

ANALISIS GERAK RELATIVISTIK ATOM GAS MULIA MENGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA BERBASIS PEMODELAN *GRAPHICAL USER INTERFACE*

Faiz Miftarica El Barqy¹, Moh. Toifur²

Program Studi Magister Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas
Ahmad Dahlan
Email: faizbarqy@gmail.com

Diterima: Hari, Bulan, Tahun. **Direvisi:** Hari, Bulan, Tahun **Disetujui:** Hari, Bulan, Tahun.

Abstrak

Metode Runge Kutta merupakan salah satu metode analitik yang dapat digunakan untuk menganalisis gerak relativistik atom gas mulia, dalam hal ini, atom argon. Hasil setelah dilakukan analisis dari perhitungan pada microsoft excel dengan mengambil sampel atom yaitu atom argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m berdasarkan perhitungan pada Microsoft Excel antara metode numerik dan metode analitik adalah 8,778 %. Variasi gaya mempengaruhi waktu yang diperlukan partikel dalam mencapai kecepatan cahaya. Berdasarkan bentuk grafik, untuk variasi gaya, semakin besar gaya yang digunakan semakin cepat partikel mencapai kecepatan cahaya. Software Modellus yang dirancang dapat dijadikan sebagai media pemodelan gerak relativistik atom gas mulia dengan mampu menampilkan hasil pemodelan berupa visualisasi saat partikel mengalami percepatan dan kemudian percepatan menurun mendekati nilai nol yang mengakibatkan partikel mengalami kecepatan hampir konstan saat mendekati kecepatan cahaya (gambar 8) dan hasil data yang ditampilkan setelah pemodelan memiliki nilai error sebesar 0,101 % untuk Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m setelah dibandingkan dengan metode numerik pada perhitungan microsoft excel. Bentuk grafik yang ditampilkan pada Software Modellus juga seragam dengan bentuk grafik dari analisis di microsoft excel untuk metode numerik..

Kata Kunci: Runge Kutta, Metode numerik, Metode analitik, Microsoft Excel, Modellus.

Abstract

The Runge-Kutta method is an analytical approach applicable to analyzing the relativistic motion of noble gas atoms, specifically argon atoms. The analysis was conducted using Microsoft Excel, employing argon atoms as the sample with a time interval of $t = 0$ s to $t = 1000$ s and a time step of $\Delta t = 0.5$ s. The applied force was $F = 1.01$ eV/m. The comparison between the numerical and analytical methods revealed a difference of 8.778%. The variation in force influences the time required for the particle to reach the speed of light. According to the graph, for varying forces, the greater the force applied, the faster the particle reaches the speed of light. The Modellus software was developed to serve as a modeling tool for the relativistic motion of noble gas atoms. It can visualize the particle's acceleration and subsequent deceleration

towards zero, resulting in a nearly constant speed close to the speed of light (Figure 8). The modeled data exhibits an error of 0.101% for argon atoms with a time interval of $t = 0$ s to $t = 1000$ s, a time step of $\Delta t = 0.5$ s, and an applied force of $F = 1.01$ eV/m, when compared to the numerical method implemented in Microsoft Excel. The graph generated by Modellus aligns with the graph obtained from the numerical analysis in Microsoft Excel.

Keywords: Runge-Kutta, Numerical Method, Analytical Method, Microsoft Excel, Modellus.

PENDAHULUAN

Fisika, sebagai salah satu disiplin ilmu sains, mengkaji fenomena alam secara komprehensif, dari partikel terkecil penyusun materi hingga keseluruhan alam semesta (Faris dkk : 2019). Salah satu topik kajian dalam ilmu fisika adalah mempelajari gerak dari suatu objek. Suatu objek dapat dikatakan bergerak jika objek tersebut mengalami perpindahan posisi relatif terhadap kerangka acuan tertentu (Muhammad dkk : 2022). Dalam penelitian ini, pembahasan gerak dibatasi pada gerak objek pada kerangka acuan sumbu tunggal yang disebut dengan gerak benda satu dimensi dengan menerapkan konsep relativistik. Objek yang digunakan dalam penelitian ini adalah jenis atom gas mulia yang merupakan golongan atom VIIIA pada tabel periodik yaitu atom argon.

