UAD PRESS

GEOMETRI RUANG

Penulis:

Harina Fitriyani
Aan Hendroanto
Rostien Puput Anggoro

GEOMETRI RUANG

Buku Geometri Ruang ini berisi tentang materi-materi geometri dalam dimensi tiga. Materi yang disajikan meliputi gambar bangun ruang yang memuat cara melukis bangun-bangun geometri; unsur-unsur ruang serta relasinya diantaranya membahas tentang relasi antara titik dan garis, titik dan bidang, garis dan garis, garis dan bidang serta relasi antara bidang dan bidang; proyeksi titik, garis dan bangun-bangun datar geometri pada bidang, jarak meliputi jarak titik, garis dan bangun geometri lainnya; sudut dalam ruang; bidang banyak; prisma, limas, tabung, kerucut, dan bola yang masing-masing memuat tentang definisi, teorema dan sifat, unsur-unsur, luas permukaan serta volume.

UAD PRESS
(Anggota IKAPI dan APPTI)
Kampus II Universitas Ahmad Dahlan
Jl. Pramuka No.42, Pandeyan, Kec. Umbulharjo,
Daerah Istimewa Yogyakarta 55161
E-mail: uadpress@uad.ac.id
HP/WA: 088239499820

ISBN 978-623-6071-43-4

Geometri Ruang

ISBN: 978-623-6071-43-4
e-ISBN: 978-623-6071-44-1
16 x 24 cm, viii + 82 hlm
Cetakan Pertama, April 2021

Penulis: Harina Fitriyani, Aan Hendroanto, Rostien, Puput Anggoro
Editor: Budi Asyhari
Layout: Azizah Ibtihaj
Desain Cover: Hafidz Irfana

Diterbitkan oleh:
UAD PRESS
(Anggota IKAPI dan APPTI)

Alamat Penerbit:
Kampus II Universitas Ahmad Dahlan
Jl. Pramuka No.42, Pandeyan, Kec. Umbulharjo,
Kota Yogyakarta, Daerah Istimewa Yogyakarta 55161
E-mail: uadpress@uad.ac.id
HP/WA: 088239499820

DAFTAR ISI

Prakata v
Daftar Isi vi

Bab 1 : Pendahuluan 1
A. Coplanar 3
B. Non-Planar 3
C. Benda Ruang 4

Bab 2 : Gambar Bangun Ruang 5
A. Cara Perspektif 5
B. Cara Stereometris 6

Bab 3 : Unsur-unsur Ruang dan Relasinya 9
A. Unsur-unsur Ruang 9

Bab 4 : Kesejajaran 13
A. Garis-garis Sejajar 13
B. Garais Sejajar Bidang 14
C. Bidang-bidang yang Sejajar 15

Bab 5 : Garis Tegak Lurus Bidang 17
A. Garis-garis Tegak Lurus 17
B. Proyeksi Titik dan Garis pada Bidang 22

Bab 6 : Jarak 25

Bab 7 : Sudut dalam Ruang 31

A. Sudut antara Dua Garis yang Bersilangan 31
B. Sudut antara Garis dan Bidang 31
C. Sudut antara Dua Bidang 32
D. Dua Bidang Tegak Lurus 33

Bab 8 : Bidang Banyak 39

Bab 9 : Prisma 43
A. Pengertian Prisma 43
B. Istilah-istilah pada Prisma 44
C. Macam-macam Prisma 44
D. Simetri pada Prisma 47
E. Luas Permukaan Prisma 49
F. Volume Prisma 49
G. Jaring-jaring Prisma 50

Bab 10 : Limas 51
A. Pengertian Limas 51
B. Istilah-istilah pada Limas 52
C. Pengkhususan Limas Segitiga 52
D. Limas Beraturan/Limas Teratur 52
E. Limas Terpotong 53
F. Limas Terpancung 53
G. Beberapa Istilah pada Bidang Empat 55
H. Sifat-sifat Bidang Empat 57
I. Simetri Pada Limas 57
J. Luas Permukaan Limas 58
K. Volume Limas 58

Bab 11 : Tabung 61
A. Pengertian Tabung 61
B. Volume Tabung 62

C. Luas Permukaan Tabung 63

Bab 12 : Kerucut 65
A. Pengertian Kerucut 65
B. Volume Kerucut 65
C. Luas Permukaan Kerucut 66
D. Kerucut Terpancung 67
E. Volume Kerucut terpancung 67

Bab 13 : Bola 69
A. Pengertian Bola 69
B. Kedudukan Titik, Garis, Bidang terhadap Bola 70
C. Kedudukan Dua Bola 71
D. Lingkaran Besar, Lingkaran Kecil, dan Kutub 72
E. Bagian-bagian dari Bola 73
F. Rumus-rumus yang Digunakan pada Bola 74

Daftar Pustaka 81

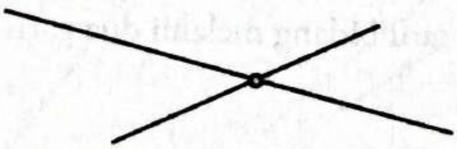
BAB I | PENDAHULUAN

Geometri ruang adalah cabang ilmu geometri yang mempelajari unsur-unsur geometri dalam ruang beserta sifat-sifatnya serta hubungan antar unsur geometri dalam ruang. Geometri sendiri merupakan ilmu yang telah ada sejak tahun 5000 sebelum masehi (SM) dan telah banyak berkembang pada era Babilonia kuno dan Mesir kuno. Tokoh-tokoh penting dalam perkembangan geometri yaitu Thales Miletus (624-547 SM), Pythagoras (569-475 SM), Euclid (325-265 SM) dan masih banyak lainnya. Untuk mempelajari geometri ruang, mahasiswa diharapkan telah mengikuti perkuliahan geometri bidang dan telah memahami konsep-konsep dasar yang berlaku pada geometri bidang. Berikut konsep-konsep geometri bidang yang juga berlaku pada geometri ruang:

1. Hanya terdapat satu garis lurus yang melewati dua titik berbeda.

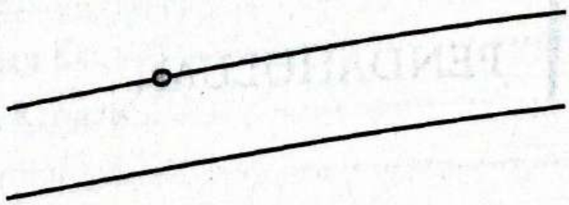
Gambar 1.1 garis melalui dua titik

2. Dua garis berpotongan menghasilkan satu titik



Gambar 1.2 dua garis berpotongan

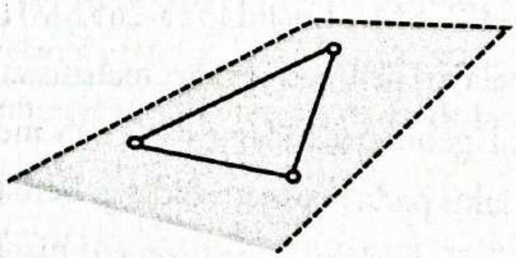
3. Hanya terdapat satu garis lurus yang melewati satu titik dan sejajar dengan garis lurus lain



Gambar 1.3 garis melalui satu titik di luar garis lain dan sejajar dengan garis itu

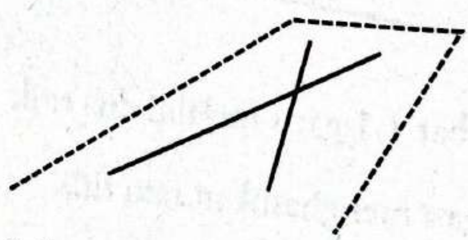
Konsep-konsep di atas merupakan bagian dari lima postulat Euclid pada era Yunani kuno. Berikut beberapa konsep dasar lain yang berlaku pada geometri ruang:

1. Terdapat satu bidang yang melalui tiga titik non kolinear



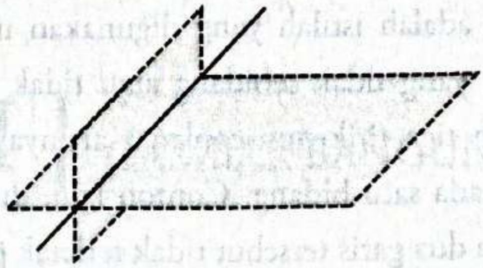
Gambar 1.4 bidang melalui tiga titik nonkolinear

2. Terdapat satu bidang yang melalui dua garis yang berpotongan



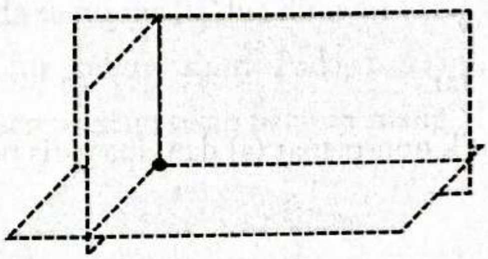
Gambar 1.5 satu bidang melalui dua garis berpotongan

3. Perpotongan dua bidang berupa suatu garis lurus



Gambar 1.6 dua bidang berpotongan pada satu garis

4. Perpotongan tiga bidang berupa suatu titik

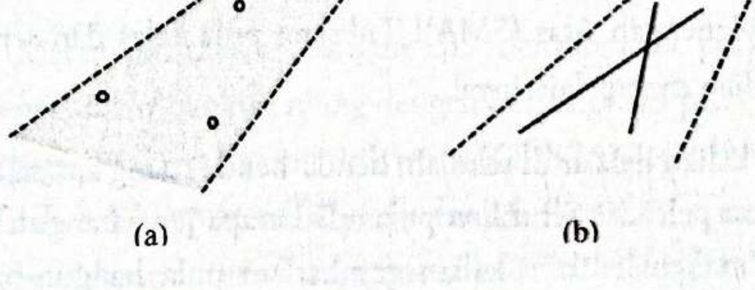


Gambar 1.7 Tiga bidang berpotongan pada satu titik

Berikut ini istilah-istilah baru pada geometri ruang:

A. Coplanar

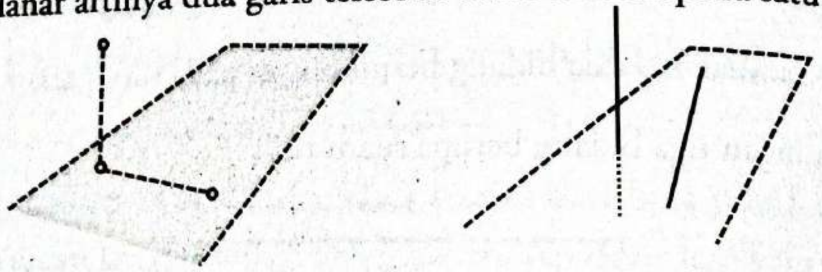
Coplanar adalah istilah yang digunakan untuk menjelaskan beberapa unsur yang sebidang atau terletak pada satu bidang. Contoh tiga titik coplanar artinya tiga titik tersebut terletak pada satu bidang. Contoh lain, dua garis yang coplanar artinya dua garis tersebut terletak pada satu bidang.



