Kuliah Kalkulus 1 Semester Ganjil[1] 2023/2024

BAB 4. PENGGUNAAN DERIVATIF

Nama Dosen Pengampu.

Kuliah disampaikan pada Prodi XYZ
Universitas/Institut/Sekolah Tinggi ABC

LOGO PERGURUAN TINGGI

Ref: Seri Kuliah Ringkas (SKR) KALKULUS 1, Julan Hernadi, Penerbit: Erlangga, 2021

[1]Minat kolaborasi, silakan kontak penulis: julan.hernadi@gmail.com atau julan.hernadi@math.uad.ac.id

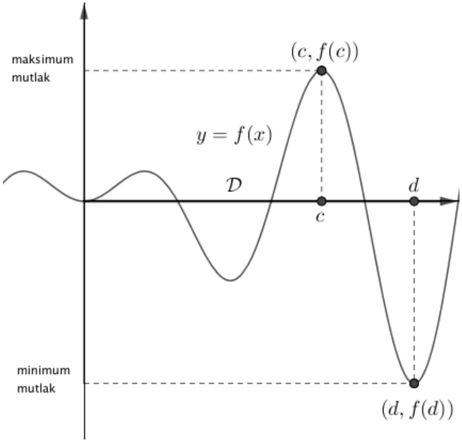
Peta Konsep


Integral taktentu sebagai antidiferensial
Penerapan sederhana integral taktentu
Ekstrem mutlak
Ekstrem relatif
Teknik menentukan nilai ekstrem
Bentuk taktentu $\frac{0}{0}$
Bentuk taktentu $\frac{\infty}{\infty}$
Bentuk taktentu lainnya
6
Pengantar Antiderivatif
1
Masalah Nilai Ekstrem
5
Aturan L'Hopital
PENGGUNAAN DERIVATIF
Teorema Nilai Rata-rata (TNR)
2
Masalah Optimasi pada Sains dan Teknik
4
Uji Derivatif Pertama dan Derivatif Kedua
3
Prosedur optimasi
Berbagai studi kasus
Bukti dan interpretasi TNR
Berbagai penggunaan TNR

Capaian Pembelajaran Part 1:

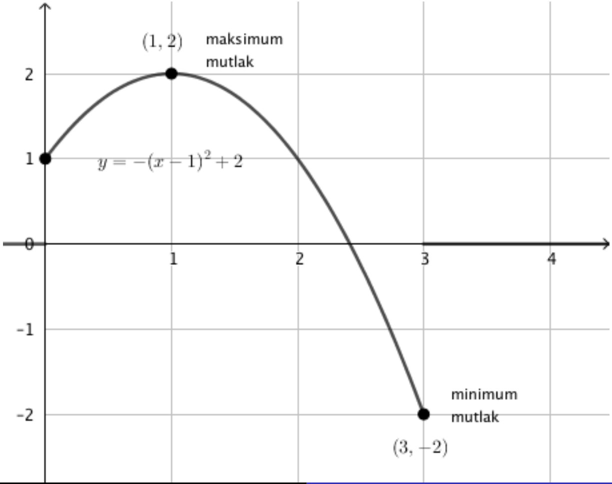
1. Memahami definisi dan visualisasi nilai ekstrem.
2. Memahami berbagai teorema yang berkaitan dengan nilai ekstrem.
3. Memahami langkah-langkah menentukan nilai ekstrem.
4. Menerapkan teori nilai ekstrem untuk menyelesaikan masalah optimasi sederhana.

Nilai Ekstrem Fungsi: Maksimum dan Minimum



Misalkan fungsi f didefinisikan pada domain $\mathscr{D}$. Fungsi f dikatakan memiliki maksimum mutlak (global) pada $\mathscr{D}$ jika ada $c \in \mathscr{D}$ sehingga $f(c) \geq f(x)$ untuk setiap $x \in \mathscr{D}$. Fungsi f dikatakan memiliki minimum mutlak (global) pada $\mathscr{D}$ jika ada $d \in \mathscr{D}$ sehingga $f(d) \leq f(x)$ untuk setiap $x \in \mathscr{D}$.

Fungsi f mencapai maksimum ketika $x = 1$ karena suku $-(x-1)^2$ akan selalu negatif untuk $x \neq 1$. Karena $1 \in D$ maka dikatakan f memiliki maksimum di D dengan titik maksimum $(1, f(1)) = (1,2)$. Titik minimum adalah $(3,-2)$. Cek sendiri, pembahasan lihat buku hal 142.

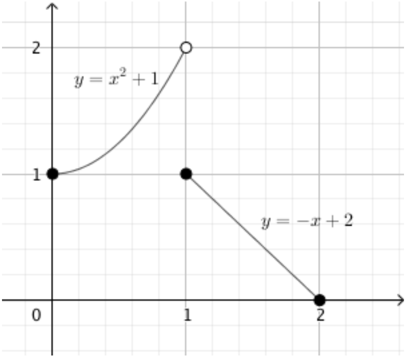


Apakah fungsi selalu memiliki maksimum dan minimum?

Misalkan fungsi f didefinisikan pada domain $\mathscr{D} = [0,2]$ berdasarkan formula berikut:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1, & 0 \le x < 1 \\ -x+2, & 1 \le x \le 2. \end{cases}$$

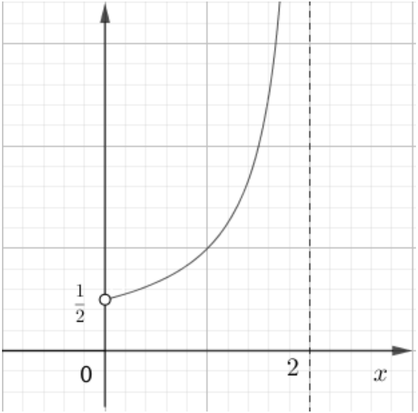
Grafik fungsinya adalah:



Identifikasilah maksimum dan minimumnya, berikan justifikasi teoretis. Pembahasan ada di buku hal 143.