Penelitian mengenai gerak relativistik suatu objek sebelumnya dilakukan Larry Engelhardt pada tahun 2016. Analisis dan pemodelan dilakukan menggunakan bahasa pemrograman yang dikembangkan oleh Python untuk mengetahui transisi dari dinamika non-relativistik ke dinamika relativistik sebuah proton. Metode numerik yang digunakan adalah metode euler yang digunakan pada persamaan energi kinetik relativistik. Hasil penelitian berupa informasi plot grafik transisi dari transisi dari dinamika non-relativistik ke dinamika relativistik sebuah proton.

Pada penelitian ini, dilakukan analisis gerak relativistik atom gas mulia menggunakan metode numerik Runge Kutta untuk mengetahui pengaruh variasi gaya yang diberikan kepada atom argon terhadap waktu yang diperlukan objek dalam mencapai kecepatan cahaya. Hasil numerik ini akan dibandingkan dengan

metode analitik untuk mengetahui persentase perbedaan yang dihasilkan dari kedua metode tersebut dengan *microsoft excel*. Analisis juga dilengkapi dengan pemodelan berbasis *graphical user interface* menggunakan *software modellus* untuk memberikan gambaran gerak objek untuk konsep relativistik secara interaktif. Diharapkan analisis dan pemodelan yang dihasilkan dapat digunakan untuk media pembelajaran gerak relativistik untuk mengetahui hubungan pengaruh besaran-besaran yang digunakan.

A. Gerak relativistik

Gaya konstan, menurut hukum kedua

Newton, adalah salah satunya $\frac{dp}{dt} = F$

dengan konstan F . Dalam satu dimensi spasial, dapat mendeskripsikan bahwa gaya konstanta relativistik dengan interpretasi p sebagai spasial, relativistik momentum, yaitu

$p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Dari sudut pandang

ini, solusinya didapat

$$v(t) = \dot{x}(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt} \quad (0.1)$$

kemudian

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\dot{x}(t)}{\sqrt{1-\dot{x}(t)^2/c^2}} \right) = F \quad (0.2)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{Ft}{m\sqrt{1+\left(\frac{F^2t^2}{m^2c^2}\right)}} \quad (0.3)$$

yang bisa diintegrasikan lagi jika kita atur $x(t=0) = 0$, dimana

$$x(t) = \frac{mc^2}{F} \left(\sqrt{1+\left(\frac{Ft}{mc}\right)^2} - 1 \right) \quad (0.4)$$

gerak hiperbolik biasa. (Joel Franklin, 2010)

Gaya pada partikel bermuatan dalam medan listrik

$$F = qE \quad (0.5)$$

Di mana $q = +e$ untuk proton. Diambil nilai paling sederhana $E = 1$ volt/meter, maka

$$F = 1 \text{ eV/meter} \quad (0.6)$$

B. Atom Gas Mulia

Gas mulia terdapat pada golongan VIII A sistem periodik, yaitu helium (He), neon (Ne), argon (Ar), kripton (Kr), ksenon (Xe) dan radon (Rn) (Yusnidar, 2018). Unsur-unsur gas mulia, kecuali helium, memiliki keistimewaan karena atom-atomnya memiliki 8 elektron valensi. Hanya helium yang berbeda, dengan 2

elektron valensi. Keunikan susunan elektron ini menjadi kunci stabilitas gas mulia (Tawarina dkk : 2024). Kestabilan gas-gas mulia ini sempat membuat para ahli kimia yakin bahwa gas mulia benar-benar tidak dapat dan tidak mungkin membentuk senyawa, dan itulah sebabnya sering dinamai gas-gas lembam (inert gases) (Chang, 2005).

C. Metode Runge Kutta

Metode Runge Kutta adalah suatu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa dengan ketelitian yang cukup tinggi (Sari dkk : 2022). Metode Runge Kutta memanfaatkan pendekatan deret Taylor untuk menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik. (Ramadhanti dkk : 2022). Metode ini sangat umum digunakan untuk menyelesaikan bentuk persamaan diferensial biasa, baik linier maupun nonlinear dengan permasalahan kondisi awal (Wijayanti dkk, 2011). Metode Runge kutta memiliki 3 fungsi utama (Triatmodjo, 2002) :

- a. Metodenya satu langkah : untuk mencapai y_{m+1} hanya diperlukan

keterangan yang tersedia pada titik sebelumnya x_m, y_m .