Gambar 1. 8 Dua titik coplanar (a) dan dua garis coplanar (b)

B. Non-planar

Non-planar adalah istilah yang digunakan untuk menjelaskan beberapa unsur yang tidak sebidang atau tidak terletak pada satu bidang. Contoh tiga titik non-coplanar artinya tiga titik tersebut tidak terletak pada satu bidang. Contoh lain, dua garis yang non-coplanar artinya dua garis tersebut tidak terletak pada satu bidang.



(a) (b

Gambar 1.9 Titik non-planar (a) dan dua garis non-planar (b)

C. Benda Ruang

Ruang adalah dimensi yang memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi. Benda-benda ruang memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi. Kecuali unsur-unsur dasar sepeti titik, garis, dan bidang.

EKSPLORASI GEOMETRI RUANG

1. Diskusikan dengan teman sebelahmu, materi geometri ruang apa saja yang pernah kalian pelajari ketika kalian masih belajar di Sekolah Dasar (SD), Sekolah Menengah Pertama (SMP), dan Sekolah Menengah Atas (SMA)! Tuliskan pula kelas dan semester berapa kalian mempelajarinya!
2. Pada saat kalian belajar di sekolah, benda-benda ruang apa saja yang telah kalian pelajari? Sebutkan pula ada berapa jenis bangun ruang yang kalian kenal! Coba kalian gambarkan pula bangun-bangun yang kalian sebutkan!

BAB II | GAMBAR BANGUN RUANG

Bangun ruang merupakan bangun tiga dimensi (3D) dan memiliki ukuran panjang, lebar, serta tinggi. Oleh karena itu, merepresentasikan bangun ruang pada suatu media dua dimensi (2D) seperti kertas, papan, atau sejenisnya, itu cukup sulit. Pada bab ini, akan kita pelajari bagaimana cara merepresentasikan bangun ruang 3D pada media 2D.

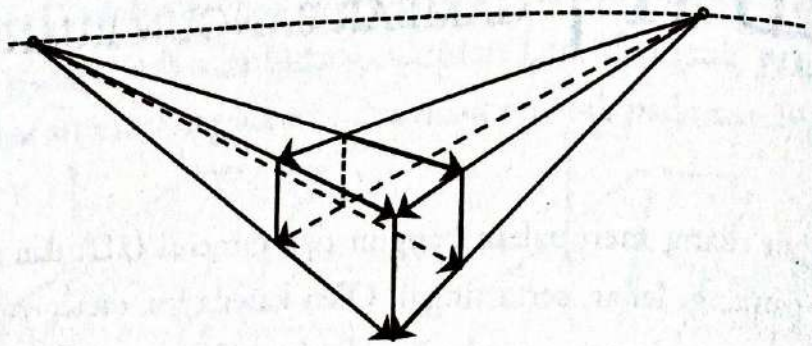
Gambar 2.1 Benda di sekitar

Cara merepresentasikan suatu bangun 3D pada media 2D ada beberapa cara atau metode. Berikut beberapa jenis metode yang dapat digunakan.

A. Cara Perspektif (Proyeksi Perspektif)

Merepresentasikan bangun 3D dengan cara perspektif, yaitu menggambar bangun ruang dengan berpedoman pada garis horizon atau garis cakrawala atau titik mata. Kelebihan jenis menggambar ini adalah hasil representasi yang mudah dipahami dan bernilai seni tinggi. Namun, cara menggambar jenis ini menggunakan sifat-sifat sinar garis yang tidak sejajar (membentuk sudut tertentu/prespektif).

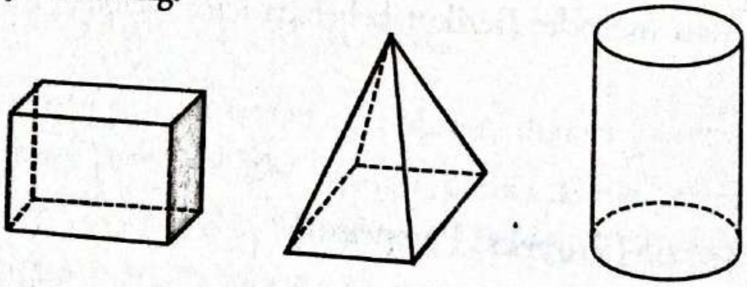
Oleh karena itu, hasil gambar tidak memiliki ukuran yang sebenarnya. Jika ada garis sejajar pada benda, maka pada gambar garis tersebut tidak lagi sejajar. Berikut contoh gambar perspektif.



Gambar 2.2 Gambar perspektif kubus

B. Cara Stereometris (Proyeksi Miring)

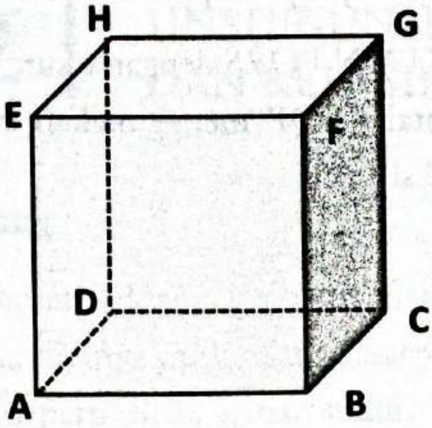
Menggambar dengan metode stereometri atau proyeksi miring lebih mudah jika dibanding dengan proyeksi perspektif. Gambar jenis ini merupakan gambar perspektif dengan garis horizon yang terletak pada jauh tak terhingga. Gambar ini memiliki kelebihan, yaitu mudah digambar dan mudah dipahami dengan beberapa bagian memiliki ukuran yang sebenarnya. Berikut contoh gambar proyeksi miring.



Gambar 2.3 Gambar proyeksi miring

Pada mata kuliah geometri ruang ini, proyeksi miring akan digunakan sebagai teknik menggambar untuk merepresentasikan setiap bangun atau unsur-unsur dalam geometri ruang. Oleh karena itu perlu dipahami lebih jauh mengenai gambar proyeksi miring ini.

Contoh perhatikan kubus berikut!



Gambar 2.4 kubus ABCD EFGH

Berikut istilah-istilah yang digunakan pada gambar proyeksi miring:

1. **Bidang Gambar.** Yang dimaksud bidang gambar yaitu bidang tempat menggambar seperti kertas atau permukaan papan tulis.
2. **Bidang Frontal.** Bidang frontal merupakan bidang yang sejajar dengan bidang gambar.
3. **Garis Frontal.** Garis frontal adalah garis atau ruas garis yang terletak pada bidang frontal.
4. **Garis Orthogonal.** Garis orthogonal adalah garis yang tegak lurus terhadap bidang frontal.
5. **Sudut Surut.** Sudut surut merupakan sudut antara sinar garis frontal ke arah kanan dengan sinar garis orthogonal ke arah belakang.
6. **Perbandingan Proyeksi.** Perbandingan proyeksi merupakan perbandingan antara panjang ruas garis orthogonal pada gambar dengan panjang sebenarnya ruas garis tersebut.

Latihan Soal

1. Sebutkan semua bidang frontal, garis frontal, garis orthogonal, sudut surut, dan perbandingan proyeksi pada kubus ABCD.EFGH di atas!
2. Gambarkan kubus KLMN.PQRS dengan ukuran panjang rusuk 6 cm dengan bidang frontal KLQP menggunakan sudut surut 60° serta perbandingan proyeksi 1:2!

BAB III | UNSUR-UNSUR RUANG DAN RELASINYA

A. Unsur-Unsur Ruang

Seperti pada geometri bidang, geometri ruang juga memiliki unsur dasar, beberapa di antaranya yaitu unsur dasar yang telah dikenal pada geometri bidang, seperti titik, garis, sudut, dan bidang. Namun, kedudukan dan hubungan antar unsur ini sedikit berbeda pada geometri ruang karena dimensinya lebih kompleks. Berikut enam hubungan dan kedudukan antar unsur ruang:

1. Kedudukan antara dua titik atau lebih
2. Kedudukan antara titik dan garis
3. Kedudukan antara titik dan bidang
4. Kedudukan antara dua garis atau lebih
5. Kedudukan antara garis dan bidang
6. Kedudukan antara dua bidang atau lebih

Kedudukan antar unsur ruang dijabarkan sebagai berikut:

1. Kedudukan antara dua titik atau lebih

Apabila ada tiga titik atau lebih pada ruang maka ada beberapa hubungan yaitu

a. Tiga titik kolinear, yaitu tiga titik yang letaknya segaris.
b. Tiga titik non kolinear, yaitu tiga titik yang letaknya tidak segaris.
c. Tiga titik koplanar, yaitu tiga titik yang letaknya sebidang.
d. Tiga titik non koplanar, yaitu tiga titik yang letaknya tidak sebidang.

2. Kedudukan antara titik dan garis

Kedudukan antara titik dan garis yaitu

a. Titik terletak pada garis
b. Titik tidak terletak pada garis

3. Kedudukan antara titik dan bidang

Kedudukan antara titik dan bidang yaitu

a. Titik terletak pada bidang
b. Titik tidak terletak pada bidang

4. Kedudukan antara dua garis atau lebih

Kedudukan antara dua garis yaitu

a. Dua garis saling berpotongan, yaitu dua garis yang letaknya sebidang dan memiliki satu titik persekutuan.
b. Dua garis saling sejajar, yaitu dua garis yang letaknya sebidang dan tidak memiliki titik perpotongan.
c. Dua garis saling bersilangan, yaitu dua garis yang tidak sebidang.
d. Tiga atau lebih garis konkuren, yaitu tiga garis atau lebih yang melalui satu titik.

5. Kedudukan antara garis dan bidang

Kedudukan antara garis dan bidang yaitu

a. Garis sejajar bidang. Garis g dan bidang α dikatakan sejajar jika keduanya tidak bersekutu pada satu titik pun.
b. Garis terletak pada bidang. Garis g dikatakan terletak pada bidang α jika setiap titik dari garis g terletak pada bidang α.
c. Garis menembus/memotong bidang. Garis g dan bidang α dikatakan berpotongan jika keduanya memiliki tepat satu titik persekutuan

6. Kedudukan antara dua bidang atau lebih

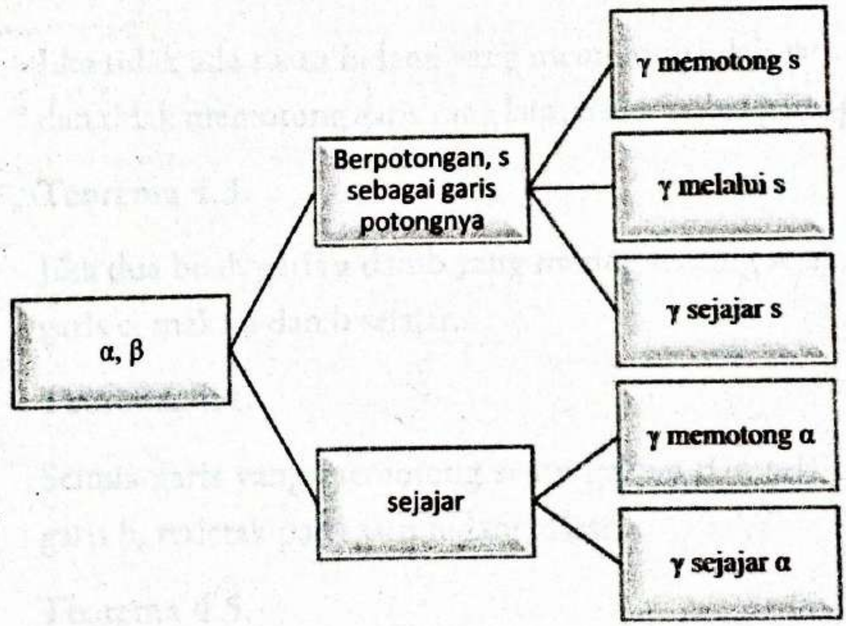
Kedudukan antara dua bidang, yaitu:

a. Dua bidang sejajar. Dua buah bidang α dan β dikatakan sejajar jika keduanya tidak bersekutu pada satu titik pun.

b. Dua bidang saling berpotongan. Dua bidang α dan β dikatakan berpotongan jika keduanya bersekutu tepat pada sebuah garis. Garis persekutuanya ditulis dengan (α, β).

c. Dua bidang berhimpit. Dua bidang α dan β dikatakan berhimpit bila semua titik dari bidang α terletak pada bidang β.

