, pemodelan masih memainkan peran minor dalam pembelajaran matematika di sekolah dan juga di universitas. Lebih lanjut, Blum melihat faktor kompetensi dan komitmen guru menjadi kendala dalam implementasi pembelajaran dengan pemodelan ini. Permasalahan krusial lainnya adalah keluasan dan kedalaman konten pemodelan yang harus diberikan pada setiap level pendidikan, mulai dari sekolah dasar sampai dengan sekolah menengah, dan juga pendidikan guru.

Untuk Indonesia, pada kurikulum terbaru K-13 telah dirumuskan bahwa pemodelan merupakan salah satu kompetensi inti. Sebagai contoh pada KI-3.23 kelas XI SMA dituliskan sebagai berikut:

“Memilih dan menerapkan strategi menyelesaikan masalah dunia nyata dan matematika yang melibatkan turunan dan integral tak tentu dan memeriksa kebenaran langkah-

langkahnya” (Permendikbud 70, 2013)

Namun demikian, tuntutan capaian hasil belajar ini belum difasilitasi secara baik pada proses pembelajarannya baik terkait dengan bahan kajian (buku teks), metode pembelajaran, evaluasi, dan kompetensi guru.

Berbagai penelitian pada pembelajaran dengan pemodelan matematika yang dilakukan selama ini masih belum mengikuti prinsip utama pemodelan yaitu berangkat dari dunia nyata dan berakhir pada dunia nyata. Turmudi (2010), mengenalkan pemodelan matematika melalui matematika model ubin untuk menemukan pola suku sebuah barisan, menggunakan gelas ukur dan tabung untuk menemukan hubungan volume dan tinggi tabung. Jelas sekali pemodelan ini berakhir pada matematika. Adopsi siklus pemodelan matematika dari Verschaffel, Greer, dan De Corte (2002) tidak muncul secara eksplisit dalam tahapan pemodelan. Selvia, Darmowijoyo, dan Yusuf (2014) melakukan penelitian pembelajaran pemodelan matematika dengan pendekatan konstruktivisme di mana perumusan masalah nyata menjadi masalah matematika dan konstruksi ide/gagasan pemecahan masalah dilakukan oleh siswa. Hasilnya dilaporkan sangat positif. Tentunya fenomena ini sangat spektakuler yang hanya mungkin terjadi pada sekolah-sekolah papan atas. Sayangnya permasalahan dunia nyata atau materi pembelajaran yang dibahas tidak dilaporkan sehingga tidak dapat dipastikan kompetensi yang mana pada kurikulum yang didukung oleh penelitian ini. Penelitian-penelitian sejenis lainnya umumnya tidak mengaitkan tujuan yang akan dicapai dengan rumusan hasil pembelajaran yang ada dalam kurikulum. Oleh karena itu kemungkinan hasil penelitian yang ada belum sepenuhnya dapat diterapkan untuk mendukung capaian kurikulum yang ada.

#### 4. Siklus Dalam Pemodelan Matematika

Berbagai siklus dalam pemodelan matematika dapat disajikan sebagai berikut:

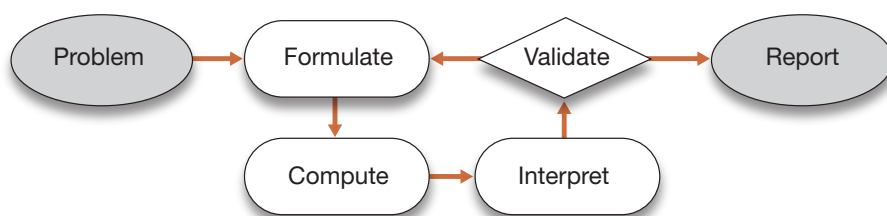


Fig. 1.4. The mathematical modeling cycle from CCSSM (NGA Center and CCSSO 2010)

