

TRANSFORMASI GEOMETRI



Asih Mardati, M.Pd.,



PENGERTIAN

Transformasi adalah mengubah setiap koordinat titik menjadi koordinat lainnya pada bidang dengan aturan tertentu.

$$P(x, y) \xrightarrow{T} P'(x', y')$$

JENIS-JENIS TRANSFORMASI

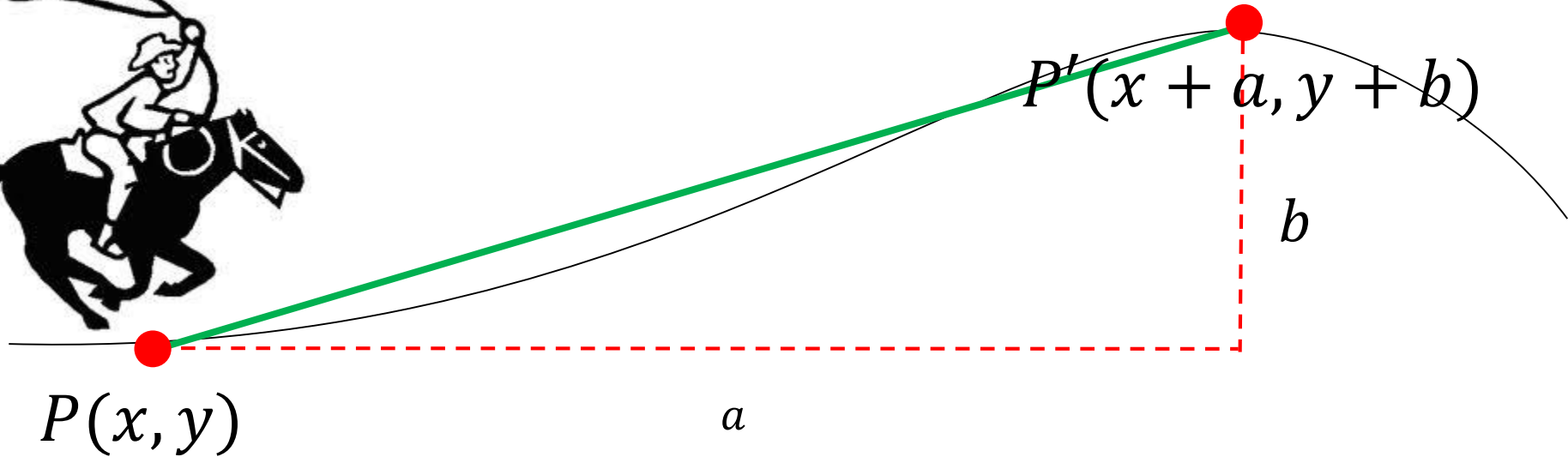
- Translasi (Pergeseran)
- Refleksi (Pencerminan)
- Rotasi (Perputaran)
- Dilatasi (Perkalian)

Translasi (Pergeseran)

Translasi adalah transformasi yang memindahkan setiap titik pada bidang menurut **jarak** dan **arah** tertentu.

Translasi

$$T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



$$P(x, y) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} P'(x + a, y + b)$$

Contoh 1:

Tentukan bayangan $P(2, 3)$ oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

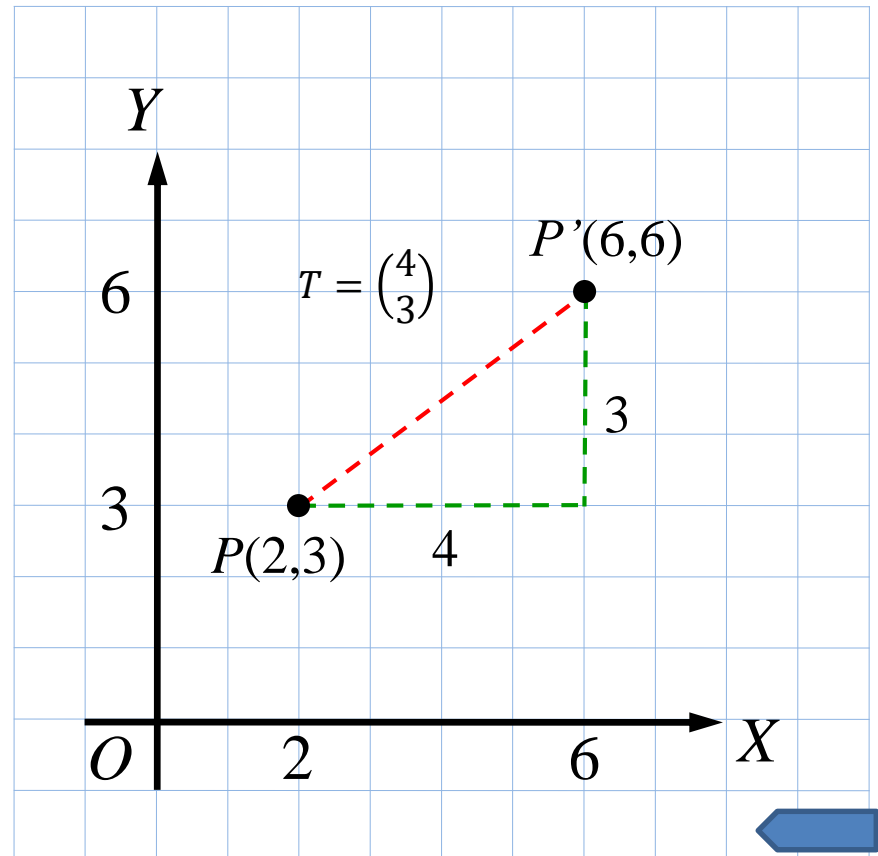
Jawab:

$$P(2,3) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}} P(x', y')$$

$$x' = 2 + 4 = 6$$

$$y' = 3 + 3 = 6$$

Bayangan $P(2, 3)$ oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ adalah $P(6,6)$.