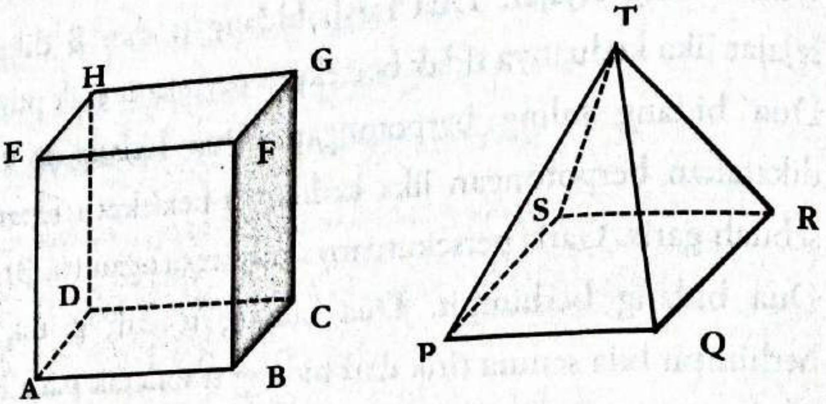
Kedudukan antara tiga bidang α, β, dan γ disajikan pada gambar berikut.



Gambar 3.1 Diagram kedudukan tiga bidang

Latihan Soal

1. Perhatikan gambar bangun balok dan piramida berikut ini!



Sebutkan contoh-contoh unsur-unsur ruang yang memiliki relasi seperti yang tertulis di atas!

2. Jelaskan persamaan dan perbedaan dua garis sejajar dan dua garis bersilangan.

BAB IV | KESEJAJARAN

A. Garis-Garis Sejajar

Teorema 4.1.

Tiap-tiap bidang yang memotong salah satu dari dua buah garis yang sejajar, akan memotong pula garis yang lain. Jika dua garis tidak sejajar, maka selalu terdapat bidang-bidang yang akan memotong salah satu garis dan tidak memotong garis yang lain.

Teorema 4.2.

Jika tidak ada suatu bidang yang memotong salah satu dari dua garis, dan tidak memotong garis yang lain, maka kedua garis-garis itu sejajar.

Teorema 4.3.

Jika dua buah garis a dan b yang masing-masing sejajar dengan suatu garis c, maka a dan b sejajar.

Teorema 4.4.

Semua garis yang memotong suatu garis a dan sejajar dengan suatu garis b, terletak pada satu bidang datar.

Teorema 4.5.

Jika dari dua buah sudut, kaki-kakinya sepasang-sepasang sejajar, maka dua sudut itu sama besarnya, atau merupakan pelurus satu sama lainya.

B. Garis Sejajar Bidang

Teorema 4.6.

Suatu garis g, yang ditarik melalui suatu titik P di luar bidang V akan sejajar dengan bidang V, jika garis g sejajar dengan suatu garis g' yang terletak pada bidang V.

Teorema 4.7.

Jika melalui suatu garis g, yang sejajar dengan bidang V, dibuat suatu bidang datar yang memotong V menurut garis g', maka garis g dan g' adalah dua garis yang sejajar.

Selain teorema di atas, ketentuan berikut juga harus diperhatikan dalam konsep garis sejajar bidang.

1. Melalui suatu titik P di luar sebuah bidang V, dapat dibuat garis-garis yang sejajar dengan bidang V dan tak terhingga banyaknya.
2. Melalui suatu titik P di luar garis g, dapat dibuat bidang-bidang yang sejajar dengan garis g, dan tak terhingga banyaknya.
3. Setiap bidang yang melalui titik P dan sejajar dengan garis a, akan melalui garis a' (garis yang melalui titik P sejajar dengan garis a).

Teorema 4.8.

Jika suatu garis a sejajar dengan dua buah bidang yang berpotongan, maka garis itu akan sejajar pula dengan garis potong dua bidang tersebut.

C. Bidang-Bidang yang Sejajar

Teorema 4.9.

Dua buah bidang datar adalah sejajar, jika dua buah garis yang berpotongan dari salah satu bidang, sejajar dengan dua buah garis yang berpotongan dari bidang yang lain.

Teorema 4.10.

Jika dua buah bidang sejajar, maka setiap garis dari salah satu bidang akan sejajar dengan bidang yang lain.

Teorema 4.11.

Melalui suatu titik P di luar bidang V, tak dapat dibuat dua buah bidang yang sejajar dengan bidang V.

Teorema 4.12.

Dua buah bidang yang masing-masing sejajar dengan bidang lain adalah sejajar sesamanya.

Teorema 4.13.

Jika suatu bidang memotong salah satu dari dua buah bidang yang sejajar, maka bidang tersebut akan memotong bidang yang lain.

Teorema 4.14.

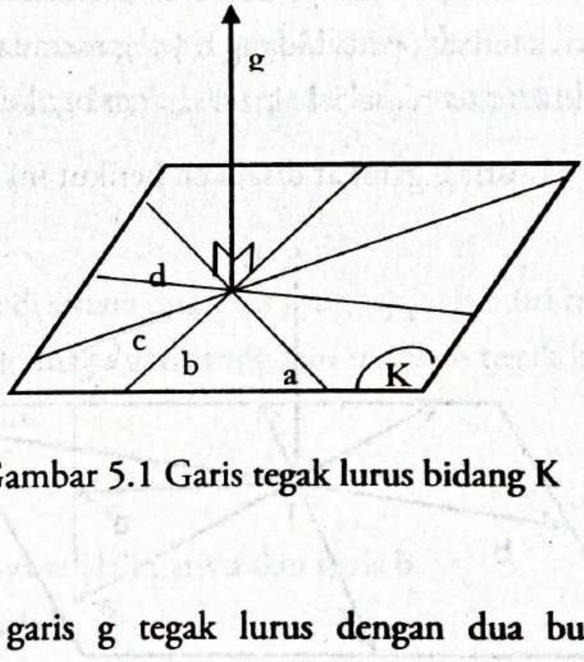
Semua garis yang melalui titik P (di luar bidang V), dan yang sejajar dengan bidang V, terletak dalam satu bidang V' (bidang yang melalui titik P dan sejajar dengan bidang V).

BAB V | GARIS TEGAK LURUS BIDANG

A. Garis Tegak Lurus

Definisi 5.1.

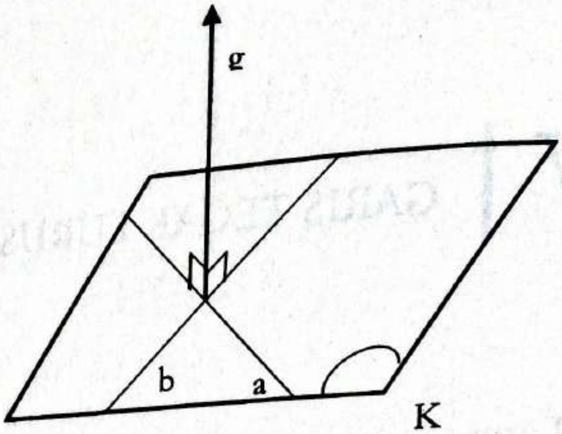
Sebuah garis dikatakan tegak lurus pada suatu bidang jika dan hanya jika garis memotong bidang dan tegak lurus pada semua garis yang terdapat pada bidang yang melalui titik potong tersebut.



Gambar 5.1 Garis tegak lurus bidang K

Sifat 5.1.

Jika sebuah garis g tegak lurus dengan dua buah garis yang berpotongan yang terletak pada sebuah bidang K, maka garis g akan tegak lurus dengan setiap garis yang terletak pada bidang tersebut.

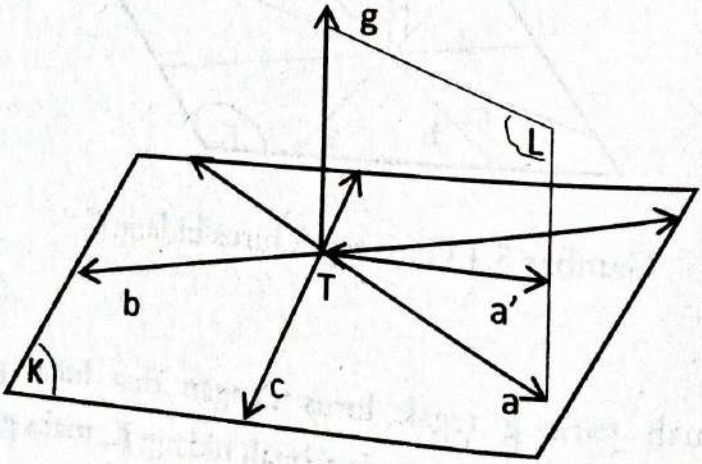


Gambar 5.2 Garis tegak lurus dengan dua garis pada bidang K

Teorema 5.1.

Jika melalui sebuah titik T pada suatu garis g ditarik garis-garis yang tegak lurus pada garis g, maka garis-garis tegak lurus itu terletak pada sebuah bidang. Teorema 5.1. ini cukup dibuktikan bahwa garis a terletak pada bidang K yang memuat garis b dan garis c. Pembuktikan teorema 5.1. ini disajikan berikut.

Ilustrasi gambar disajikan berikut ini



Gambar 5.3. Ilustrasi teorema 5.1.

Diketahui:

Titik T terletak pada garis g

Garis a,b, c tegak lurus pada garis g di titik T

Akan dibuktikan:

Garis a terletak pada bidang K yang melalui garis b dan c

Bukti:

Misalkan garis a tidak terletak pada bidang K. melalui g dan a dapat dibuat bidang L. Bidang L dan K berpotongan pada garis a'. Dengan menggunakan sifat garis tegak lurus bidang, maka garis g tegak lurus garis a'. Padahal ditentukan g tegak lurus garis a. Dari sebuah titik T pada bidang L dapat dibuat dua buah garis yang keduanya tegak lurus pada garis g (hal ini tidak mungkin). Dengan demikian, garis a terletak pada bidang K.

Akibat 5.2.

Jika sebuah sudut siku-siku berputar dengan salah satu kakinya sebagai sumbu, maka kaki yang lainnya akan melukiskan sebuah bidang datar yang tegak lurus pada kaki yang menjadi sumbunya tadi.