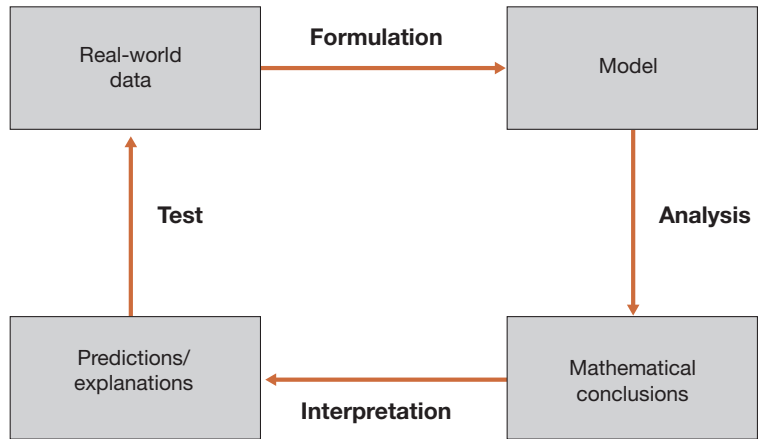


Fig. 1.5. The modeling process portrayed as a closed system (Dossey et al. 2002, p. 114)

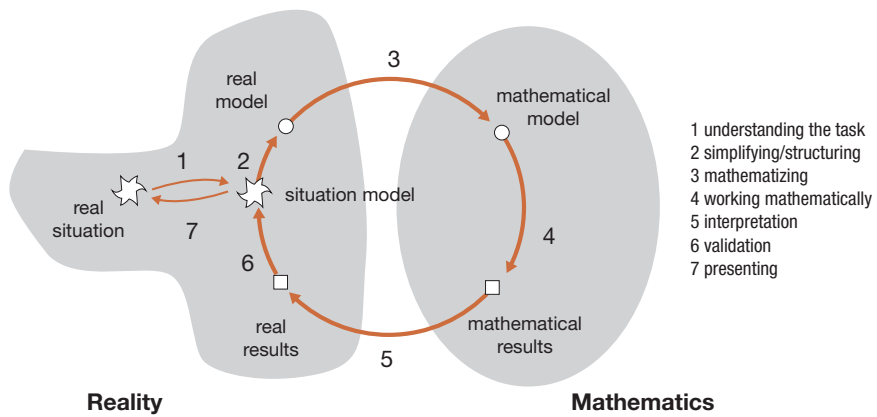


Fig. 1.6. The modeling process from Blum (2011, p. 18)

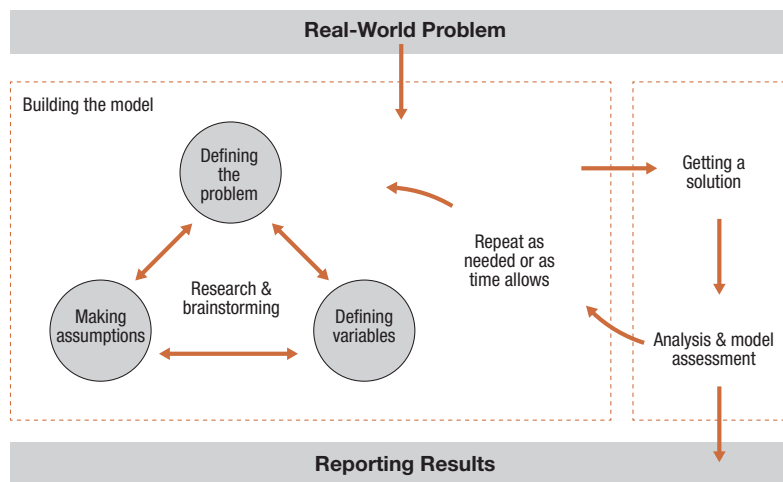


Fig. 1.7. Bliss and colleagues' (2014) overview of the modeling process (p. 6)

Walaupun secara konseptual terdapat banyak tahap pada siklus pemodelan namun dalam



implementasinya proses kerja dalam pemodelan matematika dapat dikelompokkan menjadi 4 tahapan sebagai berikut (Blum and Ferri, 2009):