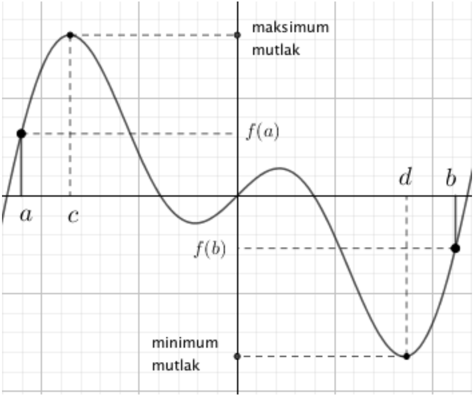
Apakah fungsi selalu memiliki maksimum dan minimum?

Diberikan fungsi $f : (0, 2) \to \mathbb{R}$ dengan $f(x) = \frac{1}{2-x}$. Grafik fungsinya adalah:



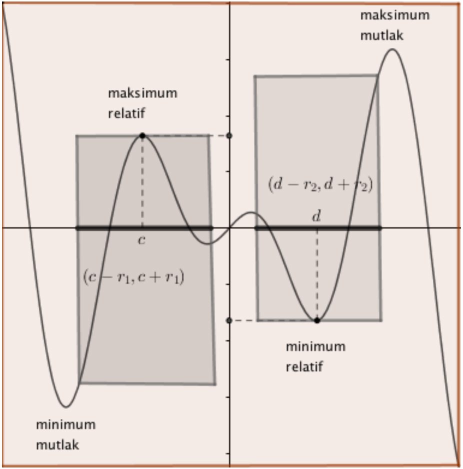
Identifikasilah maksimum dan minimumnya, berikan justifikasi teoretis. Pembahasan ada di buku hal 143.

Teorema Nilai Ekstrem: Jika fungsi f didefinisikan pada interval tertutup dan terbatas $[a, b]$ maka f memiliki maksimum mutlak dan minimum mutlak pada $[a, b]$.



Pahami pembahasan syarat fungsi memiliki ekstrem, lihat buku hal 144.

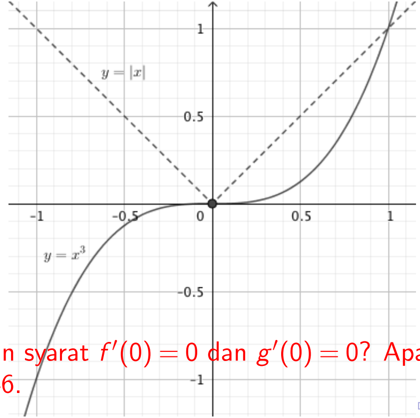
Ekstrem Relatif



Di sini c adalah maksimum relatif (lokal) dan d adalah minimum relatif (lokal). Definisi formal, lihat buku hal 145. Apa hub antara ekstrem (lokal) relatif dan ekstrem mutlak (global)?

Misalkan f didefinisikan pada $\mathscr{D}$ dan c titik interior $\mathscr{D}$. Jika fungsi f memiliki maksimum atau minimun relatif di titik c dan $f'(c)$ ada maka $f'(c) = 0$.

Catatan: $f'(c)$ adalah syarat perlu, bukan syarat cukup. Artinya ada kasus di mana derivatifnya tidak nol tetapi ia mencapai ekstrem relatif.



Bagaimana dengan syarat $f'(0) = 0$ dan $g'(0) = 0$? Apakah dipenuhi? Lihat buku hal 146.

Teknik Menentukan Nilai Ekstrem

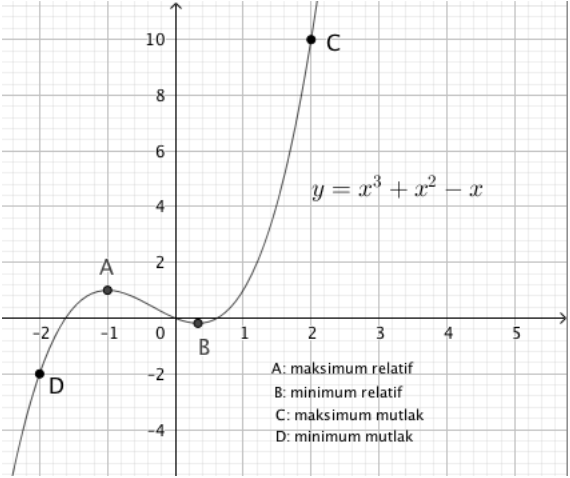
Langkah-langkah untuk menentukan ekstrem (relatif dan mutlak) sebuah fungsi kontinu pada sebuah interval tertutup $[a, b]$ adalah sebagai berikut:

1. Temukan semua titik kritisnya dengan menerapkan syarat $f'(c) = 0$.
2. Hitung nilai fungsi pada titik kritis yang telah diperoleh pada langkah 1.
3. Hitung nilai fungsi pada batas interval yaitu $f(a)$ dan $f(b)$.
4. Nilai terbesar yang diperoleh adalah maksimum dan nilai terkecil adalah minimum. Jika nilai-nilai ini diperoleh pada interior maka ia menjadi ekstrem relatif.