Teorema 5.3.

Jika salah satu di antara dua garis yang sejajar berdiri tegak lurus pada sebuah bidang, maka garis yang lain itu akan tegak lurus pula pada bidang tersebut.

Diketahui:

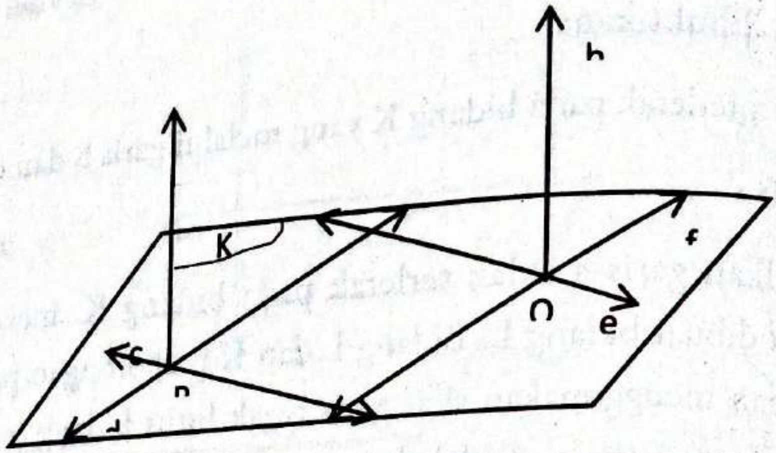
Misal garisnya adalah garis a dan garis b.

Garis a // garis b

Garis a tegak lurus pada bidang K

Akan dibuktikan:

Garis b tegak lurus pada bidang K



Gambar 5.4 Ilustrasi teorema 5.3

Bukti:

$\left.\begin{array}{l} a \parallel b \\ a \perp K \end{array}\right\} b$ memotong K di titik Q

Melalui titik P ditarik dua garis sembarang pada bidang K, misalnya garis c dan d.

$\left.\begin{array}{r} a \perp K \\ c, d \text{ pada bidang } K \end{array}\right\} \rightarrow a \perp c \text{ dan } a \perp d$

Melalui titik Q ditarik garis $e \parallel c$ dan $f \parallel d$, sehingga garis e dan f juga terletak pada bidang K.

$\left.\begin{array}{l} b \parallel a \\ e \parallel c \end{array}\right\} \rightarrow \measuredangle(b,e) = \measuredangle(a,c) \rightarrow b \perp e$

Demikian juga untuk garis b tegak lurus garis f.

Teorema 5.4.

Jika dua garis keduanya tegak lurus pada sebuah bidang, maka dua garis itu sejajar.

Diketahui:

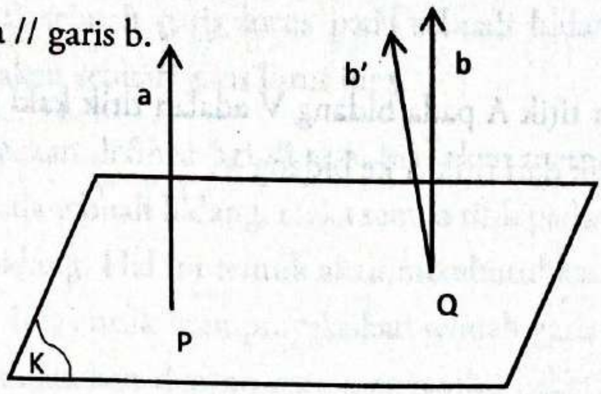
Misal kedua garisnya adalah garis a dan b serta bidang K.

Garis a tegak lurus bidang K.

Garis b tegak lurus bidang K.

Akan dibuktikan:

Garis a // garis b.



Gambar 5.5 Ilustrasi teorema 5.4

Bukti:

Andaikan garis b tidak sejajar dengan garis a maka melalui titik Q dapat ditarik garis b' // a.

$$\left.\begin{matrix} b' \parallel a \\ a \perp K \end{matrix}\right\} \rightarrow b' \perp K$$

Artinya:

Melalui titik Q dapat dibuat 2 buah garis yang keduanya tegak lurus pada bidang K. Hal ini jelas tidak mungkin, sehingga haruslah garis b // a.■

Teorema 5.5.

Melalui sebuah titik pada sebuah garis dapat dibuat sebuah bidang saja yang tegak lurus pada garis itu.

Teorema 5.6

Melalui sebuah titik di luar sebuah garis dapat dibuat sebuah bidang saja yang tegak lurus pada garis itu.

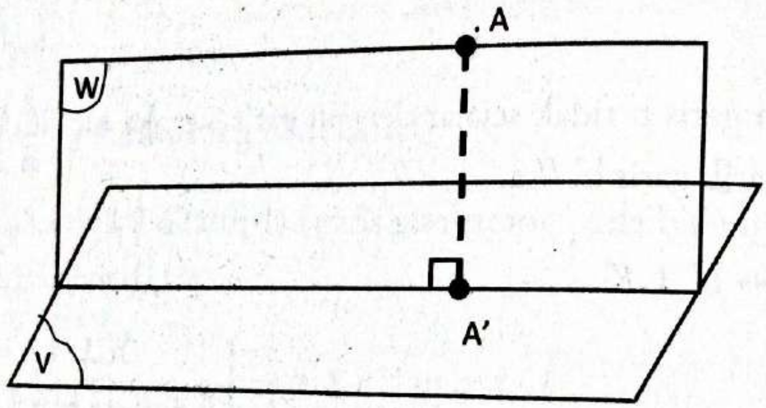
Teorema 5.7.

Melalui sebuah titik pada bidang K dapat ditarik sebuah garis saja yang tegak lurus pada bidang K.

B. Proyeksi Titik dan Garis pada Bidang

Definisi 5.2.

Proyeksi sebuah titik A pada bidang V adalah titik kaki garis tegak lurus yang ditarik dari titik A ke bidang V.



Gambar 5.6 Proyeksi titik pada bidang

Keterangan:

V : bidang proyeksi

A : titik yang diproyeksikan

A' : proyeksi titik A pada bidang V

$\overline{AA'}$: garis pemroyeksi, proyektor, garis pembuat proyeksi

W (bidang yang memuat $\overline{AA'}$): bidang pembuat proyeksi

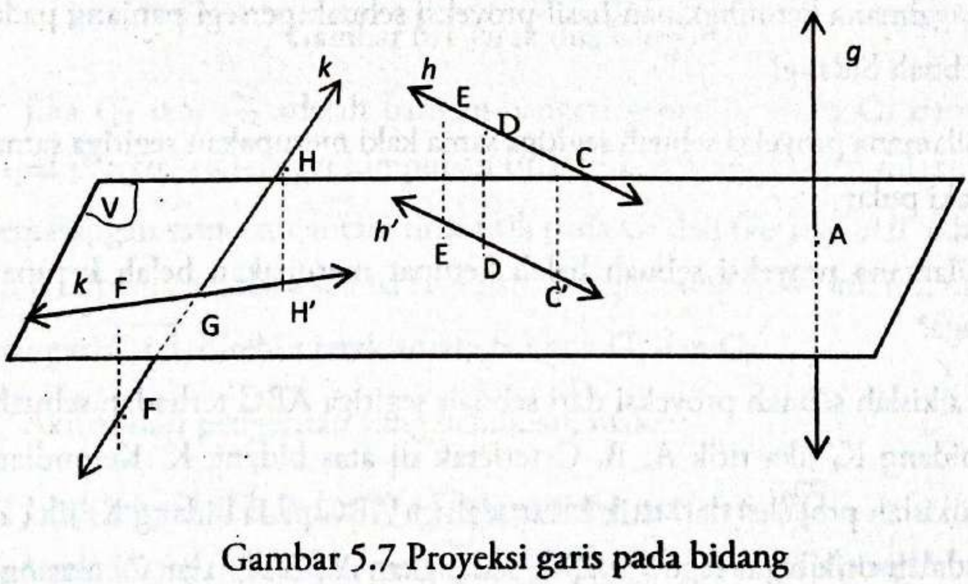
Definisi 5.3.

Proyeksi sebuah garis g pada bidang V adalah tempat kedudukan titik-titik kaki garis-garis tegak lurus yang ditarik dari titik-titik pada garis g ke bidang V.

Sifat 5.2

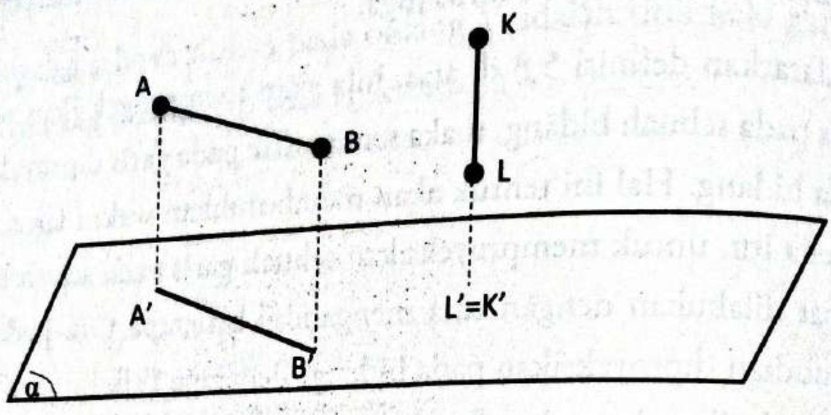
Proyeksi sebuah garis lurus pada sebuah bidang pada umumnya merupakan sebuah garis lurus juga.

Berdasarkan definisi 5.3 di atas, bila akan memproyeksikan sebuah garis pada sebuah bidang, maka semua titik pada garis diproyeksikan pada bidang. Hal ini tentuk akan membutuhkan waktu lama. Oleh karena itu, untuk memproyeksikan sebuah garis pada sebuh bidang dapat dilakukan dengan cara mengambil beberapa titik pada garis kemudian diproyeksikan pada bidang. Beberapa titik ini pun masih menimbulkan banyak penafsiran terkait berapa banyak titik yang diambil. Sehingga dengan menggunakan aksioma bahwa melalui dua titik berbeda tepat menentukan sebuah garis, maka untuk memperoyeksikan sebuah garis pada bidang cukup diambil dua titik berbeda pada garis kemudian diproyeksikan pada bidang. Berikut ini disajikan gambar proyeksi suatu garis pada bidang dengan berbagai posisi garis terhadap bidang.



Gambar 5.7 Proyeksi garis pada bidang

Sedangkan proyeksi ruas garis pada suatu bidang disajikan pada gambar berikut.