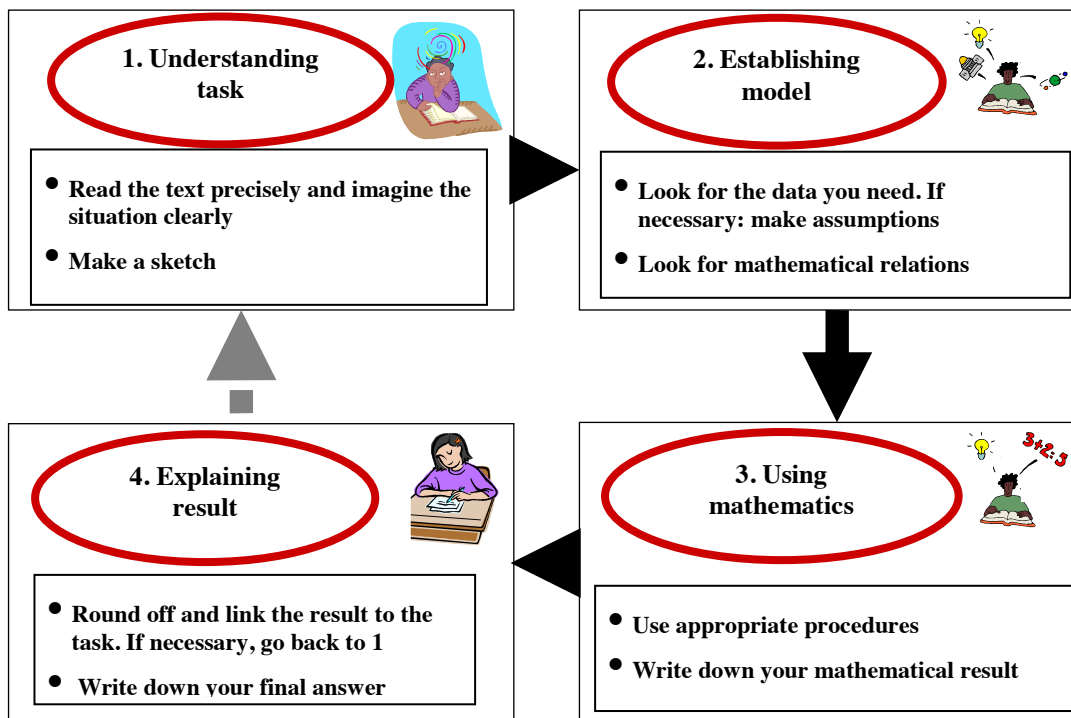


Figure 4 – The “Solution Plan” for modelling tasks

## 5. Soal Cerita versus Soal Pemodelan

Selama ini aktivitas pembelajaran matematika yang mengaitkan matematika dengan kehidupan sehari-hari biasanya diwakili oleh soal cerita (*word/story/verbal problems*). Soal cerita biasanya sudah memuat informasi matematis (data) yang cukup lengkap. Namun demikian, permasalahan yang diberikan pada soal cerita terkadang tidak fisibel dengan fakta lapangan (model real) yang ada, bisa berupa masalah serampangan (*injudicious problems*) atau masalah lepas konteks (*context-separable problems*). Sedangkan soal pemodelan biasanya belum memunculkan objek matematikanya. Formulasi masalah ke dalam bahasa matematika dilakukan sang pemodel.

Contoh:

1. Kalau 1 orang dapat menggali sumur dalam 6 jam maka berapa lama waktu dibutuhkan 10 yang berkerja dengan kecepatan yang sama untuk menggali sumur yang sama? Walaupun soal ini dapat diselesaikan secara numerik, namun fakta lapangannya tidaklah mungkin ke-10 orang tersebut dapat menggali sumur yang sama dengan kecepatan yang sama dan pada waktu yang sama. Ini tergolong *injudicious problems*.
2. Sebelum meninggal dunia seorang ayah mewasiatkan akan memberikan semua kerbau yang dia miliki kepada tiga orang anaknya. Dalam wasiat tersebut, sang Ayah