Quiz1:

Translasi T memetakan $A(2,3)$ menjadi $A'(5,-1)$.

- Tentukan translasi T !
- Tentukan bayangan dari titik $B(4,5)$ oleh translasi T tersebut!

Jawab:

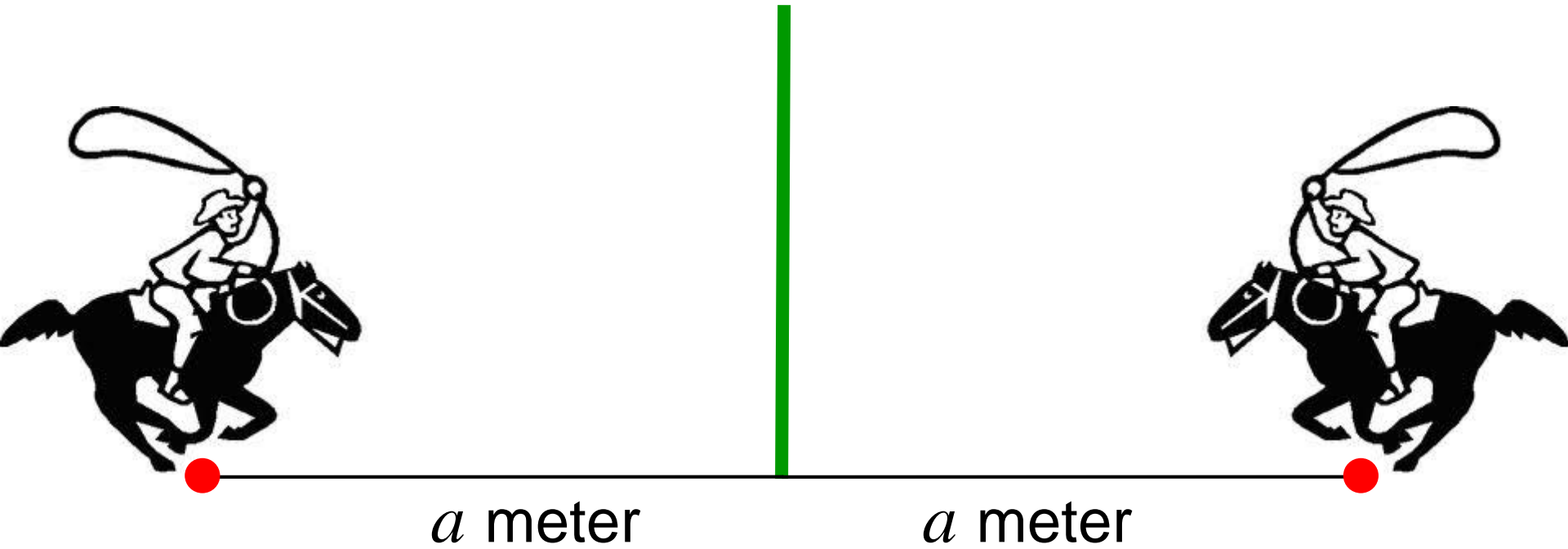
a. $T = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

b. $B(7,1)$

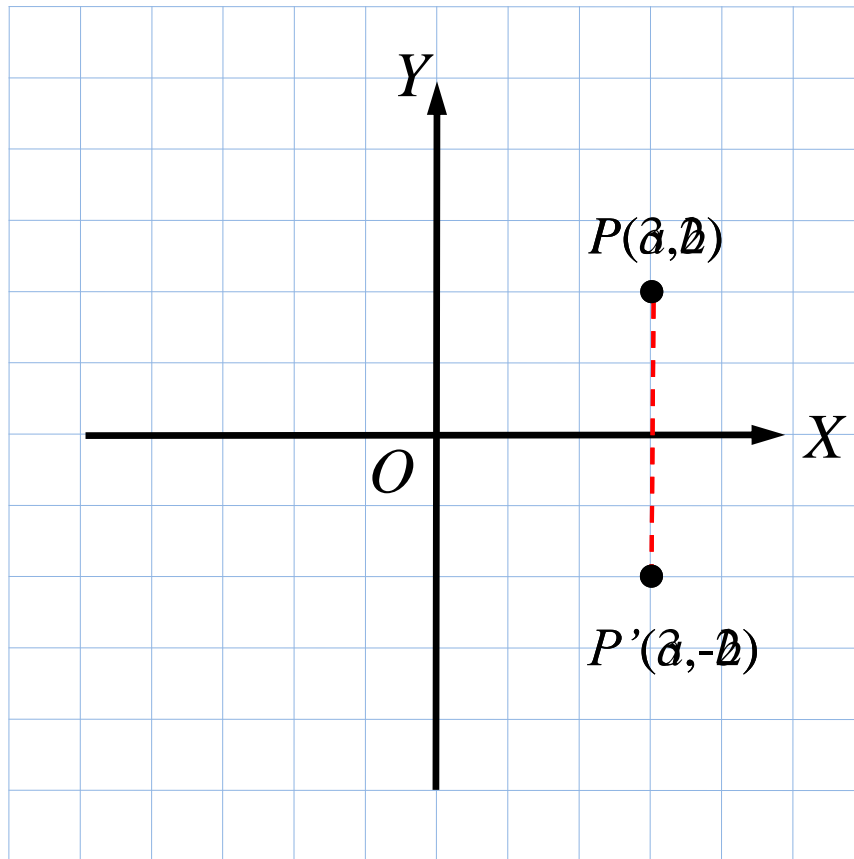
Refleksi (Pencerminan)

Refleksi adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang akan dipindahkan.