Gamabr 5.8 Proyeksi ruas garis pada bidang

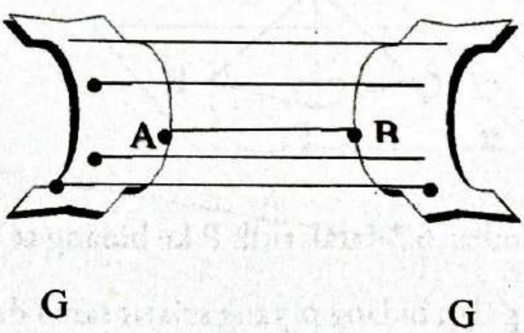
Latihan Soal

1. Bagaimana proyeksi sebuah segitiga pada sebuah bidang? Jelaskan posisi segitiga terhadap bidang dari masing-masing keadaan.
2. Bilamana proyeksi sebuah lingkaran pada sebuah bidang berupa ruas garis?
3. Bagaimana kemungkinan hasil proyeksi sebuah persegi panjang pada sebuah bidang?
4. Bilamana proyeksi sebuah segitiga sama kaki merupakan segitiga sama kaki pula?
5. Bilamana proyeksi sebuah belah ketupat merupakan belah ketupat juga?
6. Lukislah sebuah proyeksi dari sebuah segitiga ABC terhadap sebuah bidang K, jika titik A, B, C terletak di atas bidang K. Kemudian lukislah proyeksi dari titik berat segitiga ABC pada bidang K. Jika Z adalah titik berat segitiga ABC, sedangkan A', B', C' dan Z' masing-masing adalah proyeksi A, B, C dan Z pada bidang K. Tunjukkan bahwa $ZZ' = \frac{1}{3}(AA' + BB' + CC')$.

BAB VI | JARAK

Definisi 6.1.

Jarak antara dua bangun adalah panjang ruas garis penghubung terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut.

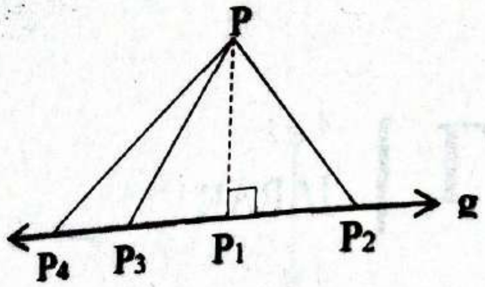


Gambar 6.1 Jarak dua bangun

Jika G_1 dan G_2 adalah bangun-bangun geomeri, maka G_1 dan G_2 dapat dipikirkan sebagai himpunan titik-titik, sehingga dapat dilakukan pemasangan satu-satu antara titik-titik pada G_1 dan G_2. Jika $\overline{AB}$ adalah yang terpendek antara semua ruas garis penghubung titik-titik itu, maka ruas garis $\overline{AB}$ disebut jarak antara bangun G_1 dan G_2.

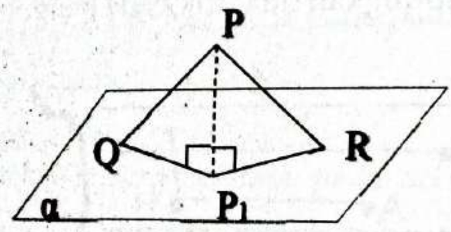
Akibat dari pengertian yang demikian, maka:

1. Jarak antara titik P dan Q adalah panjang ruas garis $\overline{PQ}$.
2. Jarak antara titik P dan garis g adalah panjang ruas garis penghubung P dengan proyeksi P pada garis g.



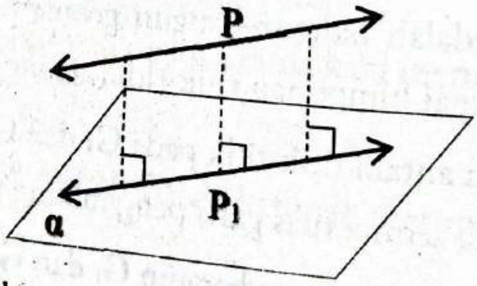
Gambar 6.2 Jarak P ke garis g

3. Jarak antara titik P dan bidang α adalah panjang ruas garis penghubung P dengan proyeksi P pada bidang α.



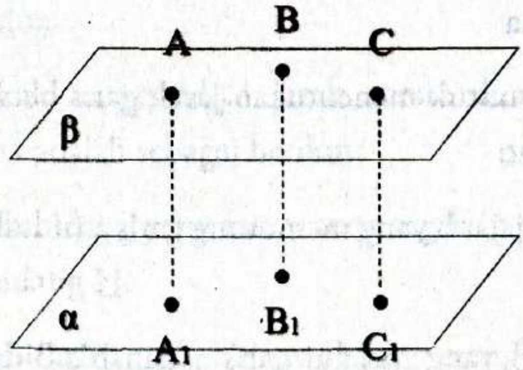
Gambar 6.3 Jarak titik P ke bidang α

4. Jarak antara garis g dan bidang α yang sejajar sama dengan jarak salah satu titik pada garis g terhadap bidang α.



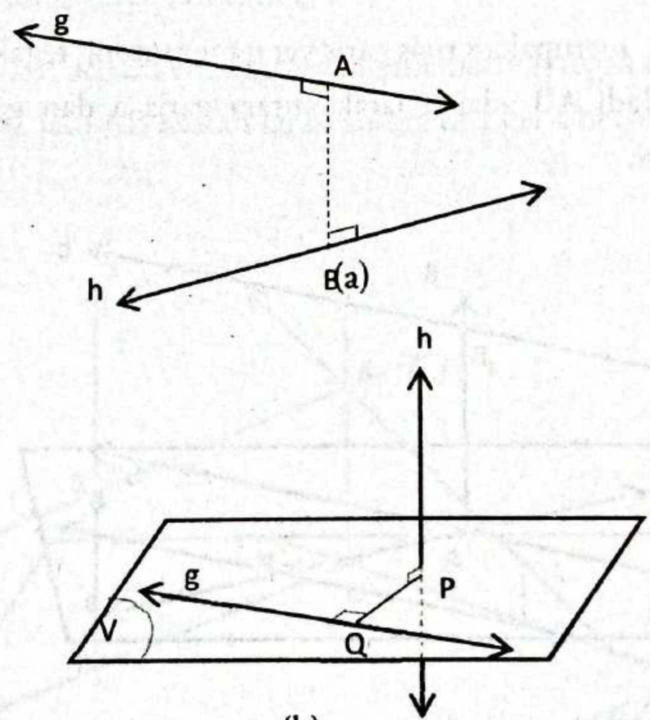
Gambar 6.4 Jarak antara garis dan bidang

5. Jarak antara bidang α dan bidang β yang sejajar sama dengan jarak salah satu titik pada bidang α terhadap bidang β, atau sebaliknya.



Gambar 6.5 Jarak dua bidang sejajar

6. Jarak antara garis g dan garis h yang bersilangan adalah panjang ruas garis hubung yang memotong tegak lurus garis-garis g dan h.



(b)

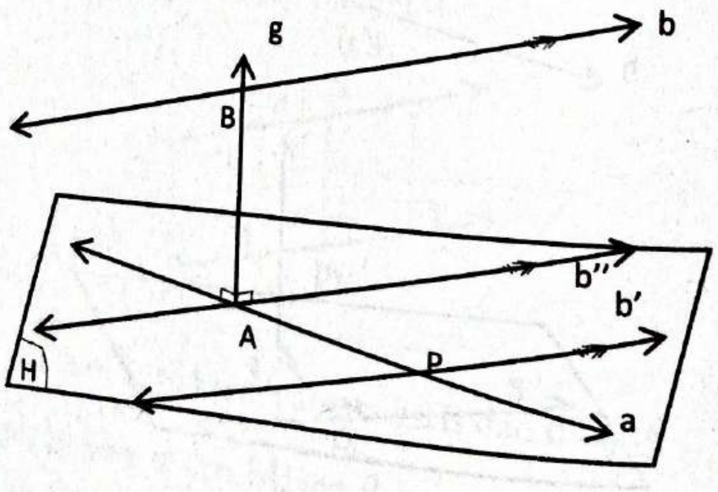
Gambar 6.6 Jarak dua garis bersilangan

Ada dua cara menentukan jarak antara dua garis bersilangan

a. Cara pertama

Langkah-langkah untuk menentukan jarak garis bersilangan a dan b adalah sebagai berikut:

1) Buat garis b' sejajar b yang memotong garis a (misal perpotonganya adalah titik P)
2) Buat bidang H yang melalui garis a dan b'. Bidang H letaknya sejajar dengan garis b.
3) Proyeksikan garis b pada bidang H, misal proyeksi b pada bidang H adalah garis b" yang letaknya sejajar dengan b' dan memotong garis a di titik A.
4) Buatlah garis g melalui titik A dan tegak lurus pada bidang H, garis g ini akan memotong garis b di titik B.
5) Ruas garis merupakan ruas garis yang memotong tegak lurus garis a dan b. Jadi AB adalah jarak antara garis a dan garis b yang bersilangan.

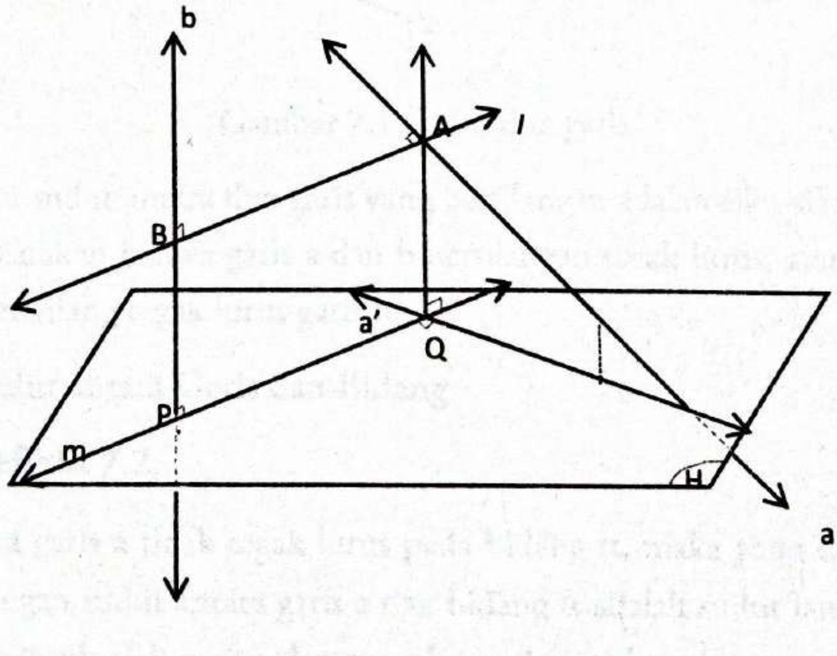


Gambar 6.7 Jarak dua garis bersilangan

b. Cara kedua

Langkah-langkah menentukan jarak antara dua garis bersilang-an dengan cara kedua adalah sebagai berikut:

1) Buat sebuah bidang yang memotong tegak lurus garis b di titik P, misalkan bidang H.
2) Proyeksikan garis a pada bidang H yang menghasilkan garis a'.
3) Melalui titik P pada bidang H, buatlah garis m yang memotong tegak lurus garis a' di titik Q.
4) Melalui titik Q, buatlah garis k tegak lurus bidang H, yang memotong garis a di titik A.
5) Melalui titik A, buatlah garis l yang sejajar garis PQ, yang akan memotong garis b di titik B
6) Ruas garis adalah ruas garis yang memotong tegak lurus garis-garis a dan b. jadi AB adalah jarak antara dua garis bersilangan a dan b.