menetapkan  $\frac{1}{2}$  bagian untuk anak pertama,  $\frac{1}{4}$  bagian untuk anak kedua, dan  $\frac{1}{5}$  bagian untuk anak ketiga. Pada saat akan dibagikan banyaknya kerbau tersebut adalah 19 ekor. Berdasarkan wasiat maka anak pertama mendapat 9,5 ekor kerbau, anak kedua mendapat 4,75 ekor kerbau, dan anak ketiga mendapat 3,8 ekor kerbau. Permasalahannya adalah mereka bertiga hanya mau menerima kerbau dalam bentuk utuh. Bagaimana cara menyelesaikan permasalahan ini? Soal ini termasuk *injudicious problems* karena tidak mungkin terjadi secara nyata bahwa anak-anaknya hanya mau menerima kerbau dalam bentuk utuh. Selain itu soal ini termasuk lepas konteks karena konteks wasiat, ayah, dan kerbau sesungguhnya tidaklah penting. Intinya adalah bagaimana mengupayakan agar 19 habis dibagi 2, habis dibagi 4, dan habis dibagi 5.

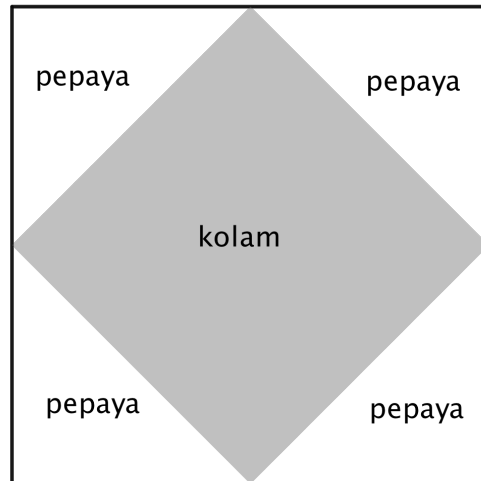
3. Tomi ingin menentukan berapa banyak apel yang dihabiskan oleh siswa di sekolahnya dalam satu bulan. Jelaskan bagaimana dia dapat melakukannya? Ini termasuk soal pemodelan. Selain dari minimnya informasi matematis, jawaban pemodelan biasanya hanya berupa aproksimasi karena berdasarkan asumsi-asumsi yang ditetapkan.

## 6. Contoh Pemodelan

Pak Ali memiliki lahan berukuran  $100m \times 100m$  yang akan diberdayakan sebagai usaha kecil yang mendatangkan nilai ekonomis. Alternatif usaha yang dapat dipilih antara tanaman (sayur/buah), ternak ikan, dan ternak bebek. Setelah musyawarah keluarga, pak Ali memutuskan dua usaha sekaligus yaitu memelihara ikan gurame dan menanam pepaya dengan pertimbangan daun pepaya dapat dijadikan pakan ikan gurame. Bantulah pak Ali untuk merealisasikan usahanya tersebut.

Alternatif solusi:

1. **Understanding task:** model real di sini sangat jelas yaitu berupa lahan dengan luas diketahui. Agar dua usaha dapat berjalan maka pak Ali perlu membagi lahan menjadi dua bagian, satu bagian untuk ditanam pepaya dan satu bagian lagi dibuat kolam ikan. Melalui pertimbangan sederhana pak membagi lahan sebagaimana sketsa berikut. Pada ke-empat sisi persegi diambil titik tengah, kemudian melalui ke-empat titik tengah dibuat persegi lebih kecil di dalamnya. Daerah persegi ini dijadikan kolam ikan sedangkan 4 daerah segitiga di luarnya dijadikan lahan untuk menanam pepaya. Dengan desain ini, air di kolam tidak terlalu panas karena terlindung oleh daun pepaya. Sebaliknya, air pada kolam dapat digunakan untuk menyiram tanaman pepaya. Permasalahan selanjutnya adalah berapa kedalaman kolam yang harus dibuat? Dibutuhkan beberapa data/informasi.