Refleksi



Pencerminan Terhadap Sumbu X



$$P(a, b) \xrightarrow{M_x} P'(a, -b)$$

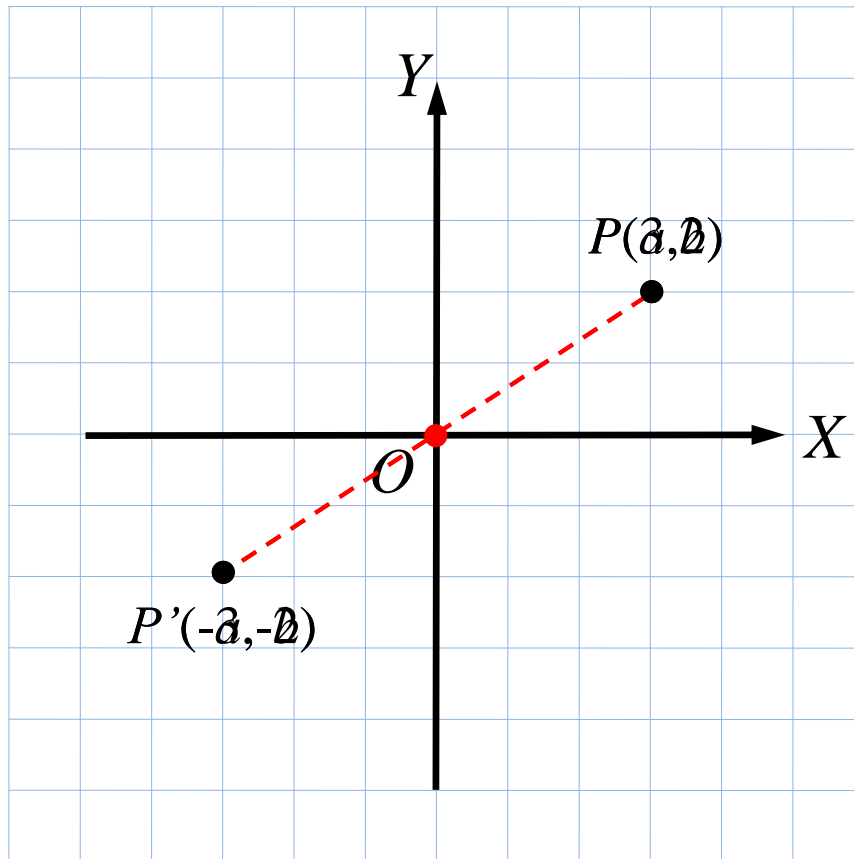
Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(3, 2)$ oleh pencerminan terhadap sumbu X !

Jawab:

$$P(3, 2) \xrightarrow{M_x} P'(3, -2)$$

Pencerminan Terhadap Titik Asal O



$$P(a, b) \xrightarrow{M_O} P'(-a, -b)$$

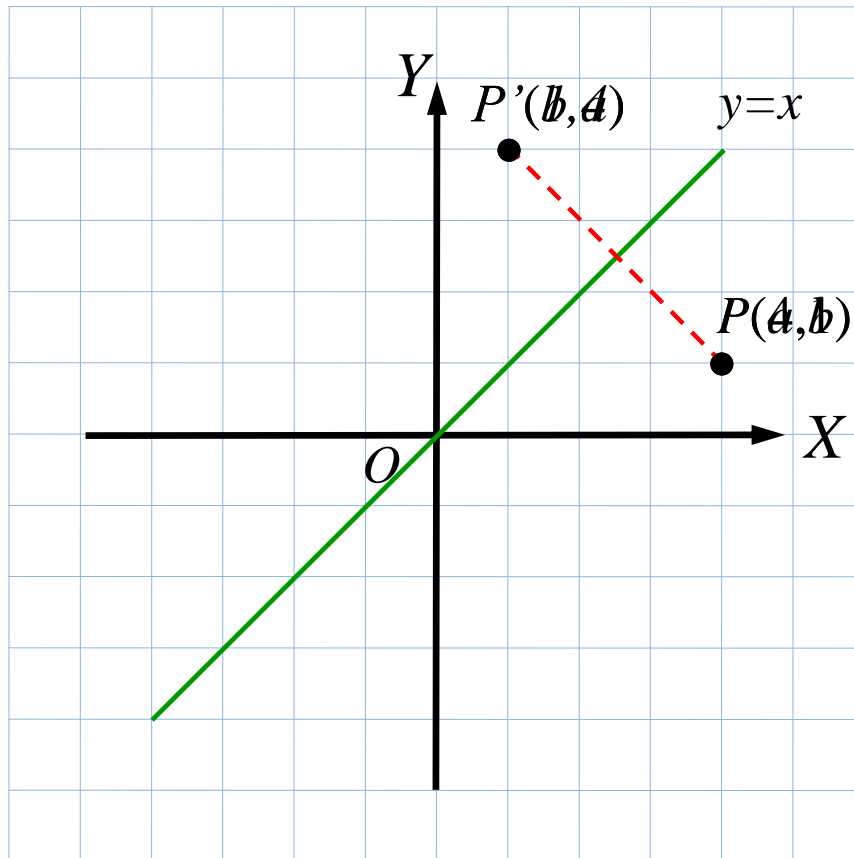
Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(3, 2)$ oleh pencerminan terhadap titik asal O !