Gambar 6.8 Jarak dua garis bersilangan

Latihan Soal

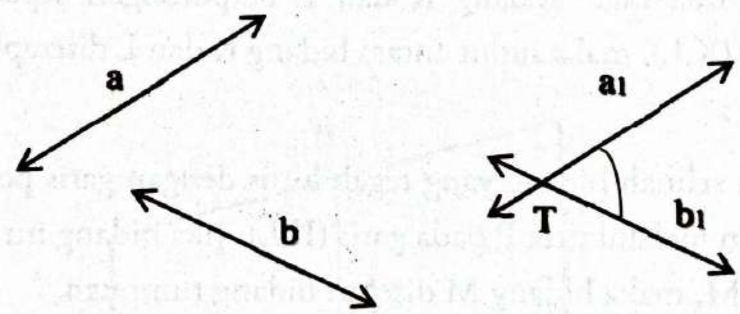
1. Dua garis l dan m bersilangan tegak lurus. Jarak antara kedua garis itu adalah AB. Titik A terletak pada garis l dan titik B terletak pada garis m. Pada garis l dan m berturut-turut terletak titik C dan D, sehingga AC = 6 cm dan BD = 8 cm. Jika AB = 10 cm. Hitunglah panjang CD!
2. Ditentukan segitiga ABC sama kaki. AB = 4 cm, BC = AC = 6 cm. Sisi AB terletak pada bidang K sedangkan sisi BC dan AC membuat sudut-sudut 60^0 dengan bidang K. Hitunglah jarak C ke bidang K!

BAB VII | SUDUT DALAM RUANG

A. Sudut antara Dua Garis yang Bersilangan

Definisi 7.1.

Sudut antara dua garis a dan b yang bersilangan adalah sudut yang diperoleh jika melalui sebarang titik T ditarik garis a_1 sejajar a dan garis b_1 sejajar b.



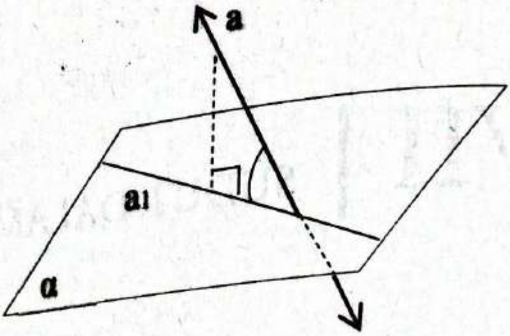
Gambar 7.1 Sudut dua garis

Jika sudut antara dua garis yang bersilangan adalah siku-siku, maka dikatakan bahwa garis a dan b bersilangan tegak lurus, atau garis a menyilang tegak lurus garis b.

B. Sudut antara Garis dan Bidang

Definisi 7.2.

Jika garis a tidak tegak lurus pada bidang α, maka yang dimaksud dengan sudut antara garis a dan bidang α adalah sudut lancip yang dibentuk oleh garis a dan proyeksi garis a pada bidang α.



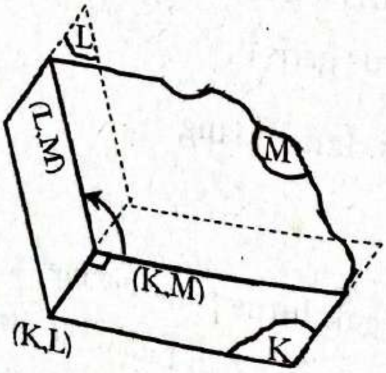
Gambar 7.2 Sudut antara garis dan bidang

Pada gambar di atas, a_1 adalah proyeksi a pada bidang α, maka sudut antara garis a dan bidang α ditunjukkan oleh sudut lancip yang terbentuk oleh a dan a_1, sehingga dapat dituliskan $\angle(a, \alpha)$ atau $\angle(a, a_1)$.

C. Sudut antara Dua Bidang

Jika dua buah bidang K dan L berpotongan sepanjang garis potong (K,L), maka sudut antara bidang K dan L ditetapkan sebagai berikut :

1. Buatlah sebuah bidang yang tegak lurus dengan garis potong (K,L) misalkan melalui titik P pada garis (K,L). Jika bidang itu dimisalkan bidang M, maka bidang M disebut bidang tumpuan.
2. Bidang M memotong tegak lurus bidang K dan L sehingga diperoleh garis (K,M) dan (L,M)
3. $\angle((K,M),(L,M))$ disebut sudut antara bidang K dan L.



Gambar 7.3 Sudut antara dua bidang

Sudut antara dua bidang biasa disebut sudut tumpuan.

D. Dua Bidang Tegak Lurus

Dua bidang dikatakan tegak lurus satu sama lain jika sudut tumpuannya siku-siku.

Teorema 7.1

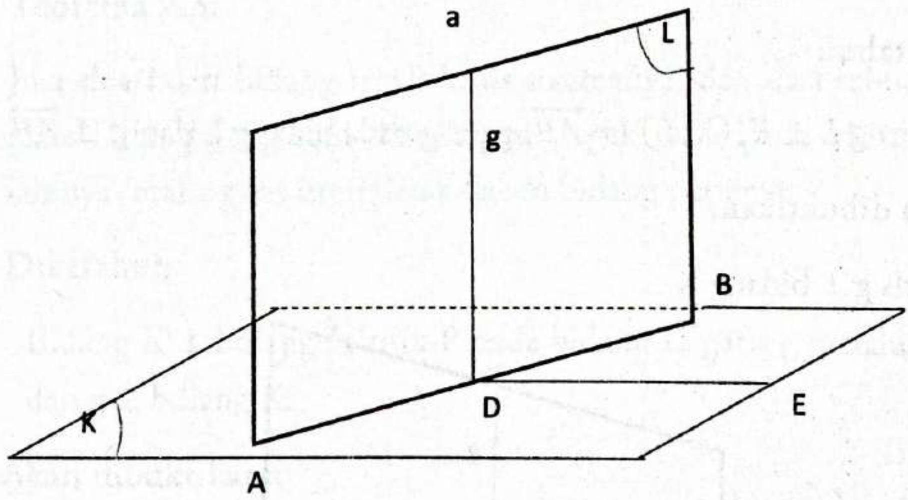
Jika sebuah garis g tegak lurus pada bidang K, maka tiap-tiap bidang yang melalui garis g tegak lurus pada bidang K.

Diketahui:

$g \perp$ bidang K, bidang L melalui garis g.

Akan dibuktikan:

Bidang L $\perp$ bidang K



Gambar 7.4 Ilustrasi teorema 7.1

Bukti:

$$\left.\begin{array}{r} g \perp \text{bidang } K \\ \overleftrightarrow{AB} \text{ pada bidang } K \end{array}\right\} g \perp \overleftrightarrow{AB}$$

Garis g memotong $\overleftrightarrow{AB}$ di titik D.

Jika pada bidang K dibuat garis $\overleftrightarrow{DE} \perp \overleftrightarrow{AB}$ maka $g \perp \overleftrightarrow{DE}$.

Hal ini berarti bahwa $\measuredangle CDE = 90^0$

Oleh karena $\angle CDE$ adalah sudut tumpuan antara bidang K dan maka bidang L tegak lurus dengan bidang K.

Dengan kata lain, teorema 7.1. dapat dinyatakan: dua b bidang tegak lurus sesamanya jika salah satu di antara dua bidang mempunyai sebuah garis yang tegak lurus pada bidang lainnya.

Teorema 7.2.

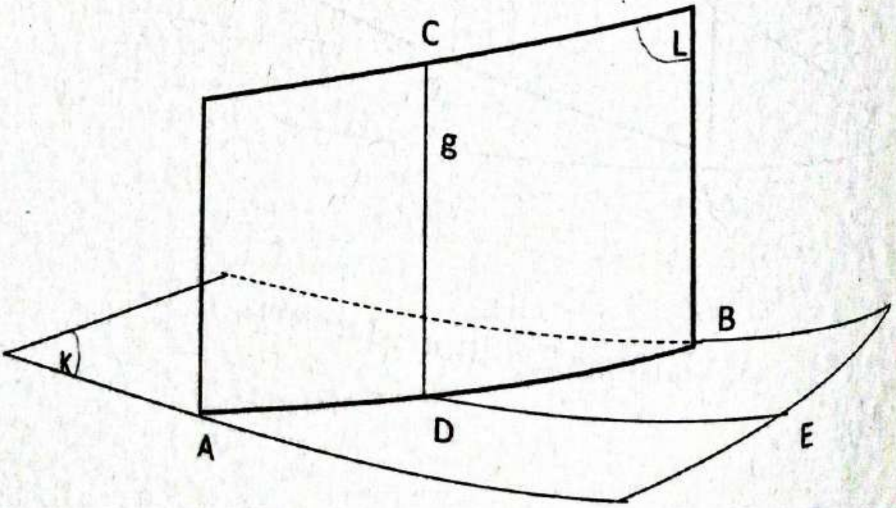
Jika dua buah bidang tegak lurus sesamanya dan dalam bidang y satunya ditarik garis tegak lurus pada garis potong dua bidang, m garis itu tegak lurus pada bidang yang lainnya.

Diketahui:

bidang $L \perp K, (K, L) = \overleftrightarrow{AB}$, garis g pada bidang L dan $g \perp \overleftrightarrow{AB}$

Akan dibuktikan:

Garis g ⊥ bidang K



Gambar 7.5 Ilustrasi teorema 7.2

Bukti:

Garis g terletak pada bidang L dan $g \perp \overleftrightarrow{AB}$.

Pada bidang K dibuat garis $\overleftrightarrow{DE} \perp \overleftrightarrow{AB}$.

$$\left.\begin{array}{r} g \text{ atau } \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB} \\ \overleftrightarrow{ED} \perp \overleftrightarrow{AB} \end{array}\right\} \angle CDE \text{ adalah sudut tumpuan}$$

Oleh karena diketahui bahwa bidang L ⊥ K, maka sudut tumpuannya 90^0.

Jadi $\measuredangle CDE = 90^0$

$$\text{Atau} \left.\begin{array}{r} \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{DE} \\ \overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB} \end{array}\right\} \overleftrightarrow{CD} \perp \text{bidang } K.$$

Teorema 7.3.

Jika dua buah bidang tegak lurus sesamanya, dan dari sebuah titik pada bidang yang satu ditarik garis tegak lurus pada bidang yang lainnya, maka garis itu terletak dalam bidang pertama.