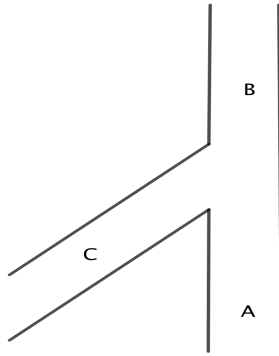


2. **Establishing model:** Pertimbangannya didasarkan ketersediaan pakan dari daun pepaya. Misal diasumsikan 1 pohon pepaya untuk 1 ekor ikan maka perlu dihitung banyak pohon pepaya yang dapat ditanam pada lahan yang ada.
3. **Using mathematics:** Untuk itu perlu data jarak tanam, misalkan  $2m$ . Perhatikan luas lahan tanam pepaya ekuivalen dengan luas persegi panjang berukuran  $100m \times 50m$ . Secara aproksimasi akan dapat ditanam sebanyak  $50 \times 25 = 1250$  pohon pepaya. Jadi pak Ali dapat melepaskan 1250 bibit ikan gurame. Untuk menentukan kedalaman kolam diperlukan data banyak ikan ideal untuk setiap meter persegi misalnya 10 ikan maka dibutuhkan kolam dengan volum  $\frac{1250}{10} = 1250m^3$ . Karena kolam berbentuk balok dengan alas persegi berukuran  $50 \times 50$  maka  $t = \frac{1250}{2500} = 0,5m$ .
4. **Explaining result:** Kedalaman kolam yang harus dibuat oleh pak Ali adalah  $0,5 m$ . Jika hasil ini tidak fisibel misalnya terlalu dangkal maka pak Ali bisa membuat kolam yang lebih dalam lagi misalnya  $0,75 m$ .

Konsep matematika yang terkandung dalam pemodelan ini adalah luas segitiga, persegi panjang, persegi, dan volum balok. Kemudian, konsep grid (bidang koordinat), estimasi, dan ekuivalensi luas dua bangun geometri. Jika permasalahan keuntungan usaha (*profit gain*) dibahas dalam pemodelan maka lebih banyak lagi konsep matematika yang dilibatkan.

**Latihan:** Selesaikan permasalahan pemodelan berikut, kemudian identifikasilah konsep matematika yang digunakan. Mungkinkah konsep-konsep tersebut dapat diajarkan melalui pemodelan?

1. Restrukturisasi jalan



Perhatikan keadaan pada pertigaan. Kendaraan dari arah A menuju C sangat sulit berbelok karena terlalu tajam sehingga mengakibatkan rawan kecelakaan. Bagaimana merestrukturisasi jalan ini agar belokannya tidak terlalu tajam namun lebar jalan baru dan jalan sebelumnya tetap?

2. Merancang roda (wheel) untuk mengukur jarak.
3. Menghitung tinggi pohon dengan menggunakan teropong yang dipasang pada tripod
  - a. pohon berdiri tegak
  - b. pohon miring.
4. Menghitung ketinggian awan dengan menggunakan teropong dan senter super terang.
5. Mengestimasi jarak kapal melalui mercusuar.

**Example 3: “Lighthouse”**

*In the bay of Bremen, directly on the coast, a lighthouse called “Roter Sand” was built in 1884, measuring 30.7 m in height. Its beacon was meant to warn ships that they were approaching the coast. How far, approximately, was a ship from the coast when it saw the lighthouse for the first time? Explain your solution.*



6. Menentukan harga jual 3 macam martabak berbentuk lingkaran dengan 3 macam diameter?
7. Memperkirakan nilai akan datang melalui rekaman data.

Year, $x$	Gross Domestic Product (GDP) (in trillions)	Scatterplot
1980, 0	\$ 2.8	<p style="text-align: center;"><b>Gross Domestic Product</b></p> <p>It appears that the data points can be represented or modeled by a linear function. The graph is <b>linear</b>.</p>
1985, 5	4.2	
1990, 10	5.8	
1995, 15	7.4	
2000, 20	10.0	
2005, 25	12.6	
2008, 28	14.4	

Sources: Bureau of Economic Analysis; U.S. Department of Commerce

## 7. Penutup

Penerapan model integrasi ini akan menghadapi berbagai kendala, seperti topik-topik matematika apa saja yang memuat konten pemodelan, apakah contoh pemodelan diambil dari kehidupan sehari-hari atau bidang ilmu lainnya seperti biologi, fisika, ekonomi, dan lain sebagainya. Selain dari aspek konten seperti disebutkan sebelumnya, kendala berikutnya adalah dari aspek pembelajaran dan penilaian (*instruction and assesment*). Pemodelan dan penerapan matematika membutuhkan waktu lebih banyak dan akan kesulitan dalam melakukan penilaian. Kalau kompetensi pemodelan dan penerapan matematika ini tidak dinilai maka perhatian siswa dan guru tidak akan serius.