Contoh 4.6 Fungsi $f(x) = x^3 + x^2 - x$ pada interval $[-2, 2]$

1. Titik kritis diperoleh melalui
$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ x &= -1 \text{ atau } x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$
2. Subtitusi $x = -1$ diperoleh $f(-1) = 1$. Diperoleh juga $f(\frac{1}{3}) = -\frac{5}{27}$.
3. Batas domain $x = -2$ dan $x = 2$ diperoleh $f(-2) = -2$ dan $f(2) = 10$.
4. Titik maksimum relatif adalah $(-1, 1)$ dan titik minimum relatif $(\frac{1}{3}, -\frac{5}{27})$. Minimum dan maksimum global terjadi di batas interval, lihat Gambar 4.3.

Gambar 4.3 Grafik Fungsi $y = x^3 + x^2 - x$



Pembahasan lengkap, lihat buku hal 147-148.

Salah satu sifat anomali air adalah kepadatannya tidak berlaku umum seperti zat lainnya. Kalau zat lainnya semakin didinginkan semakin padat maka air tidak demikian, pada suhu 0°C yakni ketika air menjadi es maka kepadatannya lebih rendah dari air. Itulah makanya es mengapung pada air. Menurut hasil penelitian, pada suhu antara 0°C dan 30°C, volume dalam cm kubik dari 1 kg air pada temperatur T diaproksimasi oleh formula

$$V = V(T) = 999.87 - 0.06426T + 0.0085043T^2 - 0.0000679T^3.$$

Pada temperatur berapa kepadatan air menjadi maksimal? Kapan air 1 kg mencapai volume 1 liter?

Masalah ini menarik karena akan membuka wawasan mahasiswa tentang begitu penting matematika untuk kajian berbagai ilmu lain, termasuk fisika dan kimia. Pembahasan lengkap, lihat buku hal 148.

Soal-soal Evaluasi Capaian Pembelajaran Part 1

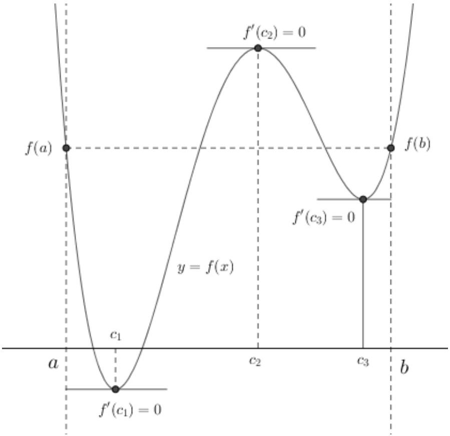
1. Latihan Selingan 4.1
2. Latihan Selingan 4.2
3. Latihan Selingan 4.3
4. Latihan Selingan 4.4
5. Latihan Selingan 4.5

Capaian Pembelajaran Part 2:

1. Memahami Teorema Rolle sebagai dasar Teorema Nilai Rata-rata (TNR)
2. Mengidentifikasi bentuk fungsi melalui TNR
3. Menggunakan TNR untuk membuktikan berbagai ketaksamaan
4. Menggunakan TNR untuk mengidentifikasi interval di mana fungsi naik dan fungsi turun.
5. Menggunakan TNR untuk mengidentifikasi jenis titik kritis.
6. Menggunakan TNR untuk mengidentifikasi kecekungan kurva.

Teorema Rolle

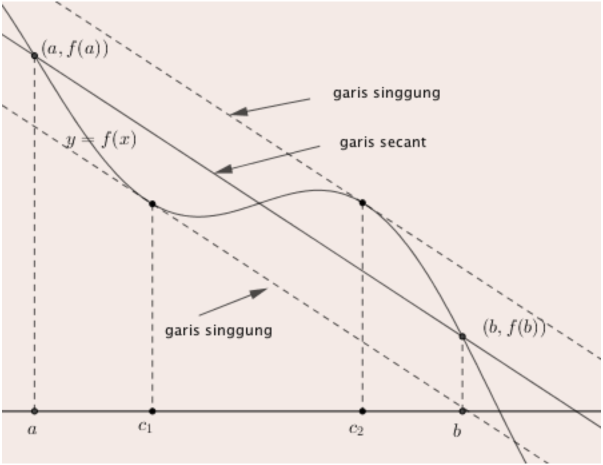
Jika f kontinu pada interval tertutup $[a, b]$ dan terdiferensial pada interval terbuka (a, b), serta $f(a) = f(b)$ maka ada $c \in (a, b)$ sehingga $f'(c) = 0$.



Bukti dan interpretasi Teorema Rolle ini dapat dilihat pada buku hal 149.

Teorema Nilai Rata-rata (TNR)

Jika f kontinu pada interval tertutup $[a, b]$ dan terdiferensial pada interval terbuka (a, b) maka ada $c \in (a, b)$ sehingga $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$.



Bukti dan interpretasi TNR, lihat buku hal 150-151.

Penggunaan TNR untuk Identifikasi Fungsi

1. Diketahui fungsi f kontinu dan terdiferensial dengan derivatifnya $f'(x) = 0$ untuk setiap x pada domainnya. Selidikilah bentuk fungsi f.
2. Diketahui fungsi f dan g kontinu dan terdiferensial pada domain yang sama dengan $f'(x) = g'(x)$ untuk setiap x. Selidikilah hubungan fungsi f dan g.

Dua masalah identifikasi bentuk fungsi ini dapat diselesaikan dengan menggunakan TNR. Pembahasan lengkap lihat buku hal 150-151.

Penggunaan TNR untuk Pembuktian Ketaksamaan

Buktikan kebenaran ketaksamaan berikut:

1. $e^x \geq 1 + x$ untuk semua x bilangan real.
2. $-x \leq \sin x \leq x$ untuk semua $x \geq 0$.
3. $1 - \frac{x^2}{2} < \cos x$ untuk semua $x \in (0, \pi/2]$.