- b. Mendekati ketelitian deter Taylor suku dalam h^p , dimana nilai p berbeda untuk metode yang berbeda, dan p ini disebut derajat dari metode.
- c. Tidak memerlukan perhitungan turunan $f(x, y)$, tetapi hanya memerlukan fungsi itu sendiri.

Secara umum bentuk metode Runge Kutta orde n dapat ditulis sebagai berikut,

$$y_{n+1} = y_n + b_1k_1 + b_2k_2 + b_3k_3 + \dots + b_nk_n \quad (0.7)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{j=1}^s b_j k_j \quad (0.8)$$

$$k_i = f \left(t_n + ch, y_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} k_j \right) \quad (0.9)$$

dengan $t_n = t_0 + n \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = h$ dan $y_n = y(t_n)$.

Sehingga nilai dapat dijabarkan sebagai berikut,

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (0.10)$$

$$k_2 = f(t_n + c_2h, y_n + h(a_{21}k_1)) \quad (0.11)$$

$$k_3 = f(t_n + c_3h, y_n + h(a_{31}k_1 + a_{32}k_2)) \quad (0.12)$$

$$k_i = f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_1 + a_{32} k_2 + \dots + a_{s,s-1} k_{s-1})) \quad (0.13)$$

dengan a, b dan c adalah konstanta. Nilai k_i menunjukkan hubungan yang saling berurutan, misalnya nilai k_i harus dicari terlebih dahulu untuk menentukan nilai k_2 , dan juga jika keduanya sudah diketahui maka nilai k_3 juga dapat dihitung, dan seterusnya (Chapra, 2002).

Pada penelitian ini nilai $k_1 = f(t, v)$ dengan $f(t, v) = a = \frac{dv}{dt}$. Untuk gerak relativistik nilai a adalah

$$a = \frac{F}{\gamma^3 m}, \quad \gamma = \frac{1}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)} \quad (0.14)$$

Jadi nilai k_1

$$k_1 = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v_i^2}{c^2}\right)^{3/2} \quad (0.15)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{\frac{1}{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^3} m}$$

$$= \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v_i^2}{c^2}\right)^{3/2} \quad (0.16)$$

Kemudian ditentukan nilai z dengan solusi

$$z = v_i + \frac{3}{4} k_1 h \quad (0.17)$$

dengan h merupakan interval waktu.

Dari persamaan (1.7) dan (1.8) dapat ditentukan persamaan dari k_2 dengan solusi $k_2 = f(x_i + \frac{3}{4} h, y_i + \frac{3}{4} k_1 h)$ adalah

$$k_2 = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{z_i^2}{c^2}\right)^{3/2} \quad (0.18)$$

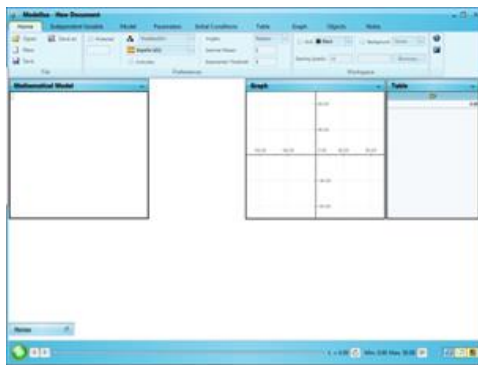
Setelah nilai $k_1, z,$ dan k_2 ditentukan, didapatkan formula persamaan untuk untuk metode numerik yaitu

$$v_{i+1} = v_i + \left(\frac{1}{3} k_1 + \frac{2}{3} k_2\right) h \quad (0.19)$$

D. Modells

Modells adalah perangkat lunak yang dirancang khusus untuk mengajar fisika, yang penggunaannya memungkinkan untuk membuat aplikasi baru tanpa keterampilan pemrograman tertentu (Rezeki dkk, 2017). Modells dilengkapi dengan berbagai fungsi dan fitur yang dirancang khusus untuk membantu para peneliti sains dalam membangun

dan menjelajahi model simulasi, persamaan matematika, dan model animasi untuk keperluan penelitian (Siti dkk : 2021). Aplikasi ini mampu menyajikan grafik, tabel data, animasi, simulasi, dan persamaan matematis secara bersamaan (Rezeki dkk, 2017).