Diketahui:

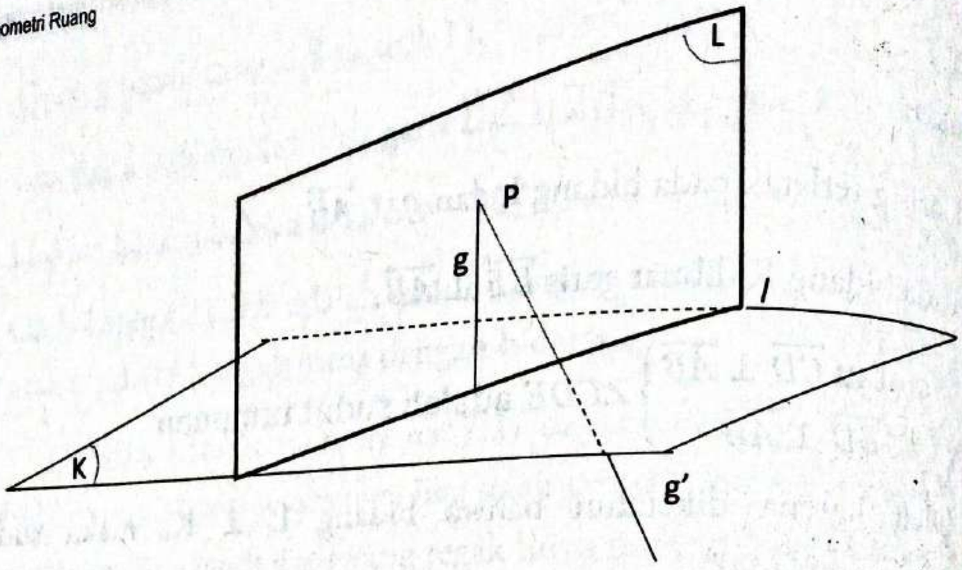
Bidang K ⊥ bdiang L, titik P pada bidang L, garis g melalui titi P, dan g ⊥ bdiang K.

Akan dibuktikan:

Garis g pada bidang L.

Bukti:

Misal garis g tidak terletak pada bidang L, maka pada bidang L dapat dibuat garis g' melalui titik P dan tegak lurus pada garis potong bidang K dan L (garis *l*).



Gambar 7.6 Ilustrasi teorema 7.3

Dari teorema 7.2 maka g' ⊥ bidang K.

Sehingga melalui titik P dapat dibuat dua buah garis yang keduanya tegak lurus pada bidang K, maka hal ini tidak mungkin.

Jadi, garis g terletak pada bidang L.

Teorema 7.4.

Jika dua buah bidang berpotongan, keduanya tegak lurus pada bidang ketiga, maka garis potong dua bidang itu tegak lurus pada bidang ketiga.

Diketahui:

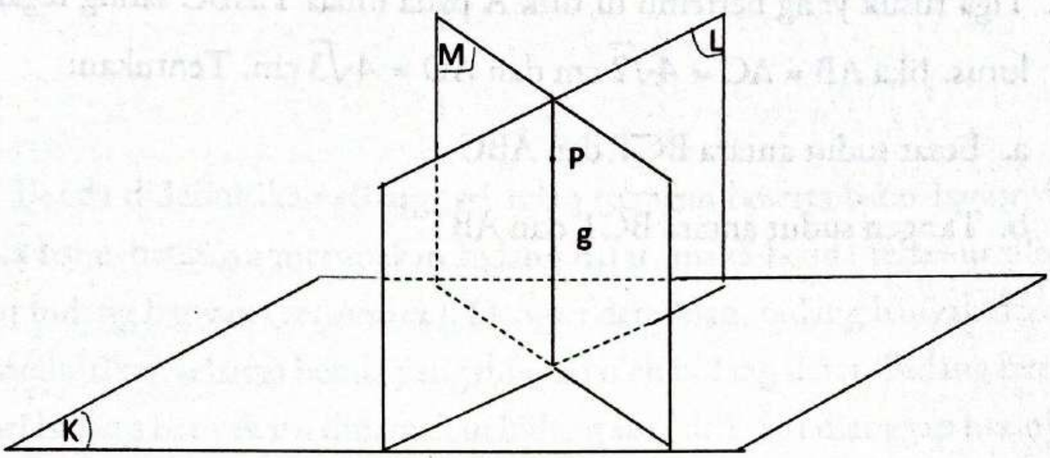
Misalkan bidangnya adalah K,L,M.

Bidang L dan M berpotongan di garis g

Bidang L ⊥ K dan bidang M ⊥ K

Akan dibuktikan:

Garis g ⊥ bidang K



Gambar 7.7. Ilustrasi teorema 7.4

Bukti:

Ambil sebuah titik P pada garis g.

Garis yang ditarik dari titik P dan tegak lurus pada bidang K terletak dalam bidang L karena P pada bidang L (teorema 7.3). Titik P juga terletak pada bidang M sehingga garis tersebut juga harus terletak pada bidang M (teorema 7.3).

Sehingga, garis tegak lurus tersebut terletak pada bidang L dan M.

Jadi garis itu tidak lain adalah garis g.

Latihan Soal

1. Dalam kubus ABCD.EFGH, tunjukkan sudut antara:

   a. FD dan bidang ABCD

   b. DC dan BE

   c. Bidang ADHE dan bidang ABCD

2. Dalam kubus ABCD dilukis bidang ACGE dan BDG

a. Lukislah garis potong kedua bidang itu

b. Tunjukkan sudut antara BDG dan ABCD

c. Tunjukkan sudut antara BDG dan BDE

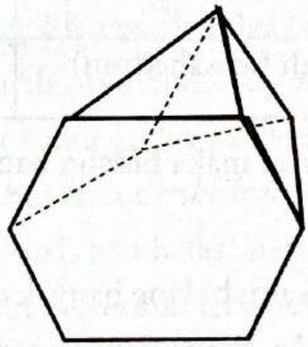
3. Tiga rusuk yang bertemu di titik A pada limas T.ABC saling tegak lurus. Jika AB = AC = $4\sqrt{2}$ cm dan AD = $4\sqrt{3}$ cm. Tentukan:

   a. Besar sudut antara BCT dan ABC

   b. Tangen sudut antara BCT dan ABT.

BAB VIII | BIDANG BANYAK

Benda didefinisikan sebagai sebagian ruangan beserta batas-batasnya. Jika batas-batasnya merupakan bidang datar, maka benda tersebut disebut bidang banyak (*polyhedron*). Dengan demikian, bidang banyak dapat didefinisikan sebagai benda yang dibatasi oleh bidang datar. Bidang batas dari bidang banyak itu dinamakan bidang sisi (sisi). Sisi dianggap luasnya terbatas, sehingga tidak perlu diperlebar sampai tak terhingga. Perpotongan antara sisi-sisi bidang banyak disebut *rusuk*. Sedangkan pertemuan rusuk-rusuknya atau pertemuan tiga sisi disebut *titik sudut*.



Gambar 8.1 Bidang banyak

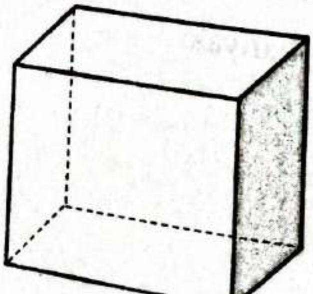
Klasifikasi bidang banyak didasarkan pada banyaknya sisinya, berikut ini pengklasifikasian bidang banyak:

Tabel 8.1 Jenis Bidang Banyak

Jenis Bidang Banyak (Polyhedron)	Banyak Sisi
Bidang-empat (tetrahedron)	4
Bidang-lima (Pentahedron)	5
Bidang-enam (hexahedron)	6
Bidang- tujuh (heptahedron)	7
Bidang-delapan (octahedron)	8
Bidang-sembilan (nanohedron)	9
Bidang-sepuluh (decahedron)	10
Bidang-sebelas (undecahedron)	11
Bidang-duabelas (dodecahedron)	12
Bdiang-duapuluh (icosahedron)	20

Berdasarkan bentuk sisinya, maka bidang banyak dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. Bidang banyak konveks, yaitu bidang banyak dengan setiap sisi-sisinya berupa segibanyak konveks. Perpanjangan semua rusuk-rusuk bidang banyak konveks berada di luar bidang banyak. Prisma, limas, balok, kubus termasuk di antara bidang banyak konveks.



Gambar 8.2 Bidang banyak konveks

2. Bidang banyak tidak konveks, yaitu bidang banyak yang memiliki sisi bukan segibanyak konveks. Rusuk-rusuk bidang banyak tak konveks bila diperpanjang ada yang berada di dalam bidang banyak.

Teorema 8.1.

Pada setiap bidang banyak konveks banyaknya semua sisi ditambah banyaknya semua titik sudut sama dengan banyaknya semua rusuk ditambah dua. Pada suatu bidang banyak konveks, bila S menyatakan banyaknya sisi, T menyatakan banyaknya titik sudut, dan R menyatakan banyaknya semua rusuk, maka dalil Euler di atas dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$S + T = R + 2$$

Yang selanjutnya dikenal dengan ***Rumus Euler***.

Definisi 8.1 (sudut *polyhedral*)

Bagian ruang yang dibatasi oleh tiga buah sisi atau lebih yang kesemuanya melalui sebuah titik. Sudut *polyhedral* ini biasa disebut sudut bidang banyak. Jika suatu sudut *polyhedral* hanya dibatasi oleh tiga buah sisi, maka disebut sudut *trihedral* atau sudut bidang tiga. Sudut yang terletak pada sisi pembatas sudut *polyhedral* disebut sudut permukaan dari sudut *polyhedral* tersebut.

Teorema 8.2.

Jumlah ukuran-ukuran dari sebarang dua sudut permukaan dari suatu sudut *polyhedral* lebih besar dari ukuran sudut permukaan ketiga.

Teorema 8.3.

Jumlah ukuran-ukuran sudut-sudut permukaan dari suatu *polyhedral* kurang dari 360^0.

Bidang banyak konveks dibagi menjadi dua, yaitu bidang banyak konveks beraturan dan tidak beraturan. Bidang banyak konveks beraturan yaitu bidang banyak yang semua sisinya berupa daerah segi banyak beraturan yang kongruen dan pada setiap titik sudutnya bertemu sisi-sisi yang sama banyakya. Sedangkan bidang banyak konveks beraturan biasa disebut bidang banyak beraturan atau *polyhedra.*

Tabel 8.2 Jenis Bidang Banyak Beraturan

Jenis Bidang Banyak Beraturan (*Polyhedra*)	Banyak Sisi
Bidang-empat beraturan (*tetrahedra*)	4
Bidang-enam beraturan (*hexahedron*)	6
Bidang-delapan beraturan (*octahedra*)	8
Bidang-duabelas beraturan (*dodecahedra*)	12
Bidang-dua puluh beraturan (*icosahedra*)	20

Latihan Soal

Selidiki kemungkinan-kemungkinan yang terjadi untuk mengkonstruksi bidang banyak beraturan jika sisi-sisinya berupa:

1. Daerah segitiga sama sisi
2. Daerah persegi
3. Daerah segilima beraturan.

BAB IX | PRISMA

A. Pengertian Prisma

Definisi 9.1.

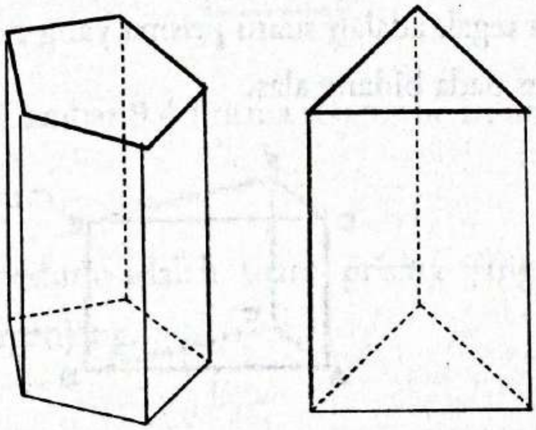
Prisma adalah bidang banyak yang dibatasi oleh dua bidang sejajar dan beberapa buah bidang lain yang dua-dua saling berpotongan menurut garis-garis yang sejajar.