Jawab:

$$P(3, 2) \xrightarrow{M_O} P'(-3, -2)$$

Pencerminan Terhadap Garis $y = x$



$$P(a, b) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(b, a)$$

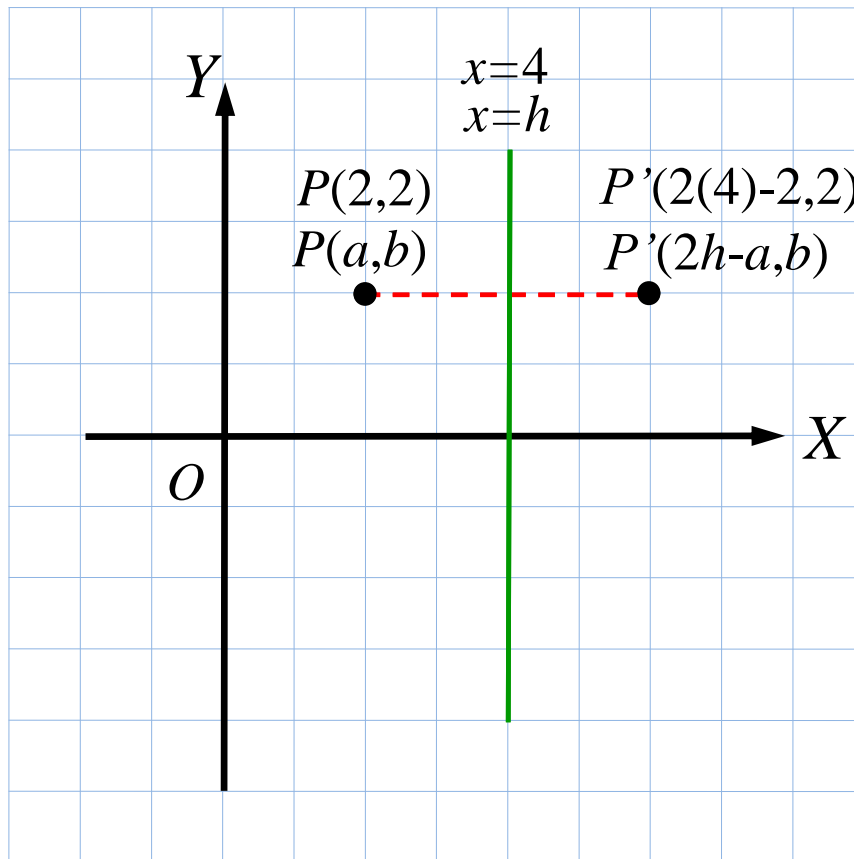
Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(4, 1)$ oleh pencerminan terhadap garis $y = x$!

Jawab:

$$P(4, 1) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(1, 4)$$

Pencerminan Terhadap Garis $x = h$



$$P(a, b) \xrightarrow{M_{x=h}} P'(2h - a, b)$$

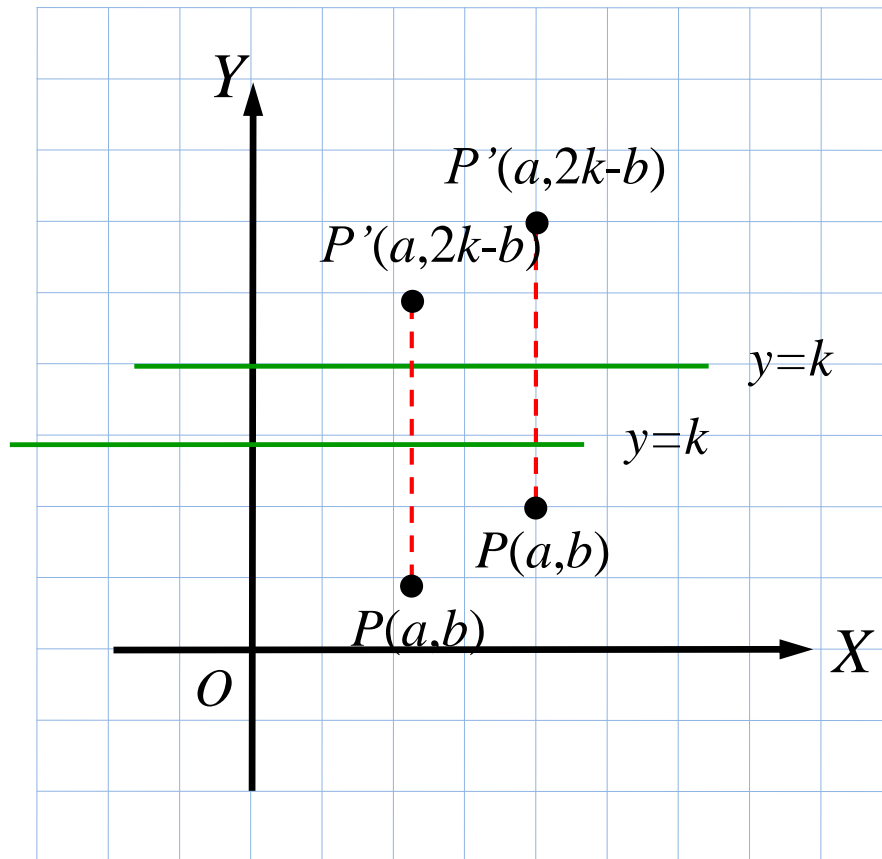
Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(2, 2)$ oleh pencerminan terhadap garis $x = 4$!

Jawab:

$$P(2, 2) \xrightarrow{M_{x=4}} P'(6, 2)$$

Pencerminan Terhadap Garis $y = k$



$$P(a, b) \xrightarrow{M_{y=k}} P'(a, 2k - b)$$

Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(4, 2)$ oleh pencerminan terhadap garis $y = 4$!

Jawab:

$$P(4, 2) \xrightarrow{M_{y=4}} P'(4, 6)$$



Quiz4:

Tentukan bayangan garis $5x + 4y = 7$ jika direfleksikan terhadap garis $y = x$!