Gambar 1. Tampilan Awal Modellus

Pada aplikasi Modellus, terdapat beberapa bagian penting yang akan digunakan pada penelitian, yaitu :

- Mathematical Model, bagian ini berfungsi memberikan perintah pemrograman yang pada penelitian ini di-input-kan persamaan-persamaan matematis yang berhubungan dengan analisis gerak relativistik;
- Baris menu, bagian ini berfungsi mengatur tampilan pada saat pemrograman berjalan, misalnya mengatur tampilan grafik untuk

hubungan kecepatan dan waktu atau menambahkan objek sebagai visualisasi gerakanya;

- Grafik, bagian ini berfungsi sebagai visualisasi plot grafik hubungan antara dua variabel saat pemrograman dijalankan.
- Tabel, bagian ini akan menampilkan hasil pemrograman berupa data-data angka;
- Baris kontrol, bagian ini berisi tombol-tombol yang berfungsi untuk mengatur jalannya pemrograman;
- Notes, bagian ini berfungsi memberikan catatan khusus pada pemrograman.

METODE

Penelitian ini menggunakan peralatan sebagai berikut:

- Laptop windows 7 pro 32 bit RAM 3 GB, merupakan sarana untuk jalankan aplikasi
- Software Modellus, merupakan media pemodelan gerak relativistik atom gas mulia berbasis graphical user interface
- Software Microsoft Excel, merupakan media untuk

mengolah data dan menganalisis data

Penelitian ini mengikuti prosedur penelitian sebagai berikut:

A. Prosedur Penelitian

1. Membuat program pemodelan

a. Disiapkan software Modellus, kemudian dimasukkan variabel dan persamaan matematis ke dalam mathematical model yaitu persamaan dari metode analitik mengacu pada persamaan 1.3.

b. Membedakan variabel besaran yang digunakan. Proses ini dilakukan untuk membedakan defenisi dari bahasa pemrograman yang akan dibaca oleh program saat pemrograman dijalankan. Misalnya F merupakan definisi dari gaya, sedangkan c merupakan definisi dari kecepatan cahaya.

c. Memasukkan nilai dari besaran-besaran yang digunakan untuk dibaca saat program dijalankan. Nilai-nilai yang dapat diubah sesuai dengan tujuan dari penelitian adalah gaya yang diberikan

kepada atom. Sedangkan nilai-nilai yang tetap merupakan besaran selain gaya, misalnya untuk kecepatan cahaya $c = 3.108 \text{ m/s}$.

d. Mengatur variabel objek, grafik, dan tabel untuk visualisasi pemodelan dan proses analisis yang mengacu pada langkah ke b, dimana telah dibedakan variabel persamaan yang tercantum pada mathematical model.

2. Mendapatkan data

a. Data pada software Modellus
Data ini didapat dengan menjalankan pemrograman. Data yang ditampilkan adalah visualisasi gerakan partikel, grafik hubungan waktu dan kecepatan, dan tabel hubungan waktu dan kecepatan.

b. Data pada Software Microsoft Excel
Pada Software Microsoft Excel dengan memasukkan persamaan dari metode numerik dan metode analitik serta nilai dari variabel-variabel yang digunakan untuk memperoleh data. Baik metode

numerik maupun metode analitik, saat $t = 0$ s nilai $v = 0$ m/s. Untuk memperoleh data dari metode analitik, dimulai dengan menentukan nilai sesuai persamaan (1.15) kemudian menentukan nilai z sesuai persamaan (1.17) yang dilanjutkan menentukan nilai sesuai persamaan (1.18) dan diakhiri menentukan nilai v untuk iterasi selanjutnya sesuai persamaan (1.19). Data yang akan didapatkan berupa tabel hubungan waktu dan kecepatan dan grafik hubungan waktu dan kecepatan baik dari metode numerik dan metode analitik.