Definisi 9. 2.

Prisma adalah sebuah benda yang dibatasi oleh dua buah bidang sejajar dan bidang-bidang lain yang sejajar dengan suatu garis.

Definisi 9.3

Prisma adalah sebuah benda yang dibatasi oleh dua buah bidang sejajar dan bidang-bidang lain yang berpotongan menurut garis-garis sejajar.



Gambar 9.1. Prisma

B. Istilah-Istilah pada Prisma

1. Dua bidang sejajar disebut bidang bawah (bidang alas, bidang dasar) dan bidang atas. Sedangkan Bidang-bidang lainnya disebut bidang sisi tegak.
2. Rusuk-rusuk prisma terdiri dari rusuk tegak, rusuk bidang alas, rusuk bidang atas.
3. Tinggi prisma yaitu Jarak antara dua bidang sejajar atau jarak antara bidang alas dan bidang atas.

Penamaan prisma berdasarkan bentuk alasnya. Prisma yang bidang alasnya berupa segi-n disebut prisma segi-n atau prisma bersisi-n.

Teorema 9.1.

Sisi tegak sebuah prisma merupakan jajar genjang.

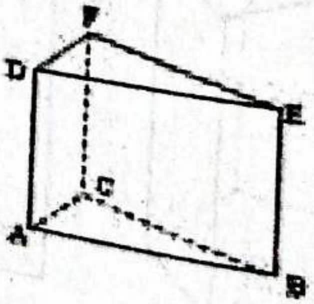
Teorema 9.2.

Bidang alas dan bidang atas sebuah prisma itu sama dan sebangun.

C. Macam-Macam Prisma

1. Prisma Tegak

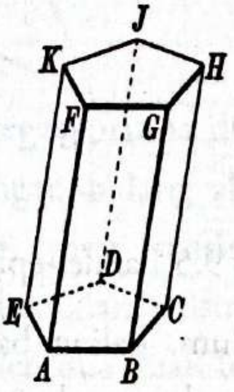
Prisma tegak adalah suatu prisma yang rusuk-rusuk tegaknya tegak lurus pada bidang alas.



Gambar 9. 2 Prisma Tegak Segitiga

2. Prisma Miring

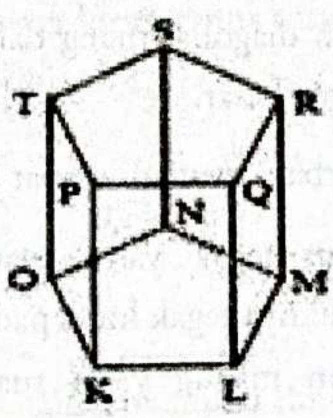
Prisma miring yaitu suatu prisma yang rusuk-rusuk tegaknya berdiri miring (tidak tegak lurus) terhadap bidang alas.



Gambar 9.3. Prisma Miring Segilima

3. Prisma Beraturan/Teratur

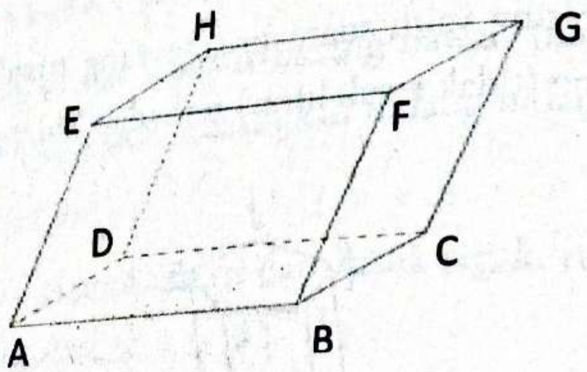
Prisma Teratur adalah prisma tegak yang bidang alasnya berupa segibanyak beraturan.



Gambar 9.4 Prisma teratur berisi lima

4. Paralel-Epipedum

Paralel-Epipedum adalah suatu prisma yang bidang alasnya berbentuk jajargenjang.



Gambar 9.5 Paralel-epipedum

Pada paralel-epipedum, paling banyak ada tiga rusuk-rusuk yang tidak sama panjang dan rusuk-rusuk tersebut bertemu di satu titik. Dengan demikian, suatu paralel-epipedum ditentukan seluruhnya oleh tiga buah rusuk, yang bertemu di satu titik.

Teorema 9.4.

Tiap-tiap dua buah diagonal ruang dalam suatu paralel-epipedum saling membagi sama besar.

Paralel-epipedum terbagi menjadi empat jenis, yaitu:

a. Paralel-epipedum tegak yaitu suatu paralel-epipedum yang rusuk-rusuk tegaknya tegak lurus pada bidang alas.
b. Paralel-epipedum miring yaitu suatu paralel-epipedum yang rusuk-rusuk tegaknya berdiri miring (tidak tegak lurus) terhadap bidang alas.
c. Paralel-epipedum tegak siku-siku (balok) yaitu suatu paralel-epipedum tegak dengan sebuah persegi panjang sebagai bidang alasnya.
d. Kubus yaitu suatu paralel-epipedum tegak siku-siku yang rusuk-rusuknya sama panjang.

Teorema 9.4

Dalam suatu paralel-epipedum tegak siku-siku, kuadrat suatu diagonal ruang adalah sama dengan jumlah kuadrat rusuk-rusuk yang bertemu pada satu titik sudut.

5. Prisma terpancung

Jika semua rusuk tegak prisma dipotong oleh sebuah bidang yang tidak sejajar dengan bidang alas, sehingga prisma terbagi menjadi dua bagian yang masing-masing disebut prisma terpancung. Dengan demikian, prisma terpancung adalah sebuah benda yang dibatasi oleh dua buah bidang yang tidak sejajar dan bidang-bidang lain yang saling memotong menurut garis-garis sejajar.

Jika rusuk-rusuk yang sejajar itu tegak lurus pada salah satu di antara dua bidang yang sejajar, maka diperoleh prisma tegak terpancung. Jika tidak, maka disebut *prisma miring terpancung*. Suatu bidang yang memotong tegak lurus semua rusuk tegak prisma disebut irisan siku-siku.

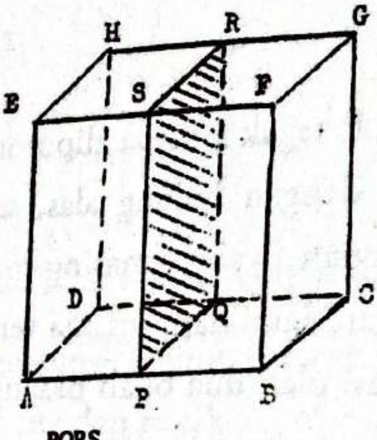
D. Simetri pada Prisma

1. Simetri cermin

Sebuah bangun dikatakan memiliki simetri cermin jika bangun itu dapat dibagi dua oleh suatu bidang tertentu, sehingga bagian yang satu merupakan bayangan cermin dari bagian yang lain terhadap bidang itu. Untuk selanjutnya, bidang pembagi ini disebut bidang simetri. Dua bagian dikatakan letaknya simetris terhadap bidang pembaginya.

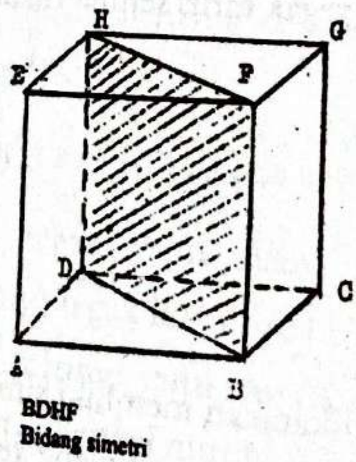
Pada kubus ada dua macam bidang simetri:

a. Bidang simetri yang melalui pertengahan rusuk-rusuk sejajar (bidang paralel tengah)



Gambar 9. 6 Bidang simetri pada kubus ABCD EFGH

b. Bidang simetri yang melalui dua rusuk yang berhadapan (bidang diagonal)



Gambar 9.7 Bidang simetri Kubus

2. Simetri putar

Jika pada sebuah bangun dapat ditetapkan sebuah garis tertentu, sehingga dengan memutar sejauh satu putaran penuh mengelilingi garis tersebut bangun itu dapat menempati kembali tempatnya sebanyak n kali. Dikatakan bangun itu mempunyai simetri putar tingkat n. Garis itu disebut **sumbu simetri putar atau** cukup disebut **sumbu simetri.**

Beberapa jenis simetri putar pada kubus:

a. Simetri putar tingkat 4. Pada simetri putar tingkat 4 ini, Sumbu simetrinya adalah garis yang meng-hubungkan titik pusat dua bidang sisi yang ber-hadapan.
b. Simetri putar tingkat 3. Sumbu simetri pada simetri putar tingkat 3 adalah garis yang menghubungkan dua buah titik sudut yang berhadapan.
c. Simetri putar tingkat 2. Sumbu simetri pada simetri putar tingkat 2 adalah garis yang menghubungkan pertengahan dua rusuk yang berhadapan.

E. Luas Permukaan Prisma

Untuk menghitung luas permukaan suatu prisma dapat digunakan rumus, yaitu dua kali luas bidang alas ditambah dengan luas semua bidang sisi tegak.

F. Volume Prisma

1. Volume suatu prisma merupakan isi ruangan yang dibatasi oleh bidang-bidang sisi prisma. Oleh karena itu, volume prisma tidak lain adalah luas bidang alas prisma kali tinggi.
2. Volume Prisma terpancung bersisi tiga adalah luas daerah irisan siku-siku dikali dengan sepertiga kali jumlah panjang rusuk-rusuk tegaknya.
3. Volume sebarang Prisma adalah luas daerah irisan siku-siku dikali panjang sebuah rusuk tegak.

G. Jaring-Jaring Prisma

Jaring-jaring prisma adalah lukisan bidang-bidang sisi prisma pada bidang datar. Sebuah prisma dapat dibuat beberapa gambar jaring-jaringnya.

Latihan Soal

1. Berapa volume prisma tegak bersisi tiga yang tingginya 8 cm dan bidang alasnya berbentuk segitiga siku-siku dengan sisi siku-sikunya 6 cm dan 12 cm!
2. Pada suatu prisma tegak bersisi tiga diketahui bahwa luas masing-masing bidang sisi tegaknya adalah 13 cm^2, 14 cm^2 dan 15 cm^2. Sedangkan luas bidang alasnya 21 cm^2. Tentukan volume dan luas permukaan prisma tersebut!
3. Dari sebuah prisma teratur terpancung bersisi tiga diketahui ukuran rusuk bidang alasnya 4 cm dan rusuk-rusuk tegaknya berturut-turut 5 cm, 6 cm, 7 cm. Hitunglah luas sisi tegak prisma dan volume prisma tersebut!
4. Diketahui prisma beraturan dengan alas berbentuk segi-6 beraturan yang panjang sisinya 4 cm. Jika tinggi prisma tersebut adalah 9 cm, maka tentukan luas permukaan dan volume prisma!
5. Jelaskan hubungan di antara bangun-bangun berikut:
   a. Apakah kubus merupakan balok?
   b. Apakah balok merupakan prisma?
   c. Apakah kubus merupakan prisma?