Tiga ketaksamaan ini dapat dibuktikan menggunakan TNR.

Pembahasan lengkap lihat buku hal 151-153.

Penggunaan TNR pada Sifat Monoton Fungsi

Fungsi $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ dikatakan

- monoton naik jika berlaku sifat berikut:

$$\forall x_1, x_2 \in [a, b] \text{ dan } x_1 < x_2 \to f(x_1) \leq f(x_2),$$

- monoton turun jika berlaku sebaliknya, yaitu

$$\forall x_1, x_2 \in [a, b] \text{ dan } x_1 < x_2 \to f(x_1) \geq f(x_2).$$

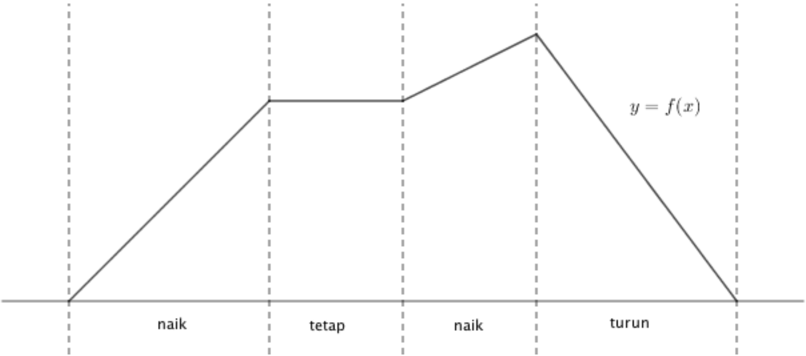
Jika dipenuhi kondisi $f(x_1) < f(x_2)$ atau $f(x_1) > f(x_2)$ kita sebut naik tegas atau turun tegas.

Teorema 9. Misalkan fungsi f terdiferensial pada sebuah interval.

1. Jika $f'(x) \geq 0$ pada interval tersebut maka f monoton naik pada interval itu.
2. Jika $f'(x) \leq 0$ pada interval tersebut maka f monoton turun pada interval itu.

Bukti dan pembahasan lengkap lihat buku hal 153-154.

Gambar 4.7 Ilustrasi Grafis Fungsi Monoton



Teorema 9. Misalkan fungsi f terdiferensial pada sebuah interval.

1. Jika $f'(x) \geq 0$ pada interval tersebut maka f monoton naik pada interval itu.
2. Jika $f'(x) \leq 0$ pada interval tersebut maka f monoton turun pada interval itu.

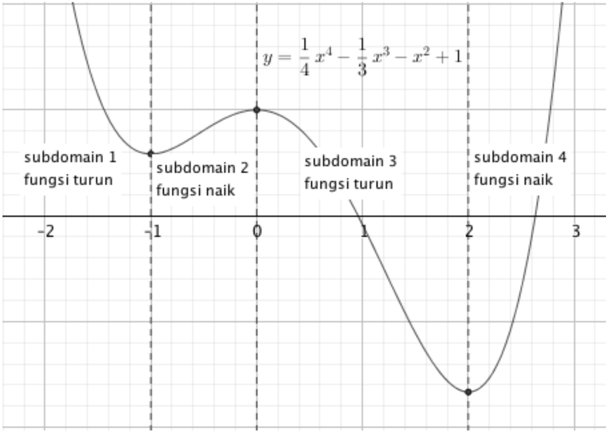
Pembuktian lihat buku hal 154.

Contoh 4.11. Tentukan interval di mana fungsi berikut naik dan juga di mana ia turun.

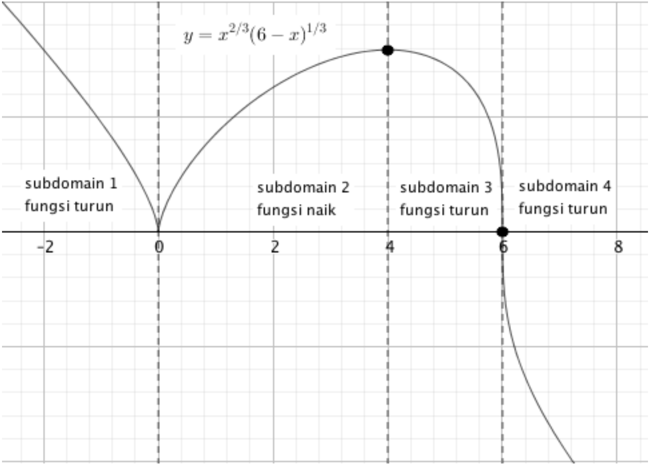
1. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$
2. $f(x) = x^{2/3}(6 - x)^{1/3}$.

Pembahasan lihat buku hal 155-156.

Grafik fungsi pada Contoh 4.11.