3. Analisis Data

Analisis data dilakukan dengan membandingkan hasil data pada software Modellu dan Software Microsoft Excel mengenai bentuk grafik dan data tabel yang ditampilkan. Selain itu juga dilakukan analisis pada Software Microsoft Excel mengenai data hasil metode numerik dan metode analitik

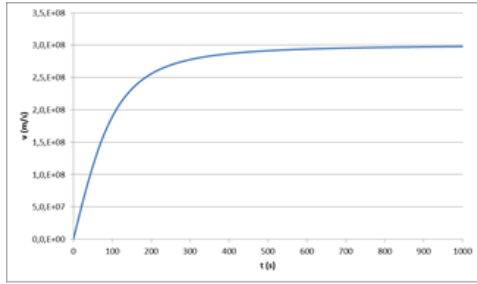
berupa data tabel dan data grafik..

HASIL DAN PEMBAHASAN

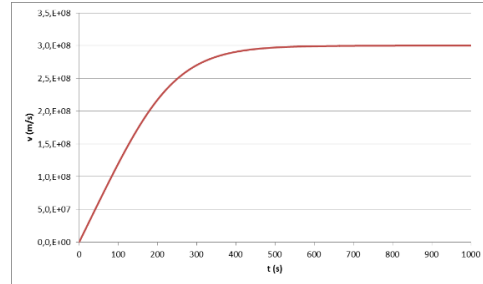
Penelitian ini dilakukan untuk memberikan informasi metode runge kutta sebagai solusi metode analitik untuk analisis gerak relativistik atom gas mulia dan menghasilkan pemodelan berbasis *graphical user interface*.

Sebelum melakukan pengambilan data, dilakukan konversi satuan pada massa. Massa yang digunakan menggunakan satuan eV/c^2 . Pada dasarnya, setelah dilakukan analisis, satuan kecepatan yang didapatkan tetap dalam m/s.

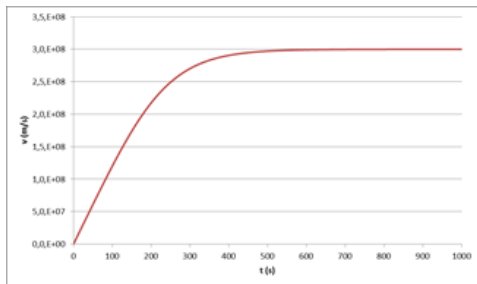
Berdasarkan analisis pada *Software Microsoft Excel* didapatkan grafik metode numerik dan metode analitik. Analisis dilakukan dengan menyamakan nilai variabel yang dimasukkan pada *software Modellus*. Untuk Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m didapatkan grafik pada *Software Microsoft Excel* dan *software Modellus* sebagai berikut :