Jawab:

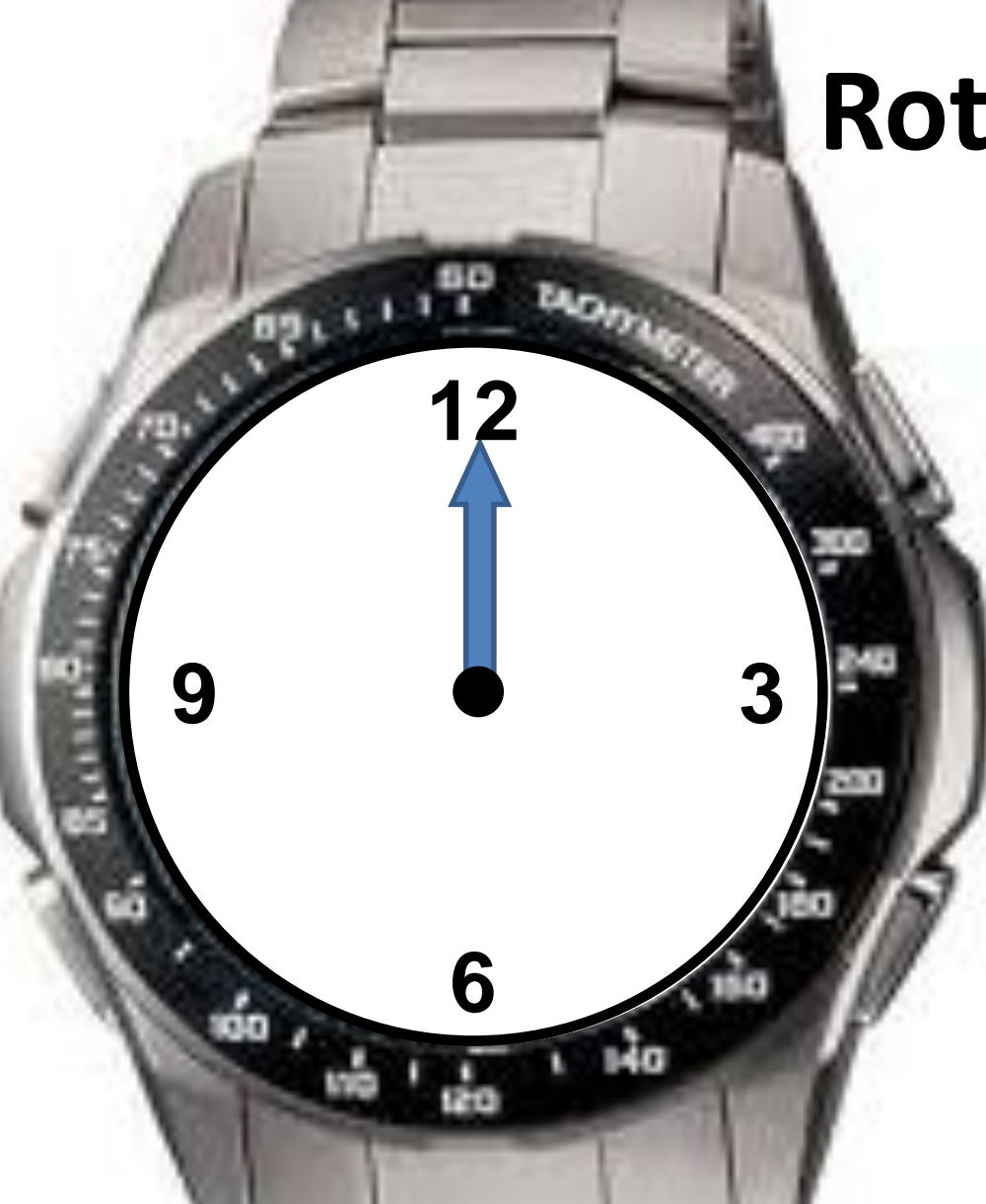
$$5y + 4x = 7$$



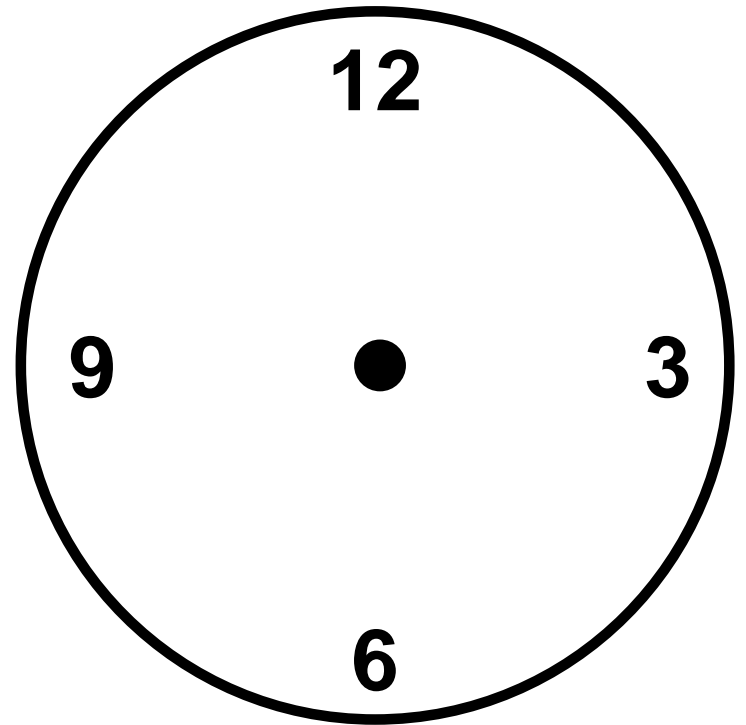
Rotasi (Perputaran)

Rotasi adalah transformasi yang memetakan setiap titik pada bidang ke titik lainnya dengan cara memutar pada **pusat tertentu**.