Lanjutan



$y = x^{2/3}(6-x)^{1/3}$
subdomain 1
fungsi turun
subdomain 2
fungsi naik
subdomain 3
fungsi turun
subdomain 4
fungsi turun
-2
0
2
4
6
8

Identifikasi Titik Kritis: Uji Derivatif Pertama

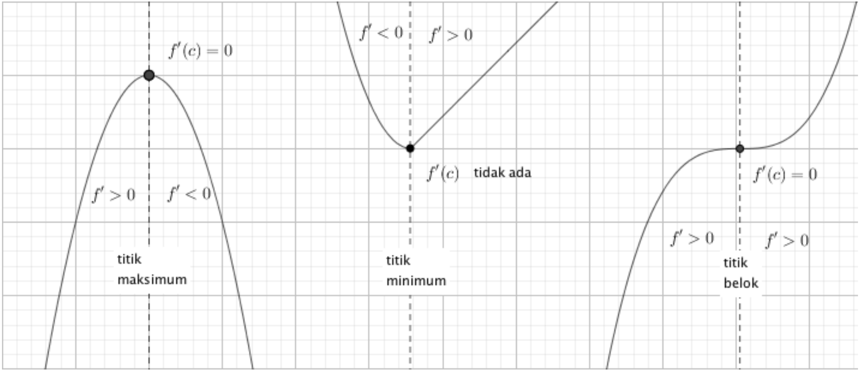
1. Tentukan semua titik kritis fungsi f yaitu titik c di mana $f'(c) = 0$ atau $f'(c)$ tidak terdefinisi.

2. Klasifikasikan titik kritis $(c, f(c))$ sebagai berikut:

   1. Jika $f'(x) < 0$ sebelah kiri c dan $f'(x) > 0$ sebelah kanan c maka $(c, f(c))$ adalah titik minimum relatif.
   2. Jika $f'(x) > 0$ sebelah kiri c dan $f'(x) < 0$ sebelah kanan c maka $(c, f(c))$ adalah titik maksimum relatif.
   3. Jika $f'(x)$ bertanda sama di sebelah kiri c sebelah kanan c maka $(c, f(c))$ bukan titik minimum maupun maksimum relatif. Titik kritis yang bukan minimum maupun maksimum disebut titik beloka atau titik sadel.

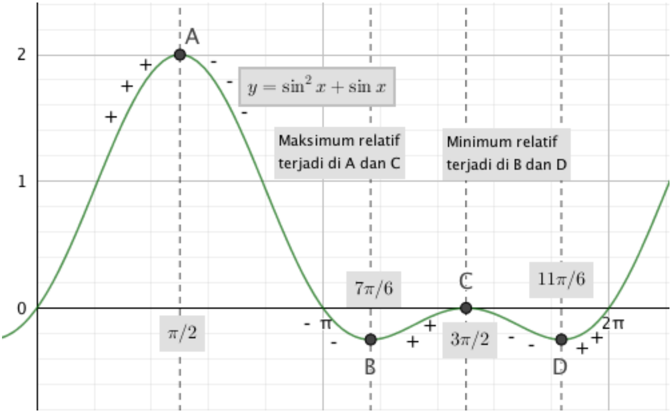
Pada uji derivatif pertama tidak disyaratkan bahwa $f'(c)$ harus ada.

Ilustrasi Grafis 3 Jenis Ekstrem



Penjelasan lengkap lihat buku hal 157.

Contoh 4.12. $y = f(x) = \sin^2 x + \sin x$ pada interval $[0, 2\pi]$

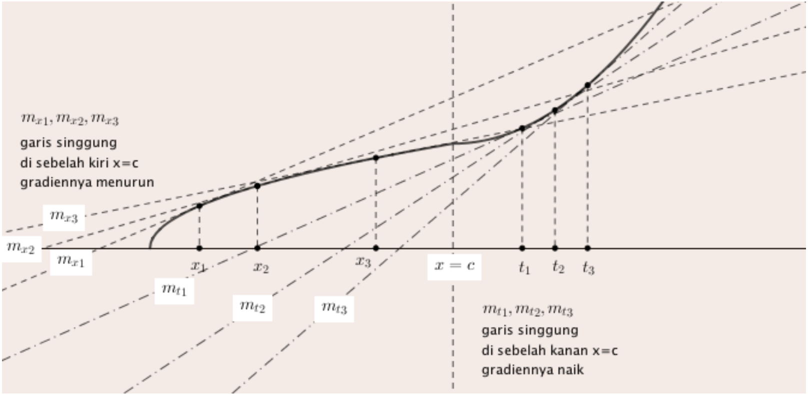


Pembahasan lengkap lihat buku hal 157-158.

Identifikasi Kecekungan Kurva: Uji Derivatif Kedua

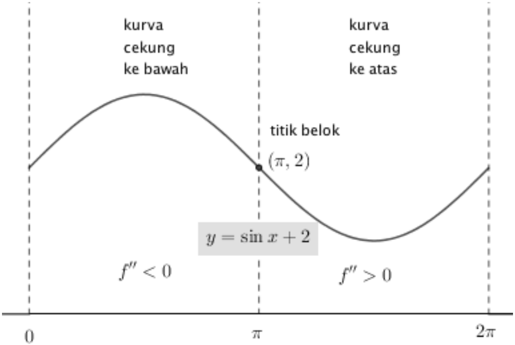
Misalkan $y = f(x)$ terdiferensial sampai tingkat dua pada intreval I.

1. Jika $f''(x) > 0$ untuk setiap $x \in I$ maka kurva $y = f(x)$ cekung ke atas.
2. Jika $f''(x) < 0$ untuk setiap $x \in I$ maka kurva $y = f(x)$ cekung ke bawah.



Pembahasan lengkap lihat buku hal 158-159.

Contoh 4.13. $y = f(x) = \sin x + 2$ pada interval $[0, 2\pi]$



Pembahasan lengkap lihat buku hal 159.

Teorema 10. Misalkan f'' kontinu pada interval yang memuat c dan $f'(c) = 0$.

1. Jika $f''(c) < 0$ maka f memiliki maksimum relatif di $x = c$.
2. Jika $f''(c) > 0$ maka f memiliki minimum relatif di $x = c$.
3. Jika $f''(c) = 0$ maka tidak ada kesimpulan, f dapat memiliki maksimum relatif, minimum relatif, atau tidak keduanya.