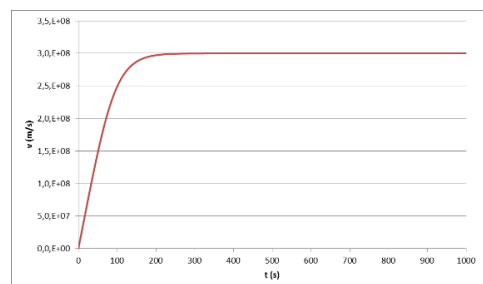
Gambar 2. Grafik metode numerik



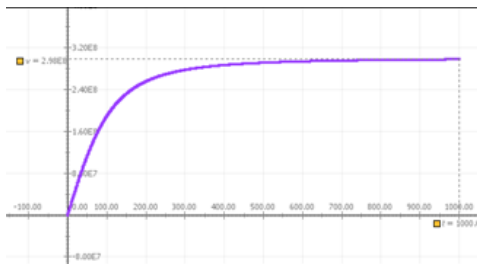
A



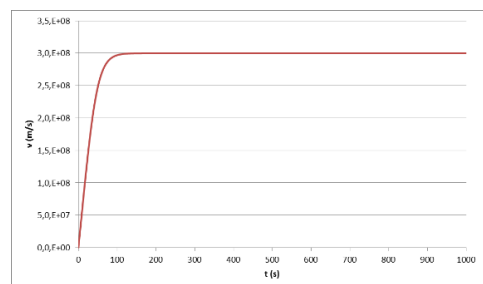
Gambar 3. Grafik metode analitik



B



Gambar 4. Grafik dari software Modellus

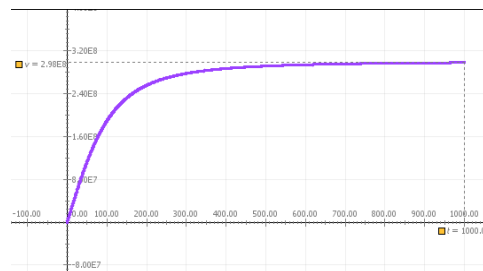


C

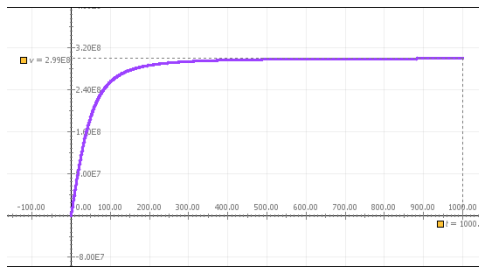
Gambar 6. Grafik metode analitik dengan variasi gaya A. 1,01 eV B. 2,52 eV C. 5 eV

Setelah dilakukan variasi gaya dengan jumlah iterasi yang sama yaitu 2000 iterasi dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s didapatkan perbandingan bentuk grafik pada *microsoft excel*.

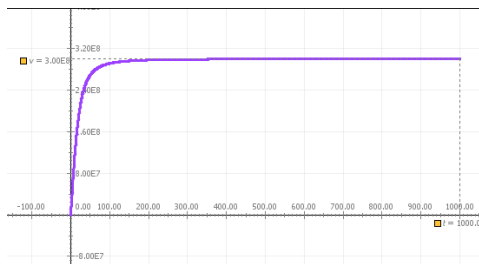
Untuk grafik pada software Modellus didapatkan bentuk grafik



A



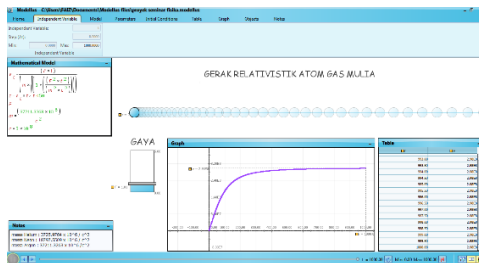
B



C

Gambar 7. Grafik software Modellus dengan variasi gaya A. 1,01 eV B. 2,52 eV C. 5 eV

Berikut adalah tampilan software Modellus setelah dilakukan pemodelan dengan sampel Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m.



Gambar 8. Tampilan software Modellus setelah dilakukan pemodelan

Nilai error rata-rata dari 2000 iterasi sampel Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m berdasarkan perhitungan pada *Microsoft Excel* antara metode numerik dan metode analitik adalah 8,778 % sedangkan untuk metode numerik dari perhitungan *Microsoft Excel* dan data yang ditampilkan pada *software Modellus* memiliki nilai *error* sebesar 0,101 %.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Hasil analisis pada *Microsoft Excel* memberikan informasi bahwa metode analitik Runge Kutta dapat dijadikan sebagai solusi analisis gerak relativistik atom gas mulia. Hal ini dibuktikan dengan bentuk grafik yang seragam pada gambar 2 dan gambar 3 dengan tingkat error rata-rata sebesar 8,778 % untuk Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m.

Setelah dilakukan variasi, dapat disimpulkan bahwa gaya yang digunakan mempengaruhi bentuk

grafik. Untuk variasi gaya, sesuai dengan gambar 5, gambar 6, dan gambar 7, dan semakin besar gaya yang digunakan semakin cepat partikel mencapai kecepatan cahaya.