Rotasi



Putaran sudut negatif



Putaran sudut positif

Berlawanan Arah Jarum Jam = Sudut Positif
Searah jarum Jam = Sudut Negatif

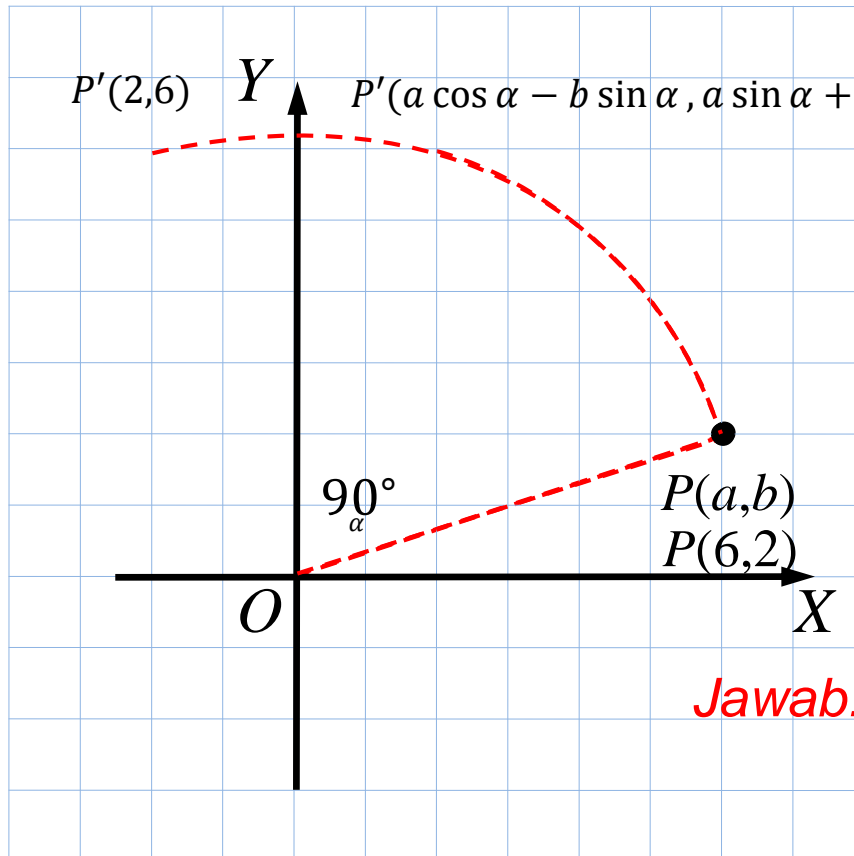
$$\mathbf{\sin (-\alpha) = -\sin \alpha}$$
$$\mathbf{\cos (-\alpha) = \cos \alpha}$$

$$P(a, b) \xrightarrow{R(O, \alpha)} P'(a \cos \alpha - b \sin \alpha, a \sin \alpha + b \cos \alpha)$$

	Kuadran I					Kuadran II				Kuadran III				Kuadran IV			
Sudut	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1

Perputaran berpusat di O

$$P(a, b) \xrightarrow{R(O, \alpha)} P'(a \cos \alpha - b \sin \alpha, a \sin \alpha + b \cos \alpha)$$



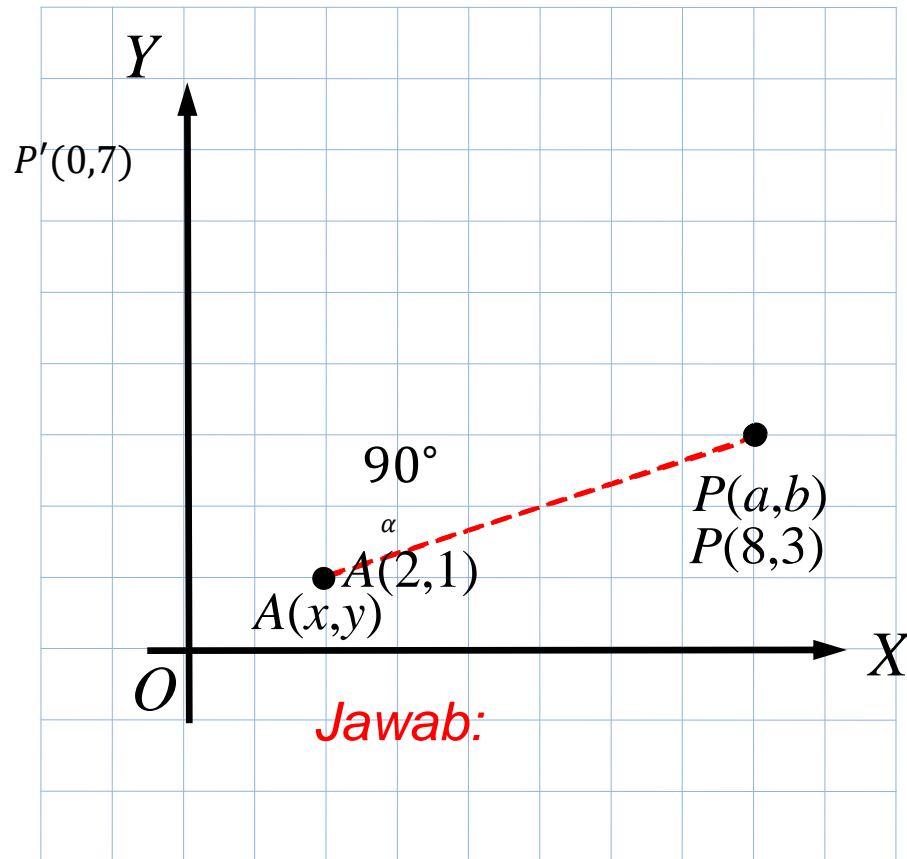
Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(6, 2)$ oleh rotasi berpusat di O sebesar 90° berlawanan arah jarum jam!