Contoh 4.14. Diberikan fungsi $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2$.

1. Tentukan titik ekstrem, apakah terdapat titik belok?
2. Tentukan interval di mana fungsi naik dan di mana fungsi turun.
3. Tentukan interval kurva cekung ke atas, dan di mana kurva cekung ke bawah.

Pembahasan lengkap lihat buku hal 160-161.

Langkah-langkah Konvensional Menggambar Grafik Fungsi

1. Menetapkan domain dan sumbu simetri kurva (jika ada), titik potong sumbu koordinat (jika ada).
2. Menentukan derivatif pertama dan derivatif kedua.
3. Menentukan titik-titik kritis fungsi dan mengidentifikasi jenisnya.
4. Menentukan interval di mana fungsi naik dan fungsi turun.
5. Menentukan titik belok (jika ada), kemudian mengidentifikasi kecekungan kurva.
6. Mengidentifikasi semua asimptotik datar, tegak, dan miring (jika ada).
7. Sketsa kurva dengan sifat-sifat di atas.

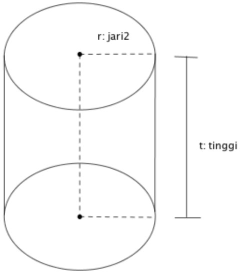
Adanya berbagai fasilitas menggambar fungsi yang disediakan oleh berbagai aplikasi komputer maka prosedur konvensional ini jarang digunakan. Namun demikian kita tetap harus paham (make sense) thd hasil yang diberikan oleh komputer.

1. Deskripsikan Teorema Rolle dalam bentuk narasi tanpa melibatkan simbol matematika sama sekali.
2. Mengapa pada pembuktikan TRN hal 150 diperoleh $f(a) = f(b) = 0$?
3. Apa yang dapat disimpulkan jika ada dua fungsi f dan g di mana $f'(x) \geq g'(x)$ pada keseluruhan domainnya?
4. Latihan Selingan 4.6
5. Latihan Selingan 4.7
6. Latihan Selingan 4.8.

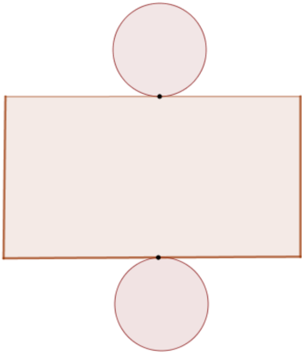
Prosedur umum untuk menyelesaikan masalah optimasi:

1. Pahami masalah dengan baik. Pada tahap ini kita perlu mengidentifikasi apa saja data yang diketahui dan apa yang akan dioptimalkan (*unknown*).
2. Sebaiknya dibuat skema/diagram untuk mendapat pemahaman komprehensif masalah yang sedang dihadapi. Beri label bagian diagram yang dianggap penting.
3. Tetapkan variabel-variabel terkait, tuliskan setiap relasi pada diagram dan masalah optimasi dalam bentuk persamaan atau ekspresi aljabar.
4. Nyatakan fungsi sasaran dalam bentuk variabel-variabel yang sudah teridentifikasi pada langkah sebelumnya.
5. Gunakan kalkulus untuk menentukan nilai ekstrem (relatif dan mutlak).
6. Interpretasikan kembali penyelesaian matematika pada masalah semula.

Misalkan kita diminta membuat kaleng berbentuk bulat (silinder) dengan kapasitas isi 1 liter (1000 cm kubik). Bagaimana ukuran kaleng dengan bahan baku minimal?



Kaleng/tabung



bahan baku

Pembahasan lengkap lihat buku hal 162-163.

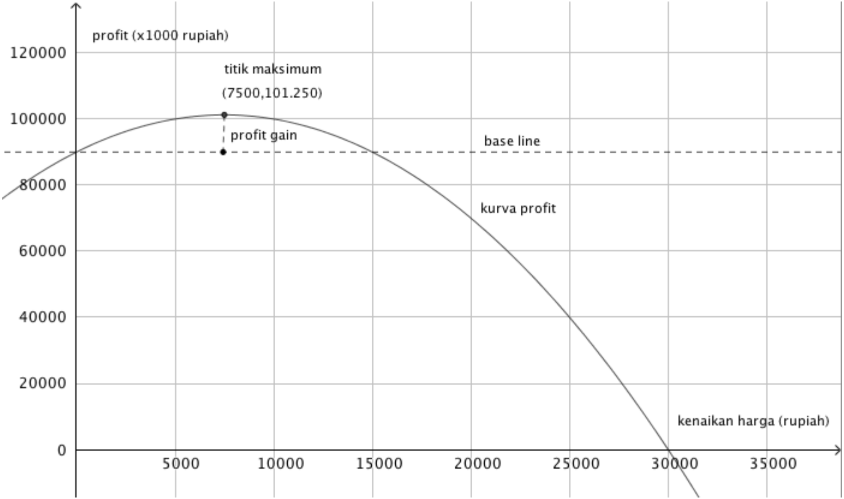
Studi Kasus 2: Memaksimumkan Profit

Sebuah perusahaan konveksi biasanya memproduksi sepasang pakaian anak dengan biaya produksi Rp45.000,00 per pasang (celana + baju). Sepasang pakaian anak ini dijual dengan harga Rp60.000,00 dan dengan penjualan rata-rata 6000 potong setiap bulan.