Software Modellus yang dirancang dapat dijadikan sebagai media pemodelan gerak relativistik atom gas mulia dengan mampu menampilkan hasil pemodelan berupa visualisasi saat partikel mengalami percepatan dan kemudian percepatan menurun mendekati nilai nol yang mengakibatkan partikel mengalami kecepatan hampir konstan saat mendekati kecepatan cahaya (gambar 11) dan hasil data yang ditampilkan setelah pemodelan memiliki nilai error sebesar 0,101 % untuk Atom Argon dengan interval waktu dari $t = 0$ s sampai $t = 1000$ s dengan $\Delta t = 0,5$ s dan besar gaya $F = 1,01$ eV/m setelah dibandingkan dengan metode numerik pada perhitungan *microsoft excel*. Bentuk grafik yang ditampilkan pada *Software Modellus* juga seragam dengan bentuk grafik dari analisis di *microsoft excel* untuk metode numerik.

DAFTAR PUSTAKA

- Ashar, Faris, Faiz Hasyim, Hari Anggit Cahyo Wobowo. 2019. Integrasi Kosmologi Dalam Al-Qur'an untuk Pembelajaran Fisika. Seminar Nasional Pendidikan Fisika 2019. ISSN : 2527 – 5917, Vol.4 No 1.
- Beiser, Arthur. 2003. *Concepts of Modern Physics, Sixth edition*. New York : McGraw Hill
- Chang, Raymond. 2005. *Kimia Dasar : Konsep-Konsep Inti, Jilid 1 Edisi Ketiga*, Jakarta : Penerbit Erlangga
- Chapra, Steven C., Raymond P. Canale. 2010. *Numerical methods for engineers, 6th ed.*, McGraw-Hill Companies
- Engelhardt, Larry. 2016. *Relativistic Dynamics in 1D with A Constant Force*. Partnership for Integration of Computation into Undergraduate Physics
- Fadli, Muhammad, Annisa Kamila Insani, Kasamira Delima, Tyrra Aulia, Rahma Mahfud. 2022. Kajian Mekanika pada Materi Pesawat Sederhana: Review Publikasi Ilmiah. Jurnal Pendidikan, Inovasi, dan Terapan

- Teknologi. Volume 1, Nomor 2, Desember 2022
- Franklin, Joel. 2010. *Advanced Mechanics and General Relativity*. New York : Cambridge University Press
- Hardiyatia, Ramadhanti, Hasanuddin, Mega Nurhanisa. 2022. Analisis Tingkat Energi Osilator Kuantum Anharmonik dengan Metode Runge Kutta Orde Empat. PRISMA FISIKA, Vol. 10, No. 2 (2022), Hal. 162 - 167 ISSN : 2337-8204
- Hutagalung, Siti Nurhabibah, Ikhsan Parinduri. 2021. Pembelajaran Fisika Dasar Menggunakan Modells X 04.05 di Universitas Budi Darma. Prosiding Seminar Nasional Sains SINASIS 2 (1)
- Purwadi dan Ishafit. 2014. *Pemodelan Gerak Parabola yang Dipengaruhi Seretan serta Spin Efek Magnus Bola dengan Program Modells dan Excell*. Jurnal Riset dan Kajian Pendidikan Fisika 1(1):11
- Rezeki, S. Ishafit. 2017. Pengembangan Lembar Kerja Siswa (LKS) Berbantuan Media Simulasi dengan Modells untuk Pembelajaran Kinematika di Sekolah Menengah Atas. Prosiding Lontar Physics Forum IV
- Sari, Indah permata dan Nurhamidah. 2022. Penyelesaian Rangkaian Listrik Rlc Menggunakan Metode Runge Kutta dan Euler. OPTIKA: Jurnal Pendidikan Fisika Vol. 6(2)
- Sinaga, Tawarina Dameria dan Simson Tarigan. 2024. Pengaruh Model Pembelajaran Problem Based Learning dan Discovery Learning Terhadap Hasil Belajar Siswa Pada Materi Ikatan Kimia. Indonesian Journal of Advanced Research (IJAR) Vol. 3, No. 4, 2024: 507 – 518
- Triadmodjo, B. 2002. *Medote Numerik Dilengkapi Dengan Program Komputer*. Yogyakarta : Beta Offest
- Wijayanti, Hagni, Sri Setyaningsih, Mardika Wati. 2011. *Metode Runge Kutta dalam Penyelesaian Model Radang Akut*. Jurnal Ekologia Volume 11 Nomer 2 : 46-52
- Yusuf, Yusnidar. 2018. *Modul Kimia Dasar*. Universitas Muhammadiyah Prof. Dr. Hamka