Jawab:

$$= P'(2, 6)$$

Perputaran berpusat di $A(x,y)$



Jawab:

$$= P'(0,7)$$

Contoh:

Tentukan bayangan titik $P(8,3)$ oleh rotasi berpusat di $A(2,1)$ sebesar 90° berlawanan arah jarum jam!



Quiz6:

Tentukan bayangan garis $4x + 6y = 9$ jika garis tersebut dirotasikan sebesar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat rotasi di $O(0,0)$!

Jawab:

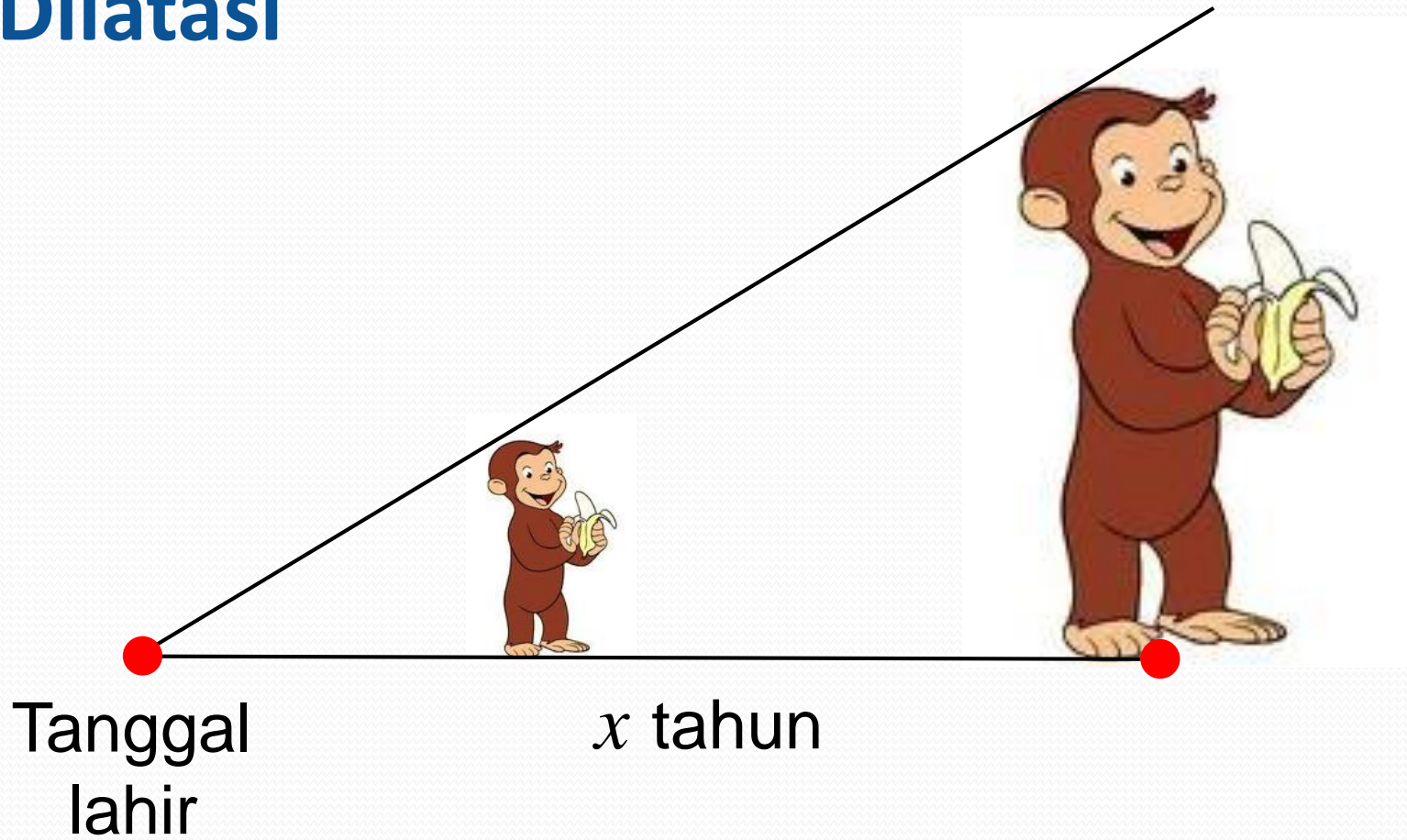
$$-6x + 4y = 9$$



Dilatasi (Perkalian)

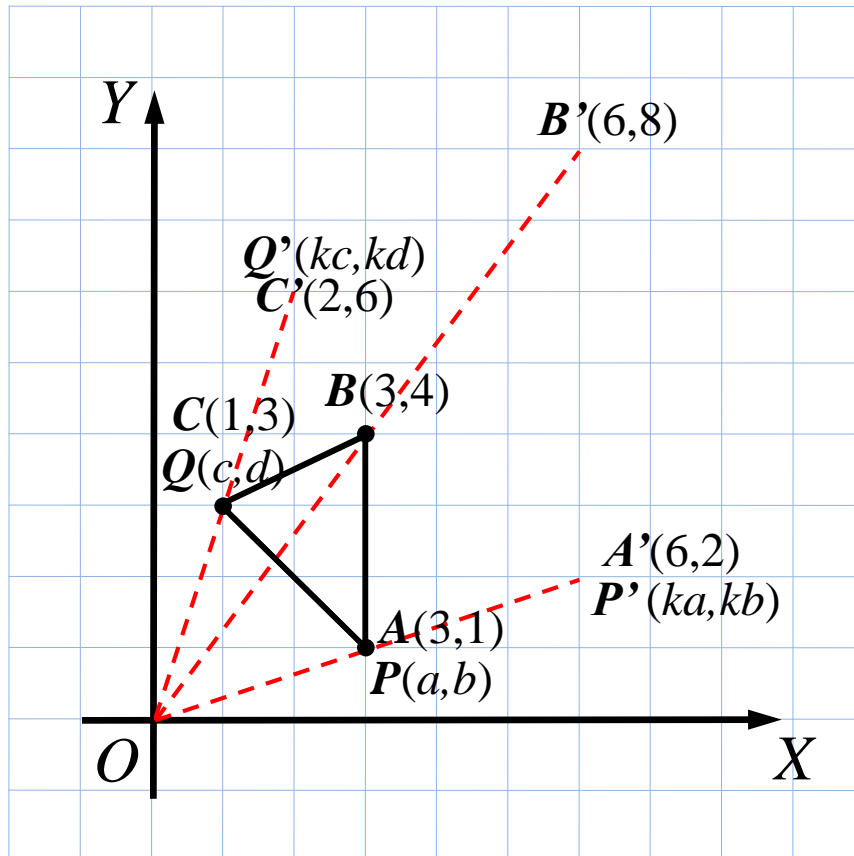
Dilatasi adalah transformasi yang mengubah ukuran atau skala suatu bangun geometri, tetapi tidak mengubah bangun tersebut.