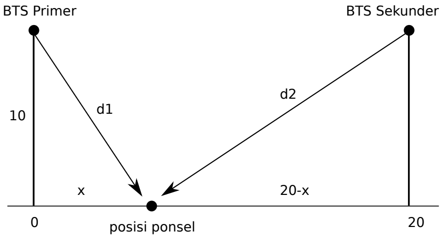
Perusahaan berencana menaikkan harga jual namun diperkirakan permintaan pasar akan berkurang, yaitu setiap kenaikan Rp5.000,00 akan terjadi penurunan omzet sebanyak 1000 potong setiap bulan. Tentukan harga jual yang harus ditetapkan perusahaan agar memperoleh keuntungan (profit) maksimal.

Pembahasan lengkap lihat buku hal 163-165.

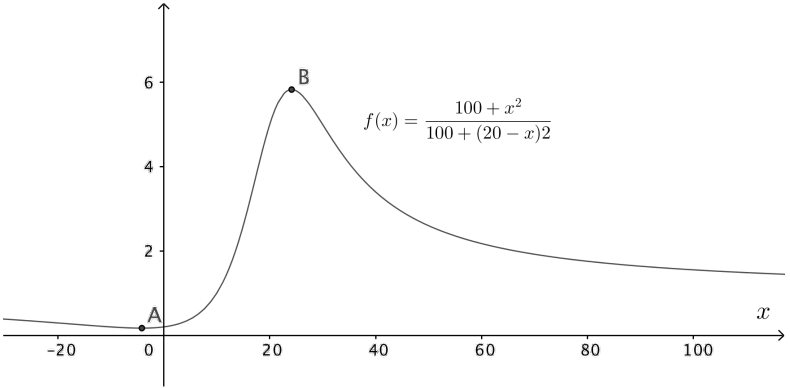
Lanjutan: Kurva Profit



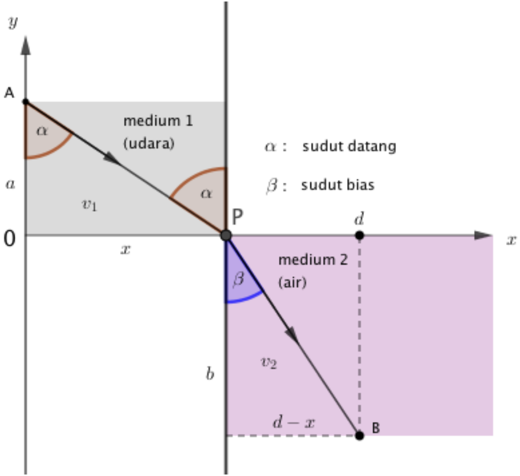
Ada dua *base transmition station* (BTS) telepon seluler (ponsel), satu BTS primer dan satunya lagi BTS sekunder. Asumsikan tinggi kedua BTS sama yaitu 10 meter sedangkan jarak keduanya adalah 20 meter. Kedua BTS memancarkan sinyal ke telepon selular pengguna dengan *power* yang sama. Namun, *power* yang diterima oleh ponsel pemakai adalah berbanding terbalik terhadap jarak kuadrat ponsel ke BTS. Tentukan posisi ponsel yang memi-nimumkan *signal-to-interference ratio* (SIR), yaitu rasio power signal yang diterima oleh BTS sekunder dan BTS primer.



Pembahasan lengkap lihat buku hal 165-166.

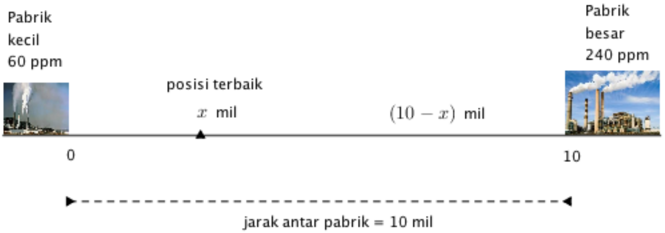

B
A
$f(x) = \dfrac{100 + x^2}{100 + (20 - x)2}$
6
4
2
-20
0
20
40
60
80
100
x

Studi Kasus 4: Pembiasan Cahaya



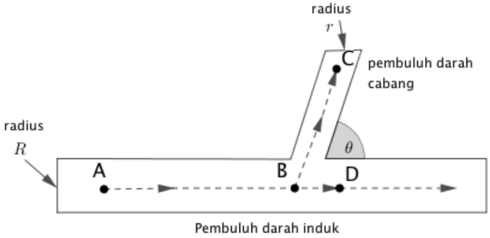
Pembahasan lengkap lihat Contoh 4.18 pada buku hal 166-168.

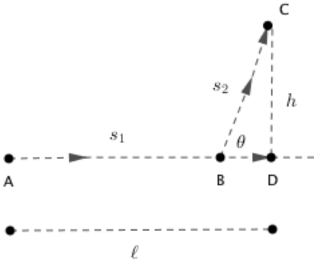
Studi Kasus 5: Posisi Aman dari Polusi Pabrik



Pembahasan lengkap lihat Contoh 4.19 pada buku hal 168-169.

Studi Kasus 6: Pencabangan Pembuluh Darah





Pembahasan lengkap lihat Contoh 4.20 pada buku hal 169-171.

1. Latihan Selingan 4.9
2. Soal No 5 pada Soal-soal Latihan Bab 4
3. Soal No 6 pada Soal-soal Latihan Bab 4
4. Soal No 13 pada Soal-soal Latihan Bab 4

Capaian Pembelajaran Part 3a:

1. Menerapkan aturan L'Hopital untuk menghitung limit yang memuat bentuk taktentu.
2. Memahami integral taktentu sebagai antiderivatif.
3. Menerapkan konsep antiderivatif untuk memecahkan masalah sederhana.

Bentuk taktentu:

$$\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 0^0, 1^\infty \text{ dan } \infty^0.$$

Teorema 11 [Aturan L'Hôpital] Misalkan f dan g fungsi terdiferensial pada sebuah interval terbuka yang memuat c (tidak harus terdiferensial) di c. Jika

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)}$$

menghasilkan bentuk taktentu $\frac{0}{0}$ atau $\frac{\infty}{\infty}$, maka

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

asalkan limit pada ruas kanan ada (terbatas).

Pembahasan lengkap lihat buku hal 171-172.

Bentuk $\frac{0}{0}$:

- **Contoh 4.21**. Hitunglah limit berikut: $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^3 x}{\sin^2 x}$.
- **Contoh 4.22**. Hitunglah limit berikut: $\lim_{x\to 0} \frac{2x-1}{x+2}$.
- **Contoh 4.23**. Hitunglah limit berikut: $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$.

Pembahasan lengkap lihat buku hal 172-173.

Bentuk $\frac{\infty}{\infty}$ dan 1^∞:

- **Contoh 4.24**. Hitunglah limit berikut: $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\ln x}$
- **Contoh 4.25**. Hitunglah limit berikut: $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$

Pembahasan lengkap lihat buku hal 173-174.

Antiderivatif fungsi f adalah fungsi F di mana $F'(x) = f(x)$ untuk semua x pada domain.

Contoh 4.26. Diberikan $F(x) = x^3$ diperoleh $F'(x) = 3x^2$, diberikan $G(x) = x^3 - 4$ diperoleh $G'(x) = 3x^3$, diberikan $H(x) = x^3 + \pi$ diperoleh $H'(x) = 3x^2$. Fungsi $F(x) = x^3$, $G(x) = x^3 - 4$ dan $H(x) = x^3 + c$ adalah para antiderivatif dari $f(x) = 3x^2$.

Contoh 4.27. Tentukan antiderivatif secara umum fungsi berikut

1. $f(x) = x^5$
2. $p(x) = \cos x$

Pembahasan lengkap, lihat buku hal 175.

Selanjutnya antiderivatif dinotasikan dalam bentuk integral. Notasi

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C \tag{1}$$

di mana C konstanta sebarang disebut integral taktentu (*indefinite integral*) dari f dan memenuhi $F'(x) = f(x)$. Selanjutnya f disebut integran, x variabel integrasi dan C konstanta integrasi.

Contoh 4.28. Selesaikan integral taktentu berikut: (1)$\int 5x^3 dx$, (2)$\int \sin 2x \; dx$, dan (3)$\int \sec x \tan x \, dx$.

Pembahasan lengkap, lihat buku hal 175.

1. Perkalian skalar: $\int cf(x)dx = c\int f(x)dx$
2. Penjumlahan dan pengurangan:
   $\int (f(x) \pm g(x))\ dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$
3. Aturan pangkat: $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$, syarat $n \neq -1$.
   Untuk $n = 1$ akan dibahas tersendiri dalam bab khusus integral pada kalkulus 2.
4. Integral fungsi trigonometri
   1. $\int \sin u\,du = -\cos u + C$
   2. $\int \cos u\,du = \sin u + C$
   3. $\int \sec^2 u\,du = \tan u + C$.

Pelajari Contoh 4.29 hal 176, hitunglah $\int (3\sqrt{x} + 2\sin x)\,dx$.

Contoh 4.30. Diketahui sebuah fungsi F memiliki kemiringan $x^2 - 1$ di setiap titik pada kurvanya dan titik $(1, 2)$ terletak pada kurva. Tentukan persamaan fungsi F.

Contoh 4.31. Sistem pengereman sebuah mobil dirancang sedemikian hingga ia melambat secara konstan 22 kaki/det^2 (sekitar 67 km/det^2). Jika sebuah mobil sedang berjalan pada kecepatan 88 kaki/detik (sekitar 96 km/jam) dilakukan pengereman, berapa jauh mobil berjalan sebelum ia berhenti sempurna?

Pembahasan lengkap, lihat buku hal 176-177.

Soal-soal Evaluasi Capaian Pembelajaran Part 3a

1. Latihan Selingan 4.10
2. Latihan Selingan 4.11
3. Latihan Selingan 4.12
4. Latihan Selingan 4.13
5. Latihan Selingan 4.14.

1. Dua radar pemantau kecepatan kendaraan pada jalan lurus berjarak 10 km. Batas kecepatan maksimum adalah 100 km/jam. Sebuah mobil melintas dan terpantau oleh radar pemantau pertama dalam kecepatan 80 km/jam, kemudian 5 menit berikutnya mobil melewati radar pemantau kedua dalam kecepatan 70 km/jam. Apakah mobil pernah melanggar batas kecepatan maksimal? (Petunjuk: Terapkan TNR pada fungsi jarak tempuh $s(t)$ dan gunakan fakta bahwa derivatifnya adalah fungsi kecepatan $v(t)$).
2. Sebuah kapal meninggalkan dermaga pada pukul 02.00 sore dan berlayar ke arah selatan dengan kecepatan 20 km/jam. Kapal lainnya sedang berlayar ke arah timur dengan kecepatan 15 km/jam dan tiba di dermaga yang sama pada pukul 03.00 sore. Kapan kedua kapal berada pada posisi paling dekat?
3. Jika pada pada awalnya uang sejumlah A_0 diinvestasikan pada sebuah usaha dengan rate keuntungan r secara majemuk n kali dalam setahun maka nilai investasi setelah t tahun adalah
$$A = A_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}.$$
Jika periode akumulasi keuntungan terjadi setiap saat, hitunglah nilai investasi setelah t tahun. (Petunjuk: gunakan aturan L'Hôpital).