Pembelajaran dengan pemodelan ini menuntut guru memiliki kualifikasi dan pengetahuan di luar matematika dan juga kemampun mengelola kelas “terbuka” dengan baik. Fakta yang ada guru kesulitan menyediakan contoh-contoh pemodelan yang relevan dengan konsep matematika yang diajarkan.

Untuk implementasi formal pembelajaran pemodelan dan penerapan matematika ini masih dibutuhkan hasil penelitian terhadap berbagai permasalahan berikut:

1. Bagaimana mengembangkan bahan ajar untuk pemodelan matematika termasuk topik-topik matematika apa saja yang dapat diajarkan melalui pemodelan matematika.
2. Bagaimana mengembangkan desain pembelajaran untuk mengajarkan pemodelan matematika termasuk di dalamnya adalah bagaimana merumuskan capaian, model, media, dan skenario pembelajaran, serta bagaimana mengembangkan alat evaluasi yang relevan.
3. Bagaimana mengembangkan model pelatihan guru agar memiliki kompetensi dalam mengajarkan pemodelan matematika.
4. Bagaimana membuat sinkronisasi antara materi matematika dan penerapannya dalam mata pelajaran lain.

## REFERENSI

- American Scientist (2015). Five Reasons to Teach Mathematical Modeling, <http://www.americanscientist.org/blog/id.22> (accessed Juni, 5 2017).
- Bahmaei, F. (2011). Mathematical modelling in primary school, advantages and challenges, *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 9, 3-13.
- Blum, W. (1993). Mathematics Modelling in Mathematics Education and Instruction, In *Teaching and learning mathematics in context*, edited by Breiteig, Eliis Horwood Limited, Chichester.
- Blum, W. (1993). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?, *Journal of Mathematical Modelling and Application*, Vol. 1, No. 1, 45-58.

- Burton, D.M. (2007). *The History of Mathematics: An Introduction*, Seventh Edition, McGraw-Hill Companies, Inc, New York.
- Cirillo, M, Pelesko J.A, Felton-Koester, M.D. (2016). Perspective on Modeling in School Mathematics. In *Annual Perspective in Mathematics Education 2016: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, edited by Christian R. Hirsch and Amy Roth McDuffie, NCTM.
- Clements, R. (1982). The Development of Methodologies of Mathematical Modelling, *Journal of Teaching Math & App*, vol. 1 no. 3, 125-131.
- Febi, R.S, Darmawijoyo, dan Yusuf, M. (2014). Penerapan pembelajaran pemodelan matematika menggunakan pendekatan konstruktivisme terhadap kemampuan pemecahan masalah untuk siswa kelas viii SMP, *Jurnal Pendidikan AKSIOMA*, Vol. 03, No. 01, 66-74.
- Hernadi, J. (2016a). *The Inherent Beauty of Mathematics* Sebagai Amunisi Guru untuk Menghilangkan Persepsi Negatif Siswa pada Matematika, Makalah: Kuliah Tamu pada S2 Pendidikan Matematika Unmuh Malang, Februari 2016.
- Hernadi, J. (2016). *Fondasi Matematika: Dasar-dasar Berpikir Logis dan Kritis dalam Matematika*, UMP Press, Ponorogo.
- Hersh, R (1997), *What is Mathematics, Really?*, Oxford University Press, Oxford.
- Niss, M, Blum, W, dan Galbraith, P. (2007). Modelling and Application in Mathematics Education. In *The 14<sup>th</sup> International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)*, edited by Werner Blum, Peter L. Galbraith, Hans-Wolfgang Henn, Springer Science, LLC.
- Pollak, H.O. (2012). Introduction: What is Mathematical Modeling? In *Mathematical Modeling Handbook*, edited H Gould, Diane R. Murray, and Andrew Sanfratello, COMAP.
- Turmudi (2010). Mengurangi Rasa Cemas Belajar Matematika dengan Menampilkan Matematika Eksploratif untuk Merangsang Siswa Belajar, Makalah: disajikan dalam Seminar Nasional Sehari di Unisba, Bandung 16 Januari 2010.