Dilatasi



Dilatasi berpusat di O

$$P(a, b) \xrightarrow{[O, k]} P'(ka, kb)$$



Contoh:

Tentukan bayangan segitiga ABC dengan $A(3,1)$, $B(3,4)$, dan $C(1,3)$ oleh dilatasi berpusat di O dan skala 2!

Jawab:

$$A(3,1) \xrightarrow{[O, 2]} A'(2(3), 2(1)) = A'(6,2)$$

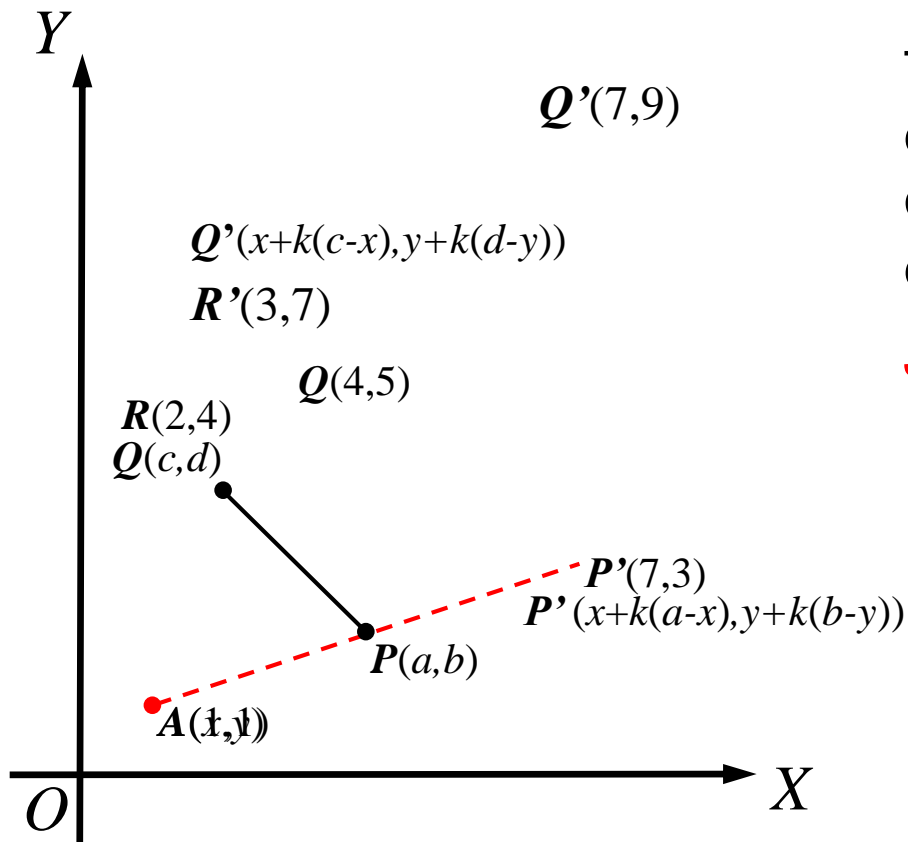
$$B(3,4) \xrightarrow{[O, 2]} B'(2(3), 2(4)) = B'(6,8)$$

$$C(1,3) \xrightarrow{[O, 2]} C'(2(1), 2(3)) = C'(2,6)$$

Koordinat bayangan segitiga ABC adalah $A'(6,2)$, $B'(6,8)$, dan $C'(2,6)$.

Dilatasi berpusat di $A(x,y)$

$$P(a, b) \xrightarrow{[A,k]} P'(x + k(a - x), y + k(b - y))$$



Contoh:

Tentukan bayangan segitiga PQR dengan $P(4,2)$, $Q(4,5)$, dan $R(2,4)$ oleh dilatasi berpusat di $A(1,1)$ dan skala 2!

Jawab:

$$P(4,2) \xrightarrow{[A,2]} P'(1 + 2(4 - 1), 1 + 2(2 - 1)) = P'(7,3)$$

$$Q(4,5) \xrightarrow{[A,2]} P'(1 + 2(4 - 1), 1 + 2(5 - 1)) = P'(7,9)$$

$$R(2,4) \xrightarrow{[A,2]} R'(1 + 2(2 - 1), 1 + 2(4 - 1)) = R'(3,7)$$

Koordinat bayangan segitiga PQR adalah $P'(7,3)$, $Q'(7,9)$, dan $R'(3,7)$.



Quiz7:

Tentukan koordinat bayangan titik $A(4,5)$ jika dilatasi dengan factor skala 3 dengan pusat dilatasi $O(0,0)$!

Jawab:

$A'(12,15)$



- Terima kasih
- Thank you
- Kye